ZÁKLADY METODOLÓGIE VÝSKUMU V TEÓRII VYUČOVANIA MATEMATIKY

PRÍKLADY REALIZOVANÝCH VÝSKUMOV

Monika Dillingerová
Mária Slavíčková
Peter Vankúš

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY
Bratislava 2013

Publikácia bola vydaná v rámci grantu KEGA č. 091UK-4/2012 *Rozvoj matematickej kultúry riešením úloh bežnej praxe*

© RNDr. Monika Dillingerová, PhD.
PaedDr. Mária Slavíčková, PhD.
PaedDr. Peter Vankúš, PhD.

Vydavateľ: KEC FMFI UK Bratislava

ISBN: 978 – 80 – 8147 – 018 – 9

Obsah

Obsah ... 3
Predhovor ... 5
Tvorba a realizácia problémových úloh so zameraním na geometriu základnej školy (M. Dillingerová) ... 6
1 Súčasný stav problematiky ... 7
1.1 História problémového vyučovania ... 12
1.2 Definície základných pojmov ... 17
2 Stanovenie hypotéz, cieľov a metód práce ... 21
3 Problémový prístup k učivu geometrie ... 24
3.1 Problém ako motivácia ... 24
3.2 Problém pre tvorbu hypotéz ... 27
3.3 Problém umožňujúci individuálny postup žiakov ... 31
4 Vyhodnotenie prirodzeného pedagogického experimentu ... 37
5 Analýza žiackych riešení problémových úloh ... 49
6 Vyhodnotenie učiteľského dotazníka ... 71
Záver ... 81
Použitá literatúra ... 83
Vplyv technológie na dosahované výsledky z matematiky na druhom stupni ZŠ (M. Slavíčková) ... 91
Úvod ... 92
1 Teoretické východiská práce ... 94
2 Výsledky prieskumu ... 101
3 Vlastný výskum ... 106
3.1 Použitý pedagogický softvér ... 107
3.2 Plán práce v experimentálnej triede ... 109
3.3 Priebeh vyučovacích hodín ... 112
3.4 Analýzy písomných prác ... 119
4 Štatistické testovanie hypotéz ... 144
5 Záver ... 150
Použitá literatúra ... 151
Prílohy ... 153
Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier (P. Vankúš) ... 157
Úvod ... 158
1 Teoretická analýza problému ... 160

1.1 Vymedzenie základných pojmov 160
1.2 Teória problematiky 170
2 Vlastný výskum 173
2.1 Ciele a hypotézy výskumu 173
2.2 Metodika a organizácia výskumu 175
3 Výsledky výskumu 202
3.1 Výsledky na overenie hypotézy H1 202
3.2 Výsledky na overenie hypotézy H2 207
3.3 Štatistická verifikácia hypotéz výskumu 212
3.4 Zhrnutie výsledkov výskumu 216
4 Záver 220
Použitá literatúry 222
Prílohy 230

Predhovor

Predkladaná kniha pojednáva o metodológii výskumu v Teórii vyučovania matematiky. Táto tematika je veľmi aktuálna a významná, keďže vzhľadom na žiaducu vysokú kvalitu a inovatívnosť matematickej edukácie je potrebné zvýšiť počet kvalitných výskumov v tejto oblasti.

Publikácia nie je typickou učebnicou. Metodológiu prezentujeme na troch nami realizovaných výskumoch. Každý z autorov ponúkol jeden, pričom výskumy sú zaznamenané autenticky, so všetkými prednosťami a tiež prvkami, ktoré majú potenciál na vylepšenie. To poskytuje čitateľovi možnosť kritického náhľadu na ne, a teda i priestor na podnetnú diskusiu vedúcu k lepšiemu pochopeniu a osvojeniu si základov metodológie výskumu. Myslíme si, že takéto podanie problematiky je živšie, vhodnejšie pre získanie praktických znalostí pre priame aplikovanie v ďalších výskumoch v tejto oblasti.

Prvá časť knihy ponúka výskum RNDr. M. Dillingerovej, PhD. „*Tvorba a realizácia problémových úloh so zameraním na geometriu základnej školy*“; druhá časť výskum PaedDr. M. Slavíčkovej, PhD. „*Vplyv technológie na dosahované výsledky z matematiky na druhom stupni ZŠ*“ a tretia časť prezentuje výskum PaedDr. Petra Vankúša, PhD. „*Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier*“.

Publikácia je určená najmä študentom učiteľstva matematiky za účelom získania vedomostí ohľadne metodológie výskumov v Teórii vyučovania matematiky; prínosná však môže byť tiež pre učiteľov z praxe a všetkých so záujmom o túto vednú disciplínu.

Veríme, že naša kniha splní svoj účel a bude poučnou a pritom pútavou.

autori

Bratislava, 2013

Tvorba a realizácia problémových úloh so zameraním na geometriu základnej školy

RNDr. Monika Dillingerová, PhD.

1 Súčasný stav problematiky

Súčasné teórie vzdelávania majú mnohé tváre, jedno im je však spoločné: „…vzdelávanie musí spočívať v „nových“ vzdelávacích stratégiách, ktoré budú primeranejšie globálnemu riešeniu problémov našej planéty. Z nášho hľadiska musí teória vzdelávania zahŕňať kooperatívne vzdelávacie stratégie, ktoré stavajú na tímovej práci a na spolupráci s prostredím, ktoré sa týka problémov, ktoré majú byť riešené.“ (Bertrand, 1998)

Učiteľ pred začatím svojej pedagogickej praxe stojí pred rozhodnutím, akým spôsobom chce dosiahnuť ciele vyučovania. Môže si vybrať napríklad:

a) tradičnú metódu vysvetľovania

- podávanie hotových poznatkov

b) vysvetľovanie s odvodzovaním poznatkov na hodine

- poznatky odvodzuje učiteľ, žiaci sú pasívni

c) zapojenie žiakov do tvorby poznatkov

- kooperatívne vyučovanie

Navyše by si učiteľ, než vstúpi do triedy, mal zvedomiť pravidlá významu každej ľudskej bytosti popisované Y. Bertrandom (1998):

- ľudské bytosti sú tým, čo je na svete najdôležitejšie
- deti sú ľudské bytosti
- každá osoba je jedinečná
- ak je ľudskej bytosti ublížené, je ublížené celému spoločenstvu
- deti, ktoré prichádzajú na svet, sú normálne
- behom celého života sa ľudská bytosť mení a mení sa k lepšiemu
- žiaden rast nie je možný bez hlbokej angažovanosti
- city sú rovnako dôležité ako znalosti

- uskutočnenie možností ľudskej bytosti predpokladá jej slobodu
- každá forma odmietnutia a segregácie je prekážkou v raste
- úloha nás vychovávateľov spočíva v optimalizácii rastu.

Na uskutočnenie všetkých vymedzených cieľov je nutné skúmať ako metódy, tak aj samotný objekt vyučovania. Ak sa zameriame na objekt – žiaka, zistíme, že najdôležitejším faktorom sa stáva jeho myseľ a spôsob jej práce. Ľudská myseľ je veľmi zložitý mechanizmus. Ak chceme niekoho učiť, mali by sme v prvom rade poznať, čo naša myseľ a hlavne pamäť robí s poznatkami, pojmami, faktami, ako v nej vznikajú a zanikajú, čím dosahujeme trvácnosť poznatku, koľko informácií je naša myseľ vôbec schopná spracovávať...

Nech sa snažíme naučiť čokoľvek, používame pritom dlhodobú aj krátkodobú pamäť. Krátkodobá pamäť absorbuje všetky informácie, ktoré jej v procese učenia sa poskytneme. Samozrejme tak nemôže konať donekonečna. To znamená, že po určitom čase informácie buď spracuje a presunie do dlhodobej pamäte, alebo zruší ako nepotrebné. Nepotrebné sú informácie, ktoré boli povedané dávnejšie a nemajú s tým terajším súvis. Z hľadiska výučby je pre učiteľa dôležité vedieť, ako dlho sa v krátkodobej pamäti informácia udrží. Na objasnenie tohto faktu boli robené mnohé psychologické výskumy. Ani jeden však nedal jednoznačnú časovú odpoveď. Dokázalo sa však, že obsah krátkodobej pamäti má krátky život a je ľahko nahraditeľný novými informáciami.(G. Petty,1993) Krátkodobá pamäť informáciu môže preniesť do dlhodobej pamäte. Dôležité je teda, či informácia prejde do dlhodobej pamäte a tiež, či sa tam uchová. Dlhodobá pamäť je pomerne stabilná, to znamená, že informácie v nej uložené, tam aj ostávajú. Sú odolné voči zabúdaniu. Napriek tomu nie sú stále voľne k dispozícii. Napríklad dlhšie nám ostane v pamäti zmysluplná veta, ako zhluk na seba logicky nenadväzujúcich slov. Raz čítaný rozprávkový príbeh si pamätáme dlhšie, ako prečítaný a nepoužívaný návod na obsluhu prístroja. Dieťa si pri hre veľmi dobre zapamätá všetko, čo súviselo s jeho osobou, horšie už to, čo sa stalo so spoluhráčmi: Určite vie že bolo spoluhráčmi pri hre „Člo-

veče, nehnevaj sa!“ trikrát vyhodené, že však jeden zo spoluhráčov bol vyhodený až päťkrát, mu „ujde“. Úsmevný príbeh, či trápnu situáciu si do pamäte zapisujeme na dlhší čas, včerajší všedný deň budeme mať problém presne zrekonštruovať. Viac si zapamätáme, ak niečo sami robíme, ako keď sa len pozeráme. Aj dlhodobá pamäť však nepotrebné informácie odfiltruje. Ako často sa nám stáva, že si pamätáme, ako na včerajšom večierku zaznel vynikajúci vtip ale nie a nie si naň spomenúť. Mnohí si pritom pomyslia, keby som ho sám bol niekomu zopakoval, určite ho viem. Alebo som si mal na kúsok papiera poznačiť pointu. Do pamäte sa nám zjavne dostal len príjemný pocit, ktorý sme zažívali pri výbuchu smiechu, nie však onen spúšťač toho pocitu. Aby prešiel aktívne do dlhodobej pamäte, museli by sme si ho sami skúsiť reprodukovať. Toto všetko súvisí so spôsobom uloženia informácií v pamäti. Informácie nie sú uložené izolovane, ale v akejsi sieti. Každá prijímaná informácia je konfrontovaná s už uloženými informáciami. Vznikajú spoje a vzťahy, ktoré potom pomáhajú informáciu vyvolať. Tieto spolu tvoria sieť pojmov a poznatkov. Sila spojov pritom hrá veľkú úlohu pri vybavovaní si informácie.

Na základe uvedených príkladov by sa učiteľ mohol zamyslieť a voliť formu výučby tak, aby v sebe zahŕňala:

1. Logickosť postupov

   Žiak by mal vedieť, prečo sa niečo ide učiť, prečo je ten-ktorý postup správny a iný nesprávny.

2. Nadväznosť jednotlivých častí vyučovanej tematiky

   Dôraz kladieme na postupnosť úloh a príkladov, v ktorých sa téma rozvíja od najjednoduchšieho postupne k zložitejšiemu. Vždy dbáme, aby sme nevyužívali poznatky, ktoré ešte žiakovi nie sú známe. Často sa pritom inšpirujeme históriou a tvoríme tzv. paralelu medzi fylogenézou a ontogenézou, teda vývojom jednotlivca a vývojom celospoločenským.

3. Individualizovaný prístup

   Každý žiak je schopný učivo zvládnuť. Niektorý pomalšie, niektorý rýchlejšie. Najlepšie by samozrejme bolo, keby každý žiak mal svojho učiteľa. Tento by ho viedol individuálnym tempom a mohol by vždy pružne reagovať na jeho požiadavky, nedostatky, či výnimočnosti. Toto sa potvrdzuje aj vo vývine detí. Ak porovnáme dieťa, vyrastajúce v detskom domove s jeho rovesníkom z úplnej rodiny, vidíme rozdiely v ich sociálnom správaní. Dieťa z domova má väčšie problémy s nadväzovaním citovo podfarbených kontaktov. Toto dieťaťu z rodiny nerobí problém. Naopak dieťa z domova často býva tolerantnejšie k svojim rovesníkom, lebo sa s touto situáciou stretáva denne. U dieťaťa vyrastajúceho v milujúcej rodine je jeho vzťah k rovesníkom určovaný mierou, akou sa s nimi môže stretávať a nakoľko rieši konfliktné situácie bez pomoci rodičov.

4. Pozitívnu citovú väzbu žiakov k získavaným pojmom, poznatkom (pokiaľ možno)

   Citová väzba a pozitívny zážitok z učenia sa majú vplyv na utváranie vzťahu žiaka k predmetu. Ak je tento vzťah kladný, stáva sa jedným z hlavných zdrojov vnútornej motivácie žiaka.

5. Možnosť praktického precvičovania

   Ak by sme žiakov nechali iba počúvať prednášky, pozorovať demonštrácie a prípadne sledovať počítačom simulované modelové situácie, je isté, že drvivá väčšina z nich by si v reálnom svete nevedela sama pomôcť. To je ako keby sme malé dieťa nechali sledovať svetový pohár v lyžovaní a mysleli si, že ono potom už vie lyžovať.

6. Opakovanie

   Staré príslovie hovorí: Opakovanie je matkou múdrosti. Naozaj to, čo naša pamäť nepoužíva, odsúva ako nepotrebné do zabudnutia. Toto odsúvanie je postupné, t.j.

nemožno presne určiť, kedy si niečo ešte pamätáme a kedy už nie. Skôr si to možno predstaviť ako postupné vymazávanie väzieb v našej kognitívnej sieti poznatkov. Akonáhle zanikne posledná väzba, zanikol aj poznatok, lebo k nemu niet cesty.

7. Vyčlenenie podstatného

   Táto časť je často chápaná aj ako odfiltrovanie podstatného od nepodstatného. Realizuje sa zhrnutím na konci vyučovacej hodiny, tematického celku, pred písomnými prácami. Aj športovec predvádzajúci voľnú jazdu na ľade sa pred samotným výkonom sústredí, odmyslí si štadión a publikum a v duchu si celú svoju jazdu prejde. Toto má za úlohu dať ucelený pohľad na problém.

Najlepšiu možnosť dodržiavať uvedené pravidlá učiteľovi poskytuje kooperatívne vyučovanie. V kooperatívnom vyučovaní sa žiak mení z objektu prijímajúceho poznatky na objekt spolutvoriaci vyučovací proces. Zároveň sa tým prenáša zodpovednosť za žiakove znalosti čiastočne na neho samotného. Rozvoj poznávania je v žiakovych rukách a závisí od jeho iniciatívy vo vyučovacom procese. Uvedené aspekty vyučovania sú opísané v hnutí tzv. „reformnej výchovy“ v USA začiatkom 20. storočia (Dewey).

Pri tradičnom vyučovaní zameranom na osobnosť učiteľa sa žiakom vysvetľujú pojmy, princípy, metódy a následne sa od nich očakáva, že budú túto novú látku ovládať a pamätať si ju. Dôkazom toho sú aj niektoré časti učebníc a metodických príručiek k nim. Ako príklad uvedieme odporúčaný organizačný a didaktický postup práce na vyučovacom procese

(F. Zapletal a kolektív, 1981):

„Obsah rovnobežníka (2 hodiny)

V 5. ročníku sa žiaci naučili určovať vzdialenosť dvoch rovnobežiek, takže výšku rovnobežníka určia ako vzdialenosť priamok, na ktorých ležia protiľahlé strany rovnobežníka. Výškou sa myslí úsečka a jej dĺžka...

...Vzorec pre obsah rovnobežníka žiaci neodvodzujú, učiteľ im platnosť demonštruje podľa obrázkov v učebnici...

...Žiaci sa naučia vyhľadať vzorec aj v tabuľkách.

Keď to situácia v triede dovolí, môže učiteľ zaradiť ako rozširujúce učivo odôvodnenie k modelu, na ktorom demonštroval žiakom vzorec pre obsah.“

Z uvedeného je zrejmé, že dôraz sa kladie na použitie zapamätaného (vzdialenosť rovnobežiek) a zapamätanie nového (vzorec). Očividným, že naozaj ide o postup tradičného vyučovania, sa uvedený vyučovací postup stáva svojou poslednou vetou.

Inú možnosť naučenia sa tohto nového pojmu – obsah rovnobežníka – a poznatku – ako ho vypočítať- nám poskytuje metóda riadeného objavovania. Uvedená metóda je jednou z rôznych foriem problémového vyučovania.

1.1 História problémového vyučovania

Problém, ako objekt pomocou ktorého sa vyučuje, bol známy už veľmi dávno. Veď už Ahmes na Rhindovom papyruse z roku 1650 pred Kristom zaznačil súbor problémov. Pisár Ahmes ich pravdepodobne opísal z ešte starších dokumentov. Tieto problémy sa využívali skôr ako rekreačné úlohy alebo hádanky. V takejto forme môžeme nájsť problémy v rôznych kultúrach pred i po narodení Krista (Napr. v učení gréckych sofistov, problémy v čínskej učebnici Matematika v deviatich knihách a i.) Platón ovplyvnený Pytagorasom sformuloval svoje myšlienky takto: …realita, ktorú vedci myslia, že hľadajú, musí byť vyjadriteľná

v matematických vetách, lebo matematika je najpresnejší a najaxiomatickejší spôsob myslenia, akého sme schopní.

V Aténach založil Akadémiu, jednu z prvých školských inštitúcií. Akadémia bola zameraná na výskum a učenie filozofie a vied. O Platónovom živote a diele napísal Field: Platónov život „... nám ukazuje, že Platónova populárna koncepcia mimosvetského učenca, spriadajúceho teórie vo svojich štúdiach oddelených od praktického života je očividne nesprávna.“ (http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathema
ticians/Plato.html)

Môžeme teda tvrdiť, že problémy boli odtrhnuté od života a ako by povedali naši stredoškoláci „obyčajným zmyslu postrádajúcim teoretizovaním“.

Školstvo stredoveku bolo tzv. dogmatické, založené na hlavnom princípe: Pozoruj učiteľa a zapamätaj si. Toto malo za následok pasivitu žiaka, učenie memorovaním a hlavne neznalosť osobnosti žiaka, jeho potrieb, pocitov, metód chápania. Žiak sa nemal prečo pýtať, v kresťanskom svete niektoré otázky boli považované dokonca za kacírstvo. Takto vznikla a hlboko sa zakorenila škola, ktorá nepripravovala mladú generáciu na tvorivosť ani samostatnosť v tvorivej činnosti. Žiaci odrecitúvali, často vo veršoch, návody z učebníc. Ktoré číslo kde napísať, čo čím vynásobiť a pod. (Gábor, Kopanev, Križalkovič, 1989)

V druhej polovici 19. storočia nastupuje nová forma vyučovania, výkladovo-ilustratívna. V 20. storočí jej hovoríme aj tradičné vyučovanie. Učiteľ vysvetľuje nové učivo, podáva hotové pojmy a poznatky, ukazuje pravdivosť poznatkov, korektnosť metód, pričom používa názornosť. Úlohou žiaka je pozorne sledovať, pochopiť a následne si látku zapamätať. Kontrola, či žiak učivo zvládol sa robí pomocou odpovedí a písomných prác (skúšania).

Pritom sa zisťuje, či žiak vie učivo podať vlastnými slovami, či ho vie aplikovať. (Podľa Turek, 1982).

Prvé naštrbenie tohto ideálneho sveta (ja vyučujem – vy sa učíte) spôsobili v 19. storočí práce riaditeľa pruského seminára v Berlíne prof. Friedricha Adolpha Wilhelma Diesterwega, ktorý sa zaslúžil o rozvoj didaktiky ako vedy svojou publikáciou "Wegweiser zur Bildung für deutsche Lehrer" (Sprievodca vzdelaním pre nemeckých učiteľov) ako aj prácami v oblasti didaktík ním zastupovaných vied, hlavne matematiky a prírodovedy. Známa je jeho téza: „Zlý učiteľ podáva pravdu, dobrý učiteľ učí pravdu nachádzať.“ Jeho prácou bola po prvýkrát verejne zdôraznená aktívnosť a samostatnosť v učení. (http://www.zzbw.uni-hannover.de/diester.htm)

V druhej polovici 20. storočia vznikla prvá ucelenejšia a systematická teória problémového vyučovania, známeho aj pod názvom problem solving. Jej vznik je dôležitý hlavne s ohľadom na jej ovplyvnenie dovtedajších metód učenia. Postupne sa vykryštalizovala v USA v rámci hnutia „reformná výchova“ na základoch tzv. pragmatickej pedagogiky. Jedným z jej hlavných predstaviteľov bol John Dewey. Jeho práca siaha až na prelom 19. a 20. storočia, kedy sám založil a riadil experimentálnu školu v Chicagu. V nej mal možnosť priamo aplikovať svoje rozvojové myšlienky a pedagogické metódy. Skúsenosti zo svojho pôsobenia na uvedenej škole vytvorili materiál pre jeho prvú základnú prácu z oblasti teórie vyučovania: *The School and Society* (Škola a spoločnosť), publikovanú už v roku 1899. Okrem toho publikoval už v roku 1897 v časopise *The School Journal* (odborný školský časopis) článok s názvom *My pedagogic creed* (Moje pedagogické krédo), ktorý otriasol dovtedajšími dogmatickými prístupmi v didaktike. V roku 1904 zmenil pôsobisko, ale naďalej sa venoval problematike vyučovania, o čom svedčia jeho knihy *How We Think* (1910) (Ako rozmýšľame) a *Democracy and Education* (1916) (Demokracia a vzdelávanie) – zrejme jeho najdôleži-

tejšie dielo z tejto oblasti. Z jeho celého diela plynie základná téza, že učiteľ by mal doviesť dieťa k absolútnemu vedomému vlastníctvu jeho schopností. Dewey uvedené odôvodňuje nasledovne: S príchodom demokracie a modernej industriálnej spoločnosti je dôležité, ale asi aj nemožné, predpovedať, kde bude civilizácia o 20 rokov. Preto nie je možné pripraviť dieťa na presný súbor jeho budúcich životných podmienok. Pripraviť ho na život znamená dať mu informácie o ňom samotnom. Trénovať (učiť) ho tak, aby malo vždy plnú moc a schopnosť využívať svoje vedomosti, schopnosti a možnosti. Jeho oko, ucho a ruka sa musia stať výkonnými nástrojmi, aby malo schopnosť tvorby úsudku, rozvoja schopností a výkonov, na ktoré boli trénované. (bližšie pozri http://www.iep.utm.edu/d/dewey.htm) Jeho tu uvedené ciele výučby sú aj dnes aktuálne. Deweyove metódy však podcenili úlohu učiteľa do takej miery, že mali za následok chaos, nesústavnosť a nesystematickosť vedomostí a zručností žiakov.

Deweyovimi nasledovníkmi boli okrem iných W. H. Killpatrick, C.D. Washbourne, M. Parkhurstová, G. S. Counts, B. H. Bode. Celkovo by sa dalo charakterizovať ich učenie ako projektové. (bližšie pozri napr. Ecler, Schmitt, Altmannsberger)

Ďalšie osobnosti, ktoré mali značný vplyv na vyučovanie riešením problémov boli Polya a Lucas. Polya vo svojej knihe *How to solve it* (Polya, 1961) sa zaoberá matematickou úlohou. Vymedzuje jednotlivé etapy riešenia úlohy, stratégie jej riešenia.

Pólya vo svojej publikácii vysvetlil, že riešenie problémov sa opiera o štúdie heuristiky:

> „Cieľom heuristiky je študovať metódy a pravidlá objavovania a vynálezov … Heuristika, ako adjektíva, znamená „slúžiť na objavovanie“. … jej účelom je objaviť riešenie prezentovaného problému. … Čo je dobré vyučovanie? Systematické, dávajúce žiakom schopnosť objavovať veci samostatne.“ (http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Polya.html)

Vo svojej publikácii *How to solve it* sa Polya zaoberá postupom žiakovho usudzovania, počítania a interpretácie výsledkov. Žiakovo riešenie úlohy pozostáva z nasledujúcich etáp:

- pochopenie zadania úlohy
- voľba stratégie riešenia
- realizácia plánu riešenia
- interpretácia výsledkov.

Všetky 4 etapy tvoria proces riešenia (podľa Polya G.(1970)). Proces riešenia často spája tieto etapy nelineárne za sebou, niektoré etapy sa v ňom objavujú opakovane. Celkovo však môžeme hovoriť, že 1. etapa skrýva v sebe prácu s textom úlohy, zatiaľ čo ostatné sú charakterizované žiakovou tvorivou prácou. Samozrejme sa môžeme stretnúť s javom, kedy žiak nie je schopný prísť k uspokojivému výsledku práce s problémom. Aj tu nám Pólya dáva rozumný pokyn:

„Ak neviete vyriešiť problém, tak musí existovať ľahší problém, ktorý vyriešiť viete: Nájdite ho.“

(http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Polya.html)

Lucas skúmal efekt heuristicky orientovaného vyučovania na schopnosti riešiť problémy.

Ďalším zo snažení bol projekt USMES. V rámci neho deti vo veku 6 – 11 rokov riešili reálne problémy. Pritom si nerozvíjali len schopnosti myslenia v matematike, ale celkovú schopnosť riešiť problémové situácie. Dôraz sa kládol na interdisciplinárny charakter problému a jeho riešenie využívajúc vedomosti a schopnosti z viacerých vyučovacích predmetov. (http://www.coe.ufl.edu/esh/Projects/usmes.htm)

Podľa Bookera (2000) sa problem solving dnes stal stredobodom výučby matematiky. V mnohých prípadoch sa stal cieľom kurikula. Dokumenty kurikula obhajujú problem solvingový prístup vo výučbe matematiky.

No aj dnes mnohí (hlavne starší) ľudia sa vonkoncom necítia byť schopní riešiť problémy. Nemajú žiadne nápady, ako by sa mohlo riešenie hľadať, nie sú schopní nadviazať na matematické schopnosti, ktoré získali v aritmetike, algebre, geometrii a teórii miery. Nevedia ako riadiť proces riešenia problému. Nikdy s tým nemali žiadnu skúsenosť. Rozhodujúca pre tento proces je analýza problému. Na jej základe sa vyberajú dôležité údaje a volia sa vhodné stratégie. Postupne sa vyberajú jednotlivé stratégie a prichádza k riešeniu problému. Aby sme boli schopní takúto zložitú činnosť vykonávať, musíme si plne uvedomovať vlastnú schopnosť ju vykonávať. K tomu nám poskytuje možnosť práve skúsenosť z hodín (matematiky), kde sme spoločne, v skupinách, alebo aj samostatne problémy riešili.

1.2 Definície základných pojmov

Problém je v dielach rôznych autorov definovaný rôzne. Súčasný didaktik matematiky J. Kilpatrick napríklad charakterizoval problém ako situáciu, v ktorej máme dosiahnuť nejaký cieľ, ale priama cesta k nemu je zablokovaná. Aby bol problém matematický, tak by sme pri hľadaní odpovede mali používať matematické pojmy a princípy. (podľa J. Kopka, 1999)
Iné vysvetlenie podáva J. Kopka (1999) odvolávajúc sa na L. Frobischera. Problém charakterizuje pomocou jeho 3 hlavných zložiek:

- východisková situácia, v ktorej opisujeme súvislosti a poskytujeme informácie alebo údaje
- cieľ, ktorý chce riešiteľ dosiahnuť
- cesta od východiskovej situácie k cieľu, ktorá pre riešiteľa môže, ale tiež nemusí byť zrejmá a dosiahnuteľná.

Podľa toho, čo je žiakovi známe a neznáme, rozdeľuje problémy na:

1. rutinné problémy (cvičenia)

   všetky tri zložky sú známe

2. nerutinné problémy (úlohy)

   ak je iba cesta neznáma

3. matematický výskum

   cesta ani cieľ nie sú známe.

(podľa J. Kopka, 1999)

Uvedené nie je jedinou možnosťou delenia problémov. Podľa Berekovej (1996) rozlišuje Kopka medzi „problems“ a „investigation“. Pri riešení „problems“ ide o konvergentnú aktivitu smerujúca k riešeniu problému. „Investigation“ oproti tomu je činnosť divergentná a zahŕňame ju pod vyučovanie objavovaním. Frobisher potom rozdeľuje „investigation“ na dva typy:

- polootvorené (open-ended problems), ktoré zahŕňajú detské hľadanie cieľa, ktorý poznajú a ktorý je v probléme daný implicitne,
- otvorené (open problems), kde sa môže jednať o problémy v ktorých buď nie je známy cieľ alebo je síce známy cieľ, ale metóda je úplne otvorená.

C. Kupisiewicz (1964) chápe problém „ako prekážku teoretickej alebo praktickej povahy, ktorá vyvoláva skúmavý postoj subjektu a vedie k obohateniu jeho vedomostí. Východiskom takto chápaného problému je problémová situácia. Je to situácia, ktorá uvádza žiaka do rozpakov, vyvoláva pocit ťažkosti ale aj zvedavosti, protirečení, žiak narazí na niečo neznáme, znepokojujúce, nepochopiteľné, pričom spôsob prekonania prekážky je mu neznámy. Analýzou problémovej situácie sa dostaneme k formulácii problému, ktorý sa slovne vyjadrí. V procese riešenia problému nasleduje etapa tvorby hypotéz a ich overovania, ktoré smerujú k vyriešeniu daného problému.“

Podľa I. Tureka (1982) „prameňom, pohnútkou k mysleniu je problémová situácia, t.j. situácia, keď sa človek stretne s nejakou prekážkou, ťažkosťou vo svojej činnosti, t.j. protirečením, ak narazí na niečo neznáme, znepokojujúce, udivujúce, nepochopiteľné, pričom spôsob prekonania ťažkosti, prekážky je mu neznámy. Problém je prvok problémovej situácie, ktorý vyvolal ťažkosť, protirečenie. Prejavuje sa v tvare sformulovanej úlohy, v dôsledku analýzy problémovej situácie. Podstatou problémového vyučovania je utváranie množstva problémových situácií a riadenie činnosti žiakov pri viac – menej samostatnom riešení problémov.“

Z uvedených definícií jasne vyplýva, že problémová situácia je pre žiakov silne motivačná. Bez dostatočnej motivácie, by žiadne učenie sa neposkytovalo dostatočný výsledný efekt. Čiže úsilie učiteľa aj žiakov by bolo málo zhodnotené. Motivačná zložka problem solvingu sa stáva vnútorným hnacím motorom žiakovho záujmu o preberané učivo. Žiak sa so záujmom o preberanú látku lepšie učí.

Pojem matematický problém nevymedzujú všetci didaktici matematiky, radšej ho prezentujú príkladmi a protipríkladmi. My sme zatiaľ uviedli len definíciu matematického problému J. Kilpatricka. Sami chápeme matematický problém ako problém, ktorého riešenie si vyžaduje zapojenie matematického aparátu, alebo problém, ktorého cieľ má v matematike uplatnenie. Teda matematika sa musí objaviť v ceste alebo cieli problému.

V problémovom vyučovaní sa dobre uplatňujú nižšie uvedené princípy:

1. spolupráca

   častá práca v skupinách

2. pružnosť

   rýchle reakcie učiteľa aj žiakov na prácu a jej výsledky

3. vzájomná pomoc

   nadanejší žiaci sú nútení pomáhať menej nadaným

4. zlepšenie sebahodnotenia

žiaci sa dokážu vidieť reálne pozitívnejšie a získavajú sebavedomie

(podľa Bertrand, 1998)

Problémové vyučovanie sa v triede môže realizovať rôznymi formami. Dnes sú jasne vymedzené nasledujúce::

- problémový výklad,
- heuristická metóda,
- metóda objavovania a riadeného objavovania,
- brainstorming,
- hobo metóda,
- Gordonova metóda,
- projektové vyučovanie. (Turek, 1982)

Okrem nich sa pri realizácii problémového vyučovania môžeme stretnúť aj s ich kombináciami, kde počas vyučovacej hodiny jedna forma plynulo prechádza do druhej.

2 Stanovenie hypotéz, cieľov a metód práce

Zo všetkých tém v rámci školskej matematiky sme vybrali geometriu. Veď už Platón mal nad vchodom do Akadémie vytesané:

Let no one unversed in geometry enter here.

(Nenechajte vstúpiť nikoho neskúseného v geometrii.)

Za **cieľ** dizertačnej práce sme si stanovili[1]:

C1 spracovať autorskú zbierku problémových úloh prevažne z geometrie,

C2 experimentálne overovať primeranosť nami vytvorených geometrických problémov priamo vo výučbe,

C3 v práci rovnomerne obsiahnuť učivo geometrie všetkých ročníkov 2. stupňa základnej školy

Z cieľov sa odvíjajú aj základné **hypotézy** práce:

H1 pre učiteľa navrhnutá zbierka prinesie dobrú orientáciu vo formách a možnostiach výučby metódou problem solving a učitelia spomínanú metódu začnú vo zvýšenej miere používať,

H2 práca s problémovými úlohami prinesie želaný rozvoj matematických schopností žiaka (minimálne na tej istej úrovni ako pri tradičnom vyučovaní),

H3 žiaci sa prestanú báť možnosti pomýlenia sa a matematika nebude neobľúbený predmet.

[1] Nakoľko v tejto knihe sa venujeme vyhodnoteniu výskumov, nebudeme publikovať všetky časti pôvodnej dizertačnej práce a nebudeme sa snažiť o naplnenie cieľov ani verifikáciu všetkých hypotéz.

Uvedené ciele a overovanie hypotéz sme sa v dizertačnej práci rozhodli realizovať pomocou:

1. prirodzeného pedagogického experimentu,
2. didaktických testov,
3. aktívnej tvorby úloh pre matematickú olympiádu
4. dotazníkov,
5. štúdia školských dokumentov,
6. pozorovania,
7. štatistických metód spracovania výsledkov.

Prirodzený pedagogický experiment je osobitne (v zhode s úlohou) skonštruovaný a uskutočnený pedagogický proces. Prirodzeným ho nazývame, lebo k nemu dochádza priamo v reálnych podmienkach školy.

Pre kontrolu, či pri tejto forme vyučovania nedochádza k neželanému poklesu úrovne vedomostí žiakov (H2) sme robili porovnanie pomocou štvrťročných písomných prác (didaktických testov). Písomné práce sa realizovali v triede učenej metódami problémového vyučovania a v triede vyučovanej tzv. tradičným vyučovaním.

Ďalšou nemenej dôležitou časťou experimentu bola tvorba úloh, vzorových riešení a komentárov pre jednotlivé kolá matematickej olympiády žiakov základných škôl a osemročných gymnázií. V tomto nám veľmi pomohla práca v Slovenskej komisii matematickej olympiády, kde zastávam pozíciu vedúcej úlohovej komisie MO kategórií Z.

Pre overenie hypotéz boli vytvorené dotazníky dvojakého druhu. Jeden mal za úlohu zistiť, aký vplyv malo vyučovanie pomocou problémov na žiakov. Týkal sa ich pocitov a sebahodnotení, ako aj hodnotení predmetu matematika v porovnaní s inými predmetmi. Jeho vyhodnotenie nám malo priniesť potvrdenie alebo vyvrátenie hypotézy H3. Druhý dotazník bol rozposielaný učiteľom základných škôl. Jeho úlohou bolo nájsť formu komentárov, ktorá sa učiteľom zdá najvhodnejšia pre prácu s problémovými úlohami.

V našej práci sme sa nemohli vyhnúť ani štúdiu školských dokumentov. Do celej práce jasne vstupujú učebné osnovy ako regulátor učebného procesu. Premietli sme ich aj do jednotlivých kapitol zbierky[2], čím je v nej zjednodušená orientácia. Na druhú stranu bolo nutné poznať učebnice, ktoré má žiak k dispozícii. Pri domácej príprave sú mu pomôckou a majú napomáhať pochopeniu učiva.

V rámci výučby sme pozorovali reakcie žiakov, na ich základe operatívne menili metódu vyučovania.

Napokon sme pripravili vyhodnotenie žiackych riešení niekoľkých problémových úloh. Pritom pre jednotlivé úlohy boli urobené analýzy a priori, aké sa robia v komentároch domáceho kola matematickej olympiády. Uvedené výsledky sme štatisticky spracovali aj pomocou programu CHIC.

[2] Medzičasom uverejnenej v MPC Bratislava:
Dillingerová M.: Geometrické úlohy z matematickej olympiády ZŠ, Metodicko-pedagogické centrum Bratislavského kraja, Bratislava, 2005

3 Problémový prístup k učivu geometrie

V tejto kapitole by sme chceli uviesť možnosti, ako pristupovať k vyučovaniu geometrie s ohľadom na problem solving. Postupne odprezentujeme časti jednotlivých tém učebných osnov a návrhy na realizáciu vyučovania na hodinách. K niekoľkým témam pridáme aj opis takto realizovanej hodiny. Podľa typu práce s problémom sme vybrali tri signifikantné a opisujeme ich v kapitolách Problém ako motivácia, Problém pre tvorbu hypotéz a Problém umožňujúci individuálny postup žiakov.

3.1 Problém ako motivácia

Ak na vyučovacej hodine navodia žiaci samostatne problém, môže ho učiteľ využiť napríklad ako silnú motiváciu pri zavádzaní nových pojmov. V tomto prípade žiaci cítia vnútornú potrebu zjednotiť svoju terminológiu a vytvoriť si do budúcnosti platné termíny, pojmy. Zároveň sa tým odstraňuje odpor k preberaniu definícií nových pojmov z učebnice. Aj keď matematické pomenovania pojmov zväčša prezentuje učiteľ, žiaci si samostatne môžu vytvoriť svoje definície. Úloha učiteľa spočíva v tom, že musí dohliadať na korektnosť žiackych definícií. Jednu hodinu, na ktorej sme takto vytvorili pojmy *sečnica kružnice, dotyčnica kružnice* a *nesečnica kružnice* prezentujeme na ďalších riadkoch. Uvedená hodina bola odučená hobo metódou.

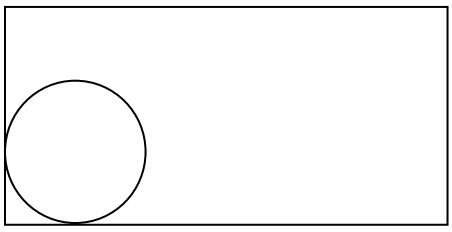
Opis vyučovacej hodiny

Výučbu sme realizovali v ôsmom ročníku ZŠ počas štvrtej vyučovacej hodiny. Išlo o klasickú triedu bez zamerania či špecializácie a výučby sa zúčastnilo 26 z 27 žiakov triedy.

Na úvod, sme žiakom oznámili, že sa zahráme na nemých. Naviac niektorí vedia iba písať a iní iba kresliť. Našou úlohou bude preniesť informáciu - obrázok, ktorý sa nesmie pohnúť z miesta, - cez tých, ktorí nevedia kresliť. Dohodli sme sa, že obrázkov pošleme šesť. Vždy po jednom spredu a zozadu v každom rade. Ich úlohou bude, po prechode informácie cez rad, podať nám obrázok podobajúci sa na ten pôvodný. To znamená, že na ňom budú rovnaké objekty, rovnako usporiadané, ale môžu zmeniť veľkosť. Prvá dvojica dostane obrázok. Na čistý papier napíše, čo na ňom vidí. Musí sa snažiť urobiť to tak, aby nasledujúca dvojica obrázok správne „zrekonštruovala" a mohla ho na nový papier nakresliť. Tento postup sa ešte raz zopakuje. Každej dvojici sme vymedzili na jej činnosť 3 minúty času. V priebehu hry sa však ukázalo, že kresliť sa dá rýchlejšie, ako písať. Preto sme časové limity pozmenili na 4 minúty pre dvojice tvoriace popis a 2 minúty pre dvojice kresliace obrázky. Po ujasnení základných pravidiel pre tvorbu lístočkov, mohla hra začať. Rozdali sme 6 obrázkov a žiaci začali usilovne písať, dohadovať sa a neskôr aj kresliť. Na konci hry sme zozbierali všetky papieriky (aj popísané aj pokreslené) a prezentovali sme zmeny pôvodných obrázkov kreslením na tabuľu. Niektoré premeny obrázkov boli žiakom smiešne, nad inými sa začali rozčuľovať slovami: „… Ty si vôbec nenakreslil to, čo som ti tam napísal!…",

„…Toto si tam vôbec nenapísal…",

„…Kto mal vedieť, čo tým myslíš?…" a pod.

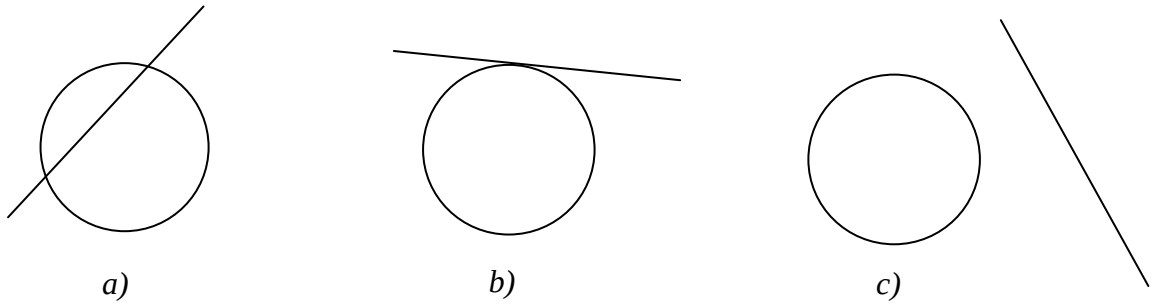


Obr. 1

Problémová situácia bola na svete. Síce sme im ju pripravili premyslenou hrou my, ale svoj účel práve začínala plniť. Tu bolo dôležité triedu utíšiť a usmerniť v ďalšom počínaní. Posledné sa nám podarilo poznámkou: „Asi by bolo vhodné, spraviť dohodu, ako niektoré polohy budeme volať." V triede sa rozpútala búrlivá diskusia, ako nazvať polohu z obrázku č. 1.

Padalo množstvo návrhov od „…kružnica je celá vnútri obdĺžnika. Leží na jeho spodnej strane a opiera sa o ľavú bočnú stranu…“ až po „…nakresli zhora pohľad na škatuľu bez vrchnáka, v ktorej leží malá lopta. Je tak malá, že sa dotýka len dvoch stien škatule…“. Pritom si žiaci stále viac uvedomovali, že v každom obrázku je kružnica.

Tu sme opäť zasiahli do diskusie a začali ju usmerňovať želaným smerom. Nakreslili sme na tabuľu 3 nové obrázky znázorňujúce vzájomnú polohu priamky a kružnice (obr. č. 2).



a) *b)* *c)*

Obr. 2

Žiaci začali vymýšľať samostatne názvy jednotlivých polôh. Po prejdení asi troch minút sme im v rýchlom slede kládli otázky typu:

Čím sa obrázky odlišujú?

Čo majú spoločné?

Čo by si chcel(a) do obrázku doplniť?

Ktorú časť obrázka z našej hry ti pripomínajú jednotlivé obrázky nakreslené na tabuli?

Ako by si tie polohy pomenoval v našej hre? atď.

Na každú otázku odpovedali postupne viacerí žiaci. Ich vnútorná motivácia bola badateľná zo zápalu, s akým sa každý snažil povedať niečo nové. Nikto sa neuspokojil s opakovaním výpovede niekoho iného. Až pri otázkach na názvy polôh sa po 4. – 6. povedanom názve začali žiaci k niektorým z povedaných prikláňať.

Uvedenou činnosťou vymysleli a dohodli termíny: „priamka dnu-von-ka”, „dotyčnica” a „nemajú nič spoločné” nazývaná aj „idúca mimo”. Žiakov sme naviedli na slová sekať, roz-

seknúť, nerozseknúť a zhrnuli sme to, čo žiaci sami na hodine vytvorili. K obrázkom sme zároveň doplnili správne matematické pojmy. Žiacke „definície“ potom vyzerali takto:

„Priamka dnu-von-ka presekne kružnicu v 2 bodoch, vzniknú dva kružnicové oblúky a volá sa sečnica.

Priamka dotyčnica sa kružnice dotýka, čiže majú 1 spoločný bod, cez ktorý priamka nevojde do vnútra kruhu ohraničeného našou kružnicou, ani nevychádza z vnútra tohto kruhu von.

Priamka idúca mimo sa kružnice ani len nedotkne, nie že by ju dokázala preseknúť, čiže nemá s kružnicou spoločný bod a volá sa nesečnica.“

Hoci nejde o presné a korektné definície sečnice, nesečnice a dotyčnice, žiaci ich veľmi dobre pochopili. Neskoršie používanie zavedených pojmov, hľadanie vlastností takto definovaných priamok im nerobilo žiadne problémy. Žiaci boli na nasledujúcej hodine samozrejme oboznámení aj s učebnicovými definíciami a používanie nekorektných názvov (dnu-von-ka) sa vytratilo približne po dvoch vyučovacích hodinách. Tým, že žiaci boli tvorcami terminológie, neprichádzalo u nich k zámene názvov ani na neskorších hodinách.

3.2 Problém pre tvorbu hypotéz

Využiť problém pre tvorbu hypotéz nie je až také ťažké, čo dokazujú mnohé výskumy H. Berekovej (1996). Vo všetkých však ide o problémy z oblasti algebry, teórie čísel, prípadne kombinatoriky. My sa zameriame len na postavenie hypotézy. Pôjde o problém, ktorý spája teóriu čísel s geometrickým učivom. Dôkaz počas hodiny postavenej hypotézy sa síce tiež dá realizovať metódou problem solving, ale v konkrétnom nižšie uvedenom prípade boli žiaci pre takýto postup príliš vyčerpaní. Musíme podotknúť, že tu došlo k nášmu zlému odhadu času, potrebného na realizáciu objavenia a dokázania hypotézy. Predpokladali sme, že jedna vyučovacia hodina bude postačovať na obe aktivity. Počas experimentu sme však zistili, že

dôkaz môžeme už iba demonštrovať, nie pokúšať sa so žiakmi odvodiť. Na opisovanej vyučovacej hodine sme skombinovali metódu riadeného objavovania s brain-stormingom.

Opis vyučovacej hodiny

Výučbu sme realizovali v ôsmom ročníku ZŠ. Išlo o klasickú triedu bez zamerania či špecializácie a výučby sa zúčastnilo 24 z 27 žiakov triedy.

Deň vopred sme žiakov oboznámili, že na nasledujúcej hodine budeme napodobňovať prácu výskumných tímov. To znamená, že jednotlivé tímy (4 – 5 žiakov) budú sedieť okolo jedného stola. Stôl bude tvorený dvoma lavicami spojenými dlhšími stranami. Všetci budú pripravení za použitia obvyklých pomôcok na matematiku, okrem učebníc, tabuliek a odborných kníh, riešiť výskumnú úlohu. Učiteľka bude v úlohe riaditeľa výskumného ústavu, v ktorom sú oni všetci zamestnancami.

Na druhý deň nás hneď ráno čakala vzorne pripravená a za prácou dychtivá trieda. Bolo potrebné už len zadať úlohu, ktorú sme prezentovali nasledujúcimi slovami:

„Minulý týždeň som listovala v jednej starodávnej matematike a narazila som na stranu popísanú samými číslami. Nadpis na tejto strane znel TROJUHOLNÍKOVÉ RODINKY ČÍSEL a pod ním nasledovali takéto trojice čísel:

3,4,5	22, 120, 122	13, 84, 85
19, 180, 181	9, 40, 41	27, 364, 365
5,12,13	23, 264, 265	15, 36, 39
20, 99, 101	10, 24, 26	28, 45, 53
6, 8, 10	24, 45, 51	16, 63, 65
20, 21, 29	11, 60, 61	29, 420, 421
7, 24, 25	25, 312, 313	17, 144, 145
21, 72, 75	12, 35, 37	36, 77, 85“
8, 15, 17	26, 168, 170	

Aj nadpis aj trojice sme žiakom vypísali na tabuľu, aby mali prehľad o tom, čo nás bude zaujímať. Pokračovali sme v zadávaní problému: „Žiaľ nejaký „mudrc“ z tej krásnej knihy nasledujúce stránky vytrhol a ja som sa o tých číslach už nič nedozvedela. Teraz ma najviac zaujímajú tieto otázky:

1. Prečo sa volajú trojuholníkové?
2. Prečo práve tieto trojice čísel tvoria rodinky? Je medzi nimi nejaký vzťah?
3. Sú to všetky, alebo ich existuje viac? Ak ich existuje viac, vedeli by ste nájsť novú trojuholníkovú rodinku čísel?

Máte pomôcky, viete čo ma zaujíma, môžete začať skúmať. Ja ako riaditeľ výskumného ústavu budem postupne chodiť pomedzi vás a spýtam sa, ako ďaleko ste s výskumom, na ktorú otázku ste už našli odpoveď.“

Otázky sme samozrejme zapísali na tabuľu, aby ich žiaci mali stále pred sebou a nechali sme ich chvíľu pracovať úplne samostatne. Potom sme postupne chodili od skupiny ku skupine a zisťovali sme, čo robia, ktorá otázka ich najviac zaujala.

Žiaci sa veľmi rýchlo pustili do práce. Prvá hypotéza, ktorú vyslovili 4 skupiny z piatich, bola:

H1 z každej rodinky sa dá zostrojiť trojuholník.

Jedna skupina tvrdila, že ide o rôznostranný trojuholník a takých je „milión *x*“, čiže tým boli pre nich zodpovedané aj ďalšie otázky. Túto skupinu bolo treba opäť vtiahnuť do práce otázkami. Ostatní si niekoľko trojuholníkov narysovali a tvrdili, že ide o pravouhlé trojuholníky. V poslednej skupine začali pracovať skôr na algebraickom pozadí rodiniek a všimli si, že pre rodinku 29, 420, 421 platí: $29^2 = 420 + 421$. Vznikla hypotéza

H2 druhá mocnina najmenšieho je súčet ďalších dvoch.

Túto skutočnosť overovali na zle vybranej vzorke iných rodiniek. Museli sme ich naviesť na rodinku, ktorá hypotézu vyvracala.

Z uvedeného je jasné, že táto forma práce ponúka možnosti pre individuálny postup. Dobrých postrehov postupne pribúdalo. Na konci hodiny sme mohli zhrnúť, že výskumné tímy sa dopracovali k hypotézam uvedeným ďalej:

H3 Trojuholníky so stranami dĺžok daných trojuholníkovou rodinkou čísel sú všetky pravouhlé. (5 skupín)

H4 Ak umocníme posledné číslo a odčítame od neho druhú mocninu prostredného, dostaneme najmenšie číslo na druhú.(1 skupina)

H5 Spravím druhé mocniny zo všetkých čísel, sčítam 2 menšie a vyjde mi to najväčšie. (4 skupiny)

H6 Dajú sa vymýšľať nové, ale neviem ako. (1 skupina)

H7 Dajú sa vymýšľať nové, napríklad, že si narysujem ľubovoľný pravouhlý trojuholník a odmeriam dĺžky strán. (2 skupiny)

H8 Dajú sa vymýšľať nové, napríklad vynásobíme každú stranu dvoma. Z rodinky 3, 4, 5 dostaneme 6, 8, 10. (1 skupina)

H9 Dajú sa vymýšľať nové tak, že dve strany vymyslím a tretia mi vyjde ako odmocnina.

Ako vidieť z vypísaného, najrôznorodejšie odpovede sme dostali na tretiu otázku. Preto sme žiakov teraz nechali verejne diskutovať. Počas diskusie sa za našej účasti a podpory obrázkov, ktoré sme spoločne kreslili na tabuľu, matematizovala terminológia výpovedí. Pred záverom hodiny sme ešte raz zhrnuli, nové závery:

Z1 Trojuholníkové rodinky čísel určujú dĺžky strán pravouhlých trojuholníkov.

Z2 a*)* Druhá mocnina prvého čísla je to isté ako rozdiel druhých mocnín tretieho a druhého čísla.

b) Súčet druhých mocnín menších čísel je rovný druhej mocnine najväčšieho čísla.

c) Ak vezmeme pravouhlý trojuholník, potom druhá mocnina dĺžky prvej odvesny plus druhá mocnina dĺžky druhej odvesny sa rovná druhej mocnine dĺžky prepony.

Z3 Takýchto trojuholníkových rodiniek čísel existuje nekonečne veľa, stačí vziať niektorú z uvedených a všetky čísla vynásobiť tým istým číslom.

Po tomto zhrnutí sme žiakom prezradili, že práve objavili Pytagorovu vetu a uviedli sme jej znenie z učebnice. Dohodli sme si, že na nasledujúcej hodine si ukážeme, ako sa to dá dokázať.

Dôkaz sme použili obrázkový so strihaním štvorcov nad odvesnami na kúsky, z ktorých sa dá poskladať štvorec nad preponou. Výhodu opísanej formy výučby sme pocítili priamo na hodine záujmom žiakov o učivo, ale aj neskôr. Ako sa ukázalo, žiaci mali pevný spoj medzi predpokladom Pytagorovej vety (pravouhlosť trojuholníka) a Pytagorovym vzťahom ($a^2 + b^2 = c^2$). Rozdiel medzi žiakmi, ktorí sa na výučbe zúčastnili, a ostatnými bol evidentný v momente, keď bolo nutné v úlohe použiť Pytagorovu vetu, ale trojuholníkov v zadaní úlohy bolo viac. Žiaci, ktorí neskúsili „vymyslieť Pytagorovu vetu“, zákonite používali Pytagorov vzťah na ľubovoľný trojuholník.

3.3 Problém umožňujúci individuálny postup žiakov

Poslednou, v tejto práci publikovanou formou je použitie problémovej úlohy pre prácu v triede, v ktorej majú žiaci rôzne hlboké poznatky. Problémové úlohy napomáhajú postupovať individuálnym tempom, čo má za dôsledok, že žiadnemu žiakovi nebude chýbať niektorý „základný kameň“. Každý má čas pochopiť postupne celý obsah preberaného učiva. Cieľom opísaných dvoch nadväzných hodín matematiky bolo:

a) s lepšími precvičiť
b) slabších naučiť riešiť

úlohy na pohyb jedného konkrétneho typu. Veľkú rolu zohrávala možnosť odhadovania výsledkov. Pri zdôvodňovaní odhadov sú žiaci tvorcami teórií, ktoré musia verejne obhajovať. Tento postup má veľký vplyv na dobré uchovanie poznatku, postupu a pod. V prípadoch, keď učiteľ kladie žiakom rýchlo za sebou otázky typu:

Prečo…? Ako…? Čo o tom vieš povedať…?

Dochádza k brain-stormingu. Za veľmi krátku dobu odznie veľa dobrých i zlých nápadov, indícií, názorov a žiaci sú nútení z povedaného vybrať dobré a spojiť do celku. Na opisovanej hodine bola použitá heuristická metóda spojená so skupinovým vyučovaním. Do tejto práce sme ju zaradili napriek tomu, že neide o geometrickú tému. Forma hodiny je natoľko špecifická, že by sa nám ťažko umelo vytváralo podobný problém čisto v geometrii. To je jav, ktorý musí spontánne vzniknúť (napríklad spojením dvoch škôl a novým prerozdelením žiakov do tried). Nebolo možné ho vyhľadávať, takže tu opisovaná hodina má slúžiť hlavne učiteľom ako vodítko svojou formou, nie obsahom.

Opis vyučovacej hodiny

Počas preberania tematického celku Lineárna funkcia a jej graf nás žiaci požiadali o vysvetlenie prijímačkových príkladov na pohyb. Po rýchlom zistení, že úplné vysvetlenie a precvičenie tejto látky na základe zostavovania rovníc fyzikálnych vzťahov, by zabralo minimálne 4 až 5 vyučovacích hodín, som zvolila metódu grafického riešenia. Pritom sme sa so žiakmi zamerali na úlohy o dvoch proti sebe sa pohybujúcich objektoch, ktoré sa najčastejšie vyskytujú na prijímacích pohovoroch.. Žiaci látku pochopili, ale s výsledkom neboli vnútorne spokojní. Zistili, že nevedia dostatočne presne rysovať, preto je ich riešenie správne len pri určitej tolerancii (zvyčajne $\pm 5\,\text{km}$ a $\pm 3\,\text{min}$). Po mesiaci som sa k úlohám na pohyb vrátila v rámci celku Slovné úlohy. Na moje prekvapenie ich žiaci bez problémov graficky riešili. No opäť boli s výsledkom svojej práce nespokojní. Pripravila som im teda tri série problémov, ktoré riešili na dvojhodinovke. Všetci boli upozornení, že môžu výsledky aj odhadovať. Mno-

hé odhadnuteľné boli. Žiaci mohli v lavici spolupracovať, čím sa vytvorili skupinky po dvoch. Nakoľko sme chceli, aby objavovali zákonitosti, bolo dôležité, aby už od začiatku neboli s úlohou, ktorej riešenie je len nejasné, sami. Pri komunikácii v rámci lavice, nedochádzalo k prílišnému vyrušovaniu uvažujúcich a zároveň myšlienky a nápady, ktoré do riešenia úloh žiaci vkladali mohli byť na základe žiackych individualít heterogénne. Tvorbou skupín sme zabezpečili akúsi minimálnu divergentnosť myslenia. Pred samotným zadaním úloh sme ich upozornili, že všetky objekty aj ľudia sa v úlohách pohybujú rovnomerným priamočiarym pohybom.

I. SADA

1. Auto ide z Bratislavy do Nitry (98 km) rýchlosťou 60 km/h. Z Bratislavy vyrazilo o 12:00 hod. Kedy bude v Nitre?
2. Naspäť vyrazilo o 23:30 hod. Cesty sú prázdne, takže dosiahlo priemernú rýchlosť 84 km/h. Stihne šofér auta rýchlik do Budapešti, odchádzajúci z hlavnej stanice o 0:45 hod?
3. Čo myslíš, aká je priemerná rýchlosť auta na ceste Bratislava - Nitra - Bratislava?

   a) 72 km/h *b)* 70 km/h *c)* 68 km/h Prečo?

II. SADA

1. Auto ide z Bratislavy do Trnavy (60 km). V Trnave má byť o 8:30 hod. Kedy má vyraziť, ak jeho priemerná rýchlosť dosahuje 96 km/h?
2. Dve autá idú do Trnavy. Prvé vyrazilo o 16:20 hod z Bratislavy (60 km) a druhé o 16:20 hod z Piešťan (50 km) . Aké majú mať priemerné rýchlosti, aby sa presne o 17:00 hod v Trnave stretli?
3. Fero a Jožo sa dohodli, že pôjdu spolu na futbal. Stretnú sa o 17:00 pred štadiónom. Fero to má na štadión 500 m, Jožo 950 m. Jožo vyrazil o 16:45 hod. Kedy má vyraziť na cestu na štadión Fero, ak pôjde rovnako rýchlo ako Jožo? (Obaja prídu o 17:00 hod, ako sa dohodli.)

III. SADA

1. Dve autá išli proti sebe z miest vzdialených 160 km. Priemerná rýchlosť oboch áut bola 80 km/h. Ako dlho pôjdu, než sa stretnú? Najprv odhadni, potom presvedči kamarátov.
2. Dve autá vyrazili o 8:00 hod proti sebe z miest vzdialených 180 km. Rýchlosť prvého je 50 km/h, rýchlosť druhého je 70 km/h. Odhadni o koľkej sa stretnú a over si to prepočítaním dráh, ktoré prejdú.
3. Dve autá vyrazili o 18:00 hod proti sebe z miest vzdialených 200 km. Prvé má priemernú rýchlosť 90 km/h, druhé 60 km/h. O koľkej sa stretnú? Akú dráhu prejde dovtedy každé z nich?

Prvá sada mala žiakov uviesť do vzťahu medzi rýchlosťou, časom a dráhou. Ukázalo sa, že s týmto žiaci pracujú viac - menej na úrovni chápania priamej úmernosti: čím dlhšie ide, tým dlhšiu dráhu prejde. Najväčší problém predstavovala tretia úloha. Bola vytvorená ako varovný príklad. Žiaci sa podľa odpovedí rozdelili do 3 skupín. Prečo nemôže byť pravdivá odpoveď *a)* si veľmi rýchlo ukázali. Zaujímavosťou bolo, že naozaj dôsledne naformulovali prečo nie a zároveň nevyužili, že by niektorá iná mala mať väčšie šance byť pravdivá. Medzi odpoveďami *b)* a *c)* dlho zvažovali. Tu vstúpili jasne do deja dvaja žiaci, ktorí látku ovládali, a pomohli prívržencom odpovede *c)* preukázať jej pravdivosť. Po krátkom zhrnutí zisteného sme rozdali skupinkám druhú sadu.

Tu sa žiaci postupne dostávajú k príkladom, ktoré sme sa chceli naučiť riešiť - objaviť ako ich riešiť. Tretia úloha je toho dôkazom. Žiaci automaticky opäť použili priamu úmeru:

$$\frac{15}{500} = \frac{x}{950} \Rightarrow x = 28'30''$$

Uvedené riešenie bolo dlho prediskutovávané a vysvetľované trom skupinkám.

Tretia sada triedu jasne rozdelila na „hádačov, kresličov, rovničkárov a nezúčastnených“. Hádači ozaj skúšali výsledok uhádnuť, až následne hľadali overenie. Kresliči si aspoň

načrtli graf, z grafu odčítali približné hodnoty, ale už ich neoverovali. Rovničkári boli už spomínaní dvaja šikovní a ešte jedna dvojica, ktorá medzičasom objavila resp. znova objavila správne použitie fyzikálnych vzorcov. Nezúčastnení sa dopredu rozhodli, že tieto úlohy už presahujú ich sily a miera ich aktivity pre tento deň bola dostatočne naplnená. Každý ukazoval svoj spôsob, ako úlohy vyriešil. Medzi rovničkármi a ostatnými bol však naďalej príliš veľký odstup na to, aby tento spôsob všetci prijali. Naviac bol vyučovací proces prerušený prestávkou.

Po prestávke som nechala žiakov v úlohách II/2,3 a III/1,2,3 určovať nasledujúce pomery: $\frac{v_1}{v_2}, \frac{s_1}{s_2}, \frac{t_1}{t_2}$. ($v_i$ označuje rýchlosti, s_i dráhy a t_i časy jednotlivých aktérov úlohy)

Mnohí dopredu odhadli, že pomer rýchlostí sa rovná pomeru dráh. Spočiatku tvrdili, že to bude to isté aj pre časy, ale rýchlo boli počítajúcimi opravení. Druhou pomôckou bolo, keď som sa ich spýtala, akú dráhu prejdú autá spolu za 1 hodinu. Žiaci prišli sami ku vzťahu:

$$\frac{v_1.1 + v_2.1}{s} = \frac{1}{t}$$

s vzájomná vzdialenosť - dráha, ktorú majú spolu prejsť

t čas, ktorý na to potrebujú

Nastala diskusia, či to platí vždy. Zástancovia tejto teórie „vyhrabali“ niektoré staršie graficky riešené príklady a opäť demonštratívne overovali svoju teóriu. Postupne s nimi súhlasila celá trieda.

Nezúčastnení preto, že to bolo jednoduchšie, ako vysloviť a vysvetliť vlastný názor.

Rovničkári preto, že postupne počas diskusie ostatných dostali za úlohu svoju sústavu rovníc konkrétnych príkladov prepísať do fyzikálnych vzťahov (fyzikálnymi značkami) a následne ju pretransformovať na rovnosť pomerov, ktorú sme objavili.

Hádači sú najskôr náchylní uveriť hypotéze postavenej na konečnom počte pokusov. To sa stalo aj tu. Oni sami necítili potrebu si ešte niečo vysvetľovať či zdôvodňovať. Máloktorí z nich sledovali aj následnú ukážku rovničkárov, ktorí svoje snaženia obhajovali ako poslední.

Kresliči prijali tento spôsob len ako ďalšiu metódu. Pre niektorých z nich dokonca zbytočnú, čo sa prejavilo aj v tretej písomnej práci z matematiky. Používali naďalej len ono „nepresné“ grafické riešenie.

V záverečných 15 minútach nasledovalo počítanie príkladov na precvičenie úloh o pohybe. Pritom šikovnejší žiaci dostávali individuálne modifikované zadania. Napr.: Autá nevyrazili naraz… Jedno auto si po 30 minútach jazdy urobilo 20 minútovú prestávku… Auto po hodine jazdy zmenilo rýchlosť. a pod.
Napriek týmto sťaženiam, žiaci pohotovo reagovali a počítali bez chýb.

Tu opísaná hodina bola atypická svojim začiatkom, kde každý žiak priniesol inú skúsenosť, prípadne separované alebo univerzálne modely chápania a riešenia úloh o pohybe. Jej realizácia bola veľmi náročná. V žiakoch však odbúralo pocity neistoty a pomohlo vytvoriť si vlastné schémy riešenia tohto typu úloh. Nakoľko všetky poznatky, ktoré objavíme samostatne sa do pamäte vrývajú hlbšie, než tie sprostredkované, hodina splnila svoj cieľ.

4 Vyhodnotenie prirodzeného pedagogického experimentu

Tak ako sme si dali za cieľ, boli navrhované metódy experimentálne postupne v piatom a šiestom ročníku ZŠ odskúšané. Na realizáciu tohto cieľa sme dva roky učili na bratislavskej základnej škole. Škola mala dve triedy v ročníku. Žiaľ úroveň vedomostí žiakov v týchto triedach bola rôzna. Preto sme nemohli voliť priame porovnanie oboch tried. S učiteľkou, učiacou v paralelnej triede sme sa však dohodli na spoločných štvrťročných písomných prácach. Z ich výsledkov sa malo preukázať, či sa žiaci naďalej od seba vedomostne vzďaľujú tak, ako sa pred odštartovaním experimentu dalo očakávať, alebo proti očakávaniu napredujú vzhľadom na porovnávaciu vzorku s konštantným odstupom. Výsledky z týchto písomných prác sú uvedené vo forme percentuálnej úspešnosti vzhľadom na bodové hodnotenie jednotlivých písomiek.

percentuálne a pomerné vyhodnotenie tried

Písomné práce	trieda A v %	trieda B v %	B/A	B/A v %
1. štvrťročná	70.18	58.9	0.8393	83.927
2. štvrťročná	68.3	47.74	0.699	69.898
3. štvrťročná	82.38	56.98	0.6917	69.167
4. štvrťročná	79.37	51.05	0.6432	64.319
1. štvrťročná	76.43	56.42	0.7382	73.819
2. štvrťročná	67.46	53.07	0.7867	78.669
3. štvrťročná	75.03	63.1	0.841	84.1
4. štvrťročná	71.52	59.48	0.8317	83.166

Tab. 1

Vidíme, že pomer toho, čo urobí experimentálna trieda B, k tomu, čo vyrieši trieda A, sa pohybuje od 64,3% až po 84,1%. Pritom pomer sa v šiestom ročníku oproti výsledkom z piateho ročníka lepší. Zatiaľ čo v piatom ročníku žiak triedy B zvládol v priemere 71,8% toho, čo žiak triedy A, v šiestom ročníku to je už 79,9%.

Pre lepšiu možnosť porovnania úrovne vedomostí z geometrie uvádzame aj prehľad výsledkov geometrických úloh týchto žiakov v štvrťročných písomných prácach.

porovnanie geometrických úloh

	trieda A v %	trieda B v %	B/A	B/A v %
obvod obrazca	90	67.4	0.7489	74.889
konštrukcia trojuholníka	61.3	48.6	0.7928	79.282
konštrukcia osi uhla	84.2	51.59	0.6127	61.271
konštrukcia zadaného uhla	71.87	62.5	0.8696	86.963
Zistenie veľkosti uhla	58.33	34.52	0.5918	59.181
premena jednotiek	79.91	41.27	0.5165	51.646
voľné rovnobežné premietanie	66.5	67.36	1.0129	101.29
povrch kvádra	75.6	66.1	0.8743	87.434
konštrukcia trojuholníka	68.11	44.7	0.6563	65.629
výšky trojuholníka	77.17	48	0.622	62.2
uhly rovnobežníka	57.6	60.29	1.0467	104.67
slovná úloha na obsahy	67.36	46.08	0.6841	68.409
obvod štvoruholníka	76.04	60.78	0.7993	79.932

Tab. 2

V tejto tabuľke sa nám pomerný ukazovateľ pohybuje od 51,6% až po 104,7%. Teda žiaci experimentálnej B triedy dokážu občas vyriešiť viac ako žiaci porovnávanej A triedy. Ak by sme tieto úlohy opäť rozdelili na úlohy piateho ročníka (obvod obrazca, konštrukcia trojuholníka, konštrukcia osi uhla, konštrukcia zadaného uhla, zistenie veľkosti uhla, premena jednotiek) a úlohy šiesteho ročníka (ostatné), zistili by sme aj tu nárast percentuálneho vyjadrenia pomeru zo 68,9% na 81,4%. Teda celková úroveň žiakov experimentálnej triedy v porovnaní so žiakmi A triedy rastie.

K nášmu experimentu je ešte nutné dodať, že trieda, v ktorej sme učili, mala s matematikou skôr zlé skúsenosti. V Bratislave je viditeľný záujem štvrtákov o osemročné gymnáziá. Tak z dvoch tried po 30 žiakoch po štvrtom ročníku ostane na základnej škole približne 40 žiakov. Týchto 40 je selektovaných podľa akéhosi kritéria na dve triedy. Kritérium môže byť jazyková príprava, matematické znalosti, prírodovedný záujem, hudobné danosti, športové danosti a pod. V našom prípade boli kritériom pre výber žiakov do triedy A práve matematické vedomosti. Z uvedeného vyplýva predpoklad, že žiaci triedy B mali napredovať

omnoho pomalšie. Tu uvedené **vyhodnotenie** však **potvrdilo našu hypotézu H2**, že práca s problémovými úlohami prinesie želaný rozvoj matematických schopností žiaka.

Vzťah žiakov experimentálnej triedy k matematike bol na začiatku experimentu mierne narušený. Po dvoch rokoch učenia sme si chceli overiť, ako sa zmenil tento vzťah žiakov k matematike. V nižšie uvedenej tabuľke sú zhrnuté výsledky dotazníka žiackych hodnotení vyučovania matematiky a svojho vzťahu k nej. Dotazník obsahoval 9 otázok a žiaci ho vypĺňali už v čase, keď sme nielen túto triedu, ale ani žiadnu inú na škole neučili. Tým sme sa snažili o zamedzenie znehodnotenia výpovednej hodnoty dotazníka. Žiaci boli upozornení, že otázky týkajúce sa vyučovania matematiky majú hodnotiť vzhľadom na predchádzajúce dva roky. Dotazník bol vypracovaný anonymne. Celkové zaznamenanie žiackych odpovedí je v tabuľke 5. Pre lepší prehľad uvádzame vždy otázku s odpoveďami a hneď za ňou hodnotenie výsledkov dotazníka.

1. Zakrúžkuj tie predmety, ktoré si mal(a) vlani najradšej. Krížikom označ tie, ktoré si mal(a) najmenej rád (rada).
   a) Slovenský jazyk a literatúra
   b) Anglický jazyk – nemecký jazyk
   c) Etika – Náboženstvo
   d) Dejepis
   e) Zemepis
   f) Prírodopis
   g) Matematika
   h) Fyzika
   i) Telesná výchova
   j) Výtvarná výchova
   k) Hudobná výchova

Hneď v prvej otázke mali žiaci rozdeliť predmety na obľúbené, neobľúbené a ostatné. Nakoľko až na troch žiakov (S1, S10 a S16) všetci urobili triedenie dichotomicky, vypísali sme len, ktoré predmety považujú za obľúbené. Veľkým prekvapením bol výsledok, kde matematika predbehla aj také predmety ako telesná výchova a výtvarná výchova. Druhá (a ôsma) otázka nám čiastočne dáva odpoveď, prečo sa to stalo.

2. Nové učivo z matematiky si pochopil(a) na vyučovacej hodine:
   a) vždy
   b) väčšinou áno
   c) raz áno, raz nie
   d) väčšinou nie
   e) nikdy

Ak sa pozrieme na skladbu odpovedí, vidíme, že za možnosť väčšinou som nepochopil, respektíve nikdy som nepochopil látku sa nevyslovil ani jeden žiak triedy. S ohľadom na celkový prospech triedy musíme toto vyjadrenie považovať za nadmieru pozitívne. Vyjadruje, že žiakom vyhovovali formy vyučovania, používané na hodinách.

3. Stalo sa ti, že si mal(a) strach, trému pred hodinou matematiky?
   a) nikdy
   b) len niekedy
   c) často
   d) stále

V tretej otázke sme sa dotkli veľmi citlivej témy strachu a trémy na hodinách. Ak máme byť úprimní, sami mávame pred každou skúškou či písomkou trému, sčasti aj strach, čiže by sme volili odpoveď *b*). Žiaci experimentálnej triedy však svoj strach a trému zrejme vnímali natoľko minimalizovane oproti strachu a tréme z iných predmetov, že volili v 64,7% prípadov odpoveď *a*) a len zvyšných 34,3% žiakov odpovedalo *b*). Musíme podotknúť, že v takejto atmosfére sa so žiakmi výborne spolupracovalo.

4. Myslíš si, že známka, ktorú si dostal(a) z matematiky na konci roka, bola:
   a) spravodlivým ohodnotením mojich vedomostí
   b) lepšia ako si zaslúžim
   c) horšia ako si zaslúžim
   d) neviem sa k tomu vyjadriť

Touto otázkou sme sa snažili zistiť ako vnímali žiaci hodnotenie a klasifikáciu. Je ťažké sa vyjadrovať k získaným výsledkom, nakoľko sami máme pocit, že sme sa snažili žiadnemu žiakovi známkou neublížiť. Výsledky sú v súlade s tým, čo je náš názor na klasifikáciu žiakov tejto triedy.

5. Doma si sa na matematiku pripravoval(a) tak, že
   a) som sa učil(a) naspamäť, ale nerozumel(a) som tomu, čo som sa učil(a)
   b) som sa snažil(a) porozumieť učivu, lebo mu v škole nerozumiem
   c) učivo som pochopil(a) už v škole, doma som si ho iba zopakoval(a) a riešil(a) domácu úlohu
   d) učivo som pochopil(a) a zapamätal(a) si už v škole, doma som iba riešil(a) domácu úlohu
   e) sa neučím, lebo všetko pochopím v škole a úlohu odpíšem od spolužiakov
   f) sa neučím, lebo nemám záujem o matematiku
   g) iné…(dopíš)

V tejto otázke sme predpokladali viac tvorivosti žiakov. V skutočnosti iba jedna žiačka nebola spokojná s ponúkanými možnosťami odpovedí a dopísala k odpovedi *g)*: „Keď som niečomu nerozumela, tak som sa doma doučila. Ale väčšinou som pochopila.“ Ostatní sa priklonili poväčšinou k odpovedi *c)*. Táto predstavuje naozaj najlepšiu formu učenia sa bez ohľadu na predmet, ktorý sa žiaci učia. Výborným výsledkom je aj úplná absencia odpovede *a)*, či jedno priznanie sa odpoveďou *e)*. Zo skladby odpovedí možno usudzovať, že žiaci pristupovali k dotazníku zodpovedne a nemali strach z následkov priznaní a pod.

6. Aký spôsob vyučovania matematiky sa ti najviac páči?
   a) Učiteľ vysvetľuje nové učivo sám, žiaci iba pozorujú.
   b) Učiteľ vysvetľuje nové učivo a popri tom zadáva otázky žiakom.
   c) Učiteľ zapája do výkladu žiakov a spolu objasňujú nové učivo. (Teploty na teplomere – celé čísla)
   d) Učiteľ zadá žiakom úlohy (ušiť šaty pre hanblivý kváder), pomáha im s ich riešením a oni sami objavujú nové učivo (povrch kvádra je tvorený …).
   e) Učiteľ rozdelí žiakov na skupiny. Skupinám zadá úlohy a tie objavujú nové učivo.

Forma vyučovania bola základom celého výskumu, a tak sme sa museli spýtať aj na názor žiakov na ňu. Aby mali siedmaci uľahčené rozhodovanie a uvedomili si, na čo sa pýtame, pripomenuli sme im niektoré formy pomocou aktivít, ktoré sme s nimi na hodinách robili. Ak si pozrieme výsledky v tabuľke, zistíme, že najviac vyhovuje žiakom heuristická metóda výkladu (*c*). Tradičné vyučovanie (*a*) vyhovuje iba 17,6 percentám opýtaných. Ostatní si vybrali niektoré z metód problémového vyučovania:

problémový výklad – *b*,

učenie objavovaním (jednotlivci) – *d*,

skupinové učenie objavovaním – *e*.

7. Aké spôsoby známkovania by ste chceli používať
   a) skúšanie pri tabuli
   b) krátke písomky na dopĺňanie, zaškrtávanie správnych možností
   c) krátke písomky (celé riešenie príkladu)
   d) ústne skúšanie v laviciach
   e) hodnotenie samostatnej práce (napr.: prví traja, ktorí to budú mať dobre…, vymeňte si zošity a opravte…)
   f) hodnotenie práce skupiny žiakov (napr.: pri súťažiach je ohodnotený celý víťazný tím)
   g) iné… (dopíš)

Odpovede na túto otázku pre nás boli prekvapením. Tak ako mnohé literatúry uvádzajú, že skúšanie je forma bližšia žiakovi, lebo môže svoje chyby postupne korigovať, z mimiky tváre učiteľa veľa vyčíta a samozrejme učiteľ môže pomocnými otázkami žiaka správne nasmerovať, väčšina žiakov sa rozhodla pre písomné skúšanie. Sami ho považujeme za objektívnejšie ako ústne. Ak však dôkladne prezrieme zastúpenie jednotlivých odpovedí, vidíme, že formu preverovania vedomostí je nutné meniť. Samozrejme sa našli aj žiaci, ktorí sa radi „schovajú za kolektív“ pri hodnotení kolektívnej práce. Nie je možné hodnotiť iba jedným spôsobom, takéto splynutie s kolektívom však môže pre slabšieho žiaka nahradiť inak chýbajúce povzbudenie.

8. Zakrúžkuj každé slovo, ktoré vyjadruje tvoje pocity vzhľadom na matematiku

1 zaujímavá	2 nudná	3 bezcenná
4 jednotvárna	5 užitočná	6 chladná
7 žartovná	8 neužitočná	9 vhodná
10 veľmi ťažká	11 veľmi ľahká	12 rutinná
13 vzrušujúca	14 zložitá	15 veľmi dôležitá

Ako sme už skôr naznačili, tu sa čiastočne skrývala odpoveď na vysokú obľúbenosť matematiky. Z tabuľky spravíme štruktúru prívlastkov definujúcich pocity žiakov k matematike. Pritom prioritou bude najväčší počet zakrúžkovaní danej odpovede.

100%	82,4%	76,5%	47,1%	35,3%	23,5%	17,6%	5,9%	0%
veľmi dôležitá zaujímavá	užitočná	žartovná	vhodná	zložitá	veľmi ťažká veľmi ľahká	vzrušujúca	nudná	bezcenná jednotvárna chladná neužitočná rutinná

Tab 3

Veľmi pekne sa nám ukázalo, že žiaci majú zrelý postoj k matematike (tab. 1). Považujú ju za veľmi dôležitú a užitočnú. Forma výučby ju urobila aj nadmerne zaujímavou. Popri tom akosi „vyskakuje z radu“ prívlastok žartovná. U žiakov sa dostal na tretiu priečku charakteristiky a vidíme, že ju takto vníma 76,5% opýtaných. Neostáva nám iné ako vysloviť domnienku, že ide o jav spojený s konkrétnymi formami vyučovania matematiky a aktivitami, ktoré sme robili na hodinách. Takéto spojenie matematiky s pocitom napovedá o dobrom vzťahu žiakov k predmetu.

9. Keby si mal hovoriť o svojom obľúbenom predmete, o ktorom by si hovoril(a)?

Na túto otázku existovalo mnoho odpovedí. Žiaci sa snažili vypísať aj dôvod, pre ktorý by si ten – ktorý predmet vybrali. My sme z ich vyjadrení extrahovali iba predmet a dospeli k 5 rôznym výsledkom. Tieto predmety by žiaci pravdepodobne dávali na prvú priečku, pokiaľ by sme v prvej otázke žiadali úplné zoradenie predmetov od najobľúbenejšieho po najne-

obľúbenejší. Matematika opäť preukázateľne vedie. Dokonca ak odpočítame všetkých nerozhodných žiakov, ktorí napísali matematiku s iným predmetom v kombinácii, dostali by sme takéto výsledky:

	matematika	telesná výchova	výtvarná výchova	dejepis	slovenský jazyk
Počet odpovedí	12	2	2	1	1
Percentuálne zastúpenie odpovedí	80,0%	13,3%	13,3%	6,7%	6,7%

Tab. 4

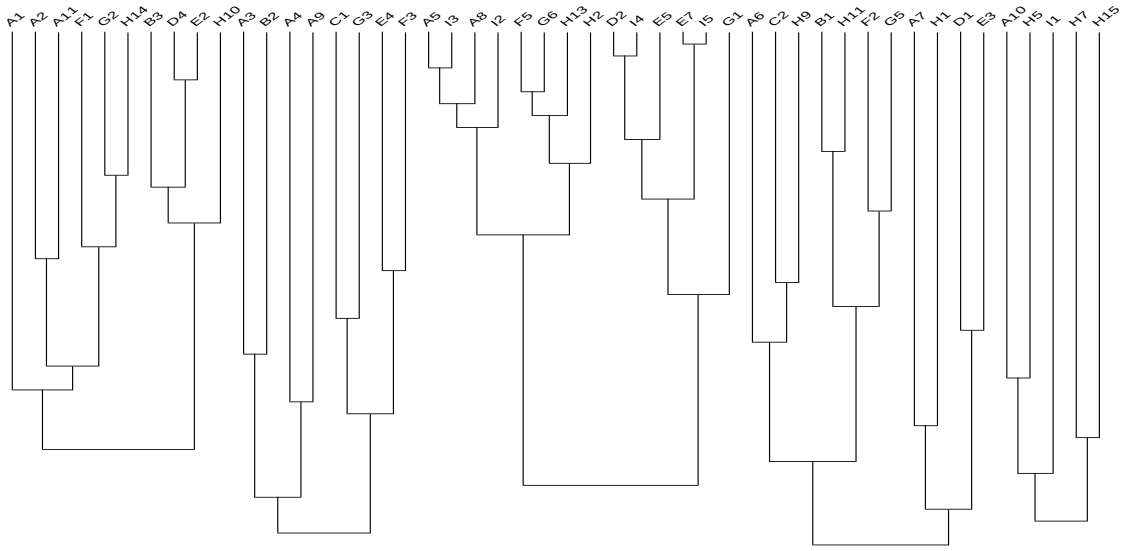
Ešte stále je podiel matematiky na takomto prieskume obľúbenosti nadpriemerne vysoký, ba až zarážajúci.

Celkovo možno konštatovať, že **výsledky potvrdili hypotézu H3**, podľa ktorej matematika má prestať byť neobľúbeným predmetom. Druhá časť hypotézy H3 bola, že žiaci sa prestanú báť možnosti pomýlenia sa. Toto sa nepodarilo dokázať, domnievame sa, že odpovede na otázku spojenú s hypotézou jednoznačne preukazujú minimálnu mieru obáv a stresu na hodinách matematiky. Ako sme už vyššie uviedli, úplne sa obavy zo zlyhania odstrániť nedajú. Štvrťročné písomné práce naháňali aspoň minimálny strach naozaj každému z nás a to, že žiaci označovali odpoveď *a)*, svedčí o jeho minimálnej miere.

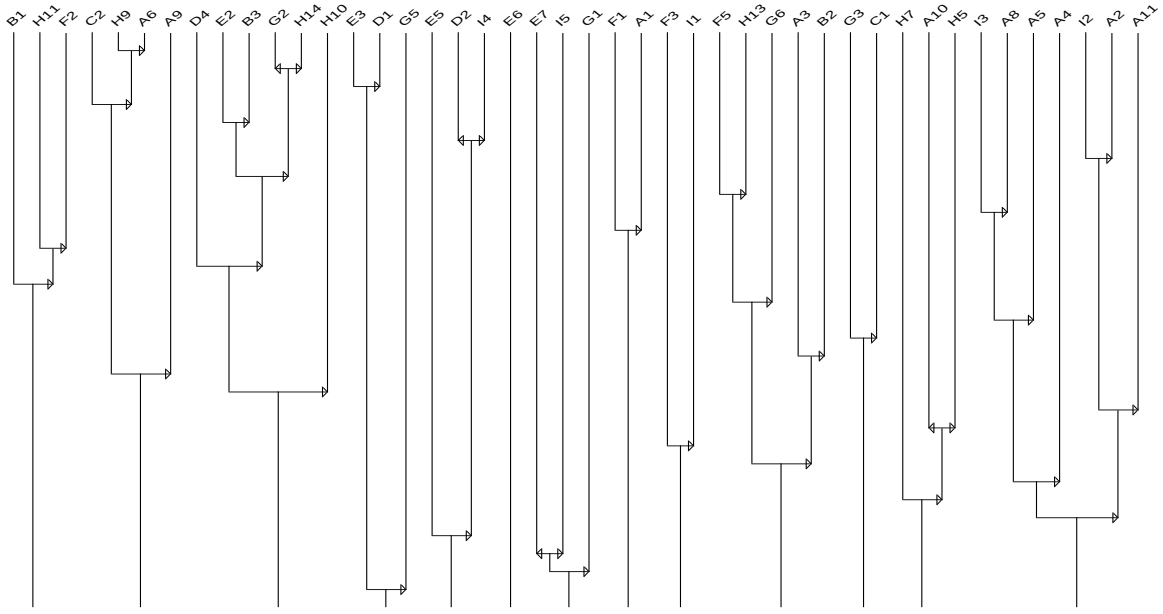
otázka			S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	Σ	%	odpoveď
1	*a*	A1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	8	47.1	Slovenský jazyk
	b	A2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	7	41.2	Anglický jazyk, nemecký jazyk
	c	A3	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	9	52.9	Etika - Náboženstvo
	d	A4	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	10	58.8	Dejepis
	e	A5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	3	17.6	Zemepis
	f	A6	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	11	64.7	Prírodopis
	g	A7	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16	94.1	Matematika
	h	A8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	3	17.6	Fyzika
	i	A9	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	14	82.4	Telesná výchova
	j	A10	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	14	82.4	Výtvarná výchova
	k	A11	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	5	29.4	Hudobná výchova
2	*a*	B1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2	11.8	pochopil vždy
	b	B2	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	10	58.8	väčšinou áno
	c	B3	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5	29.4	raz áno raz nie
	d	B4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	väčšinou nie
	e	B5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Nikdy
3	*a*	C1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	11	64.7	strach a tréma pred hodinou nikdy
	b	C2	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	6	35.3	len niekedy
	c	C3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Často
	d	C4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Stále
4	*a*	D1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	13	76.5	Známka bola spravodlivá
	b	D2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	11.8	lepšia ako si zaslúži
	c	D3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	horšia ako si zaslúži
	d	D4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	11.8	nevie sa vyjadriť
5	*a*	E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	uč. doma naspamäť bez porozumenia
	b	E2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	17.6	snaha o porozumenie
	c	E3	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	10	58.8	pochopím a opakujem
	d	E4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2	11.8	pochopím a iba domáca úloha
	e	E5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	5.88	neučím a úlohu odpíšem
	f	E6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	neučím pre nezáujem
	g	E7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5.88	iba keď som nerozumela, doučila som sa
6	*a*	F1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	3	17.6	tradičné vyučovanie
	b	F2	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	5	29.4	problémový výklad
	c	F3	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	7	41.2	Heuristická metóda
	d	F4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	uč. riadeným objavovaním – jednotlivci
	e	F5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	11.8	učenie riadeným objavovaním skupiny
7	*a*	G1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	3	17.6	skúšanie pri tabuli
	b	G2	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	6	35.3	krátke písomky s voľbou odpovede
	c	G3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	4	23.5	krátke písomky s tvorbou odpovede
	d	G4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	ústne skúšanie v lavici
	e	G5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	11.8	hodnotenie samostatnej práce v lavici
	f	G6	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3	17.6	hodnotenie práce skupín
	g	G7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Iné
8	*1*	H1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17	100	Zaujímava
	2	H2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	5.88	Nudná
	3	H3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Bezcenná
	4	H4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Jednotvárna
	5	H5	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14	82.4	Užitočná
	6	H6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Chladná
	7	H7	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	76.5	Žartovná
	8	H8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Neužitočná
	9	H9	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	8	47.1	Vhodná
	10	H10	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	23.5	veľmi ťažká
	11	H11	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	4	23.5	veľmi ľahká
	12	H12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Rutinná
	13	H13	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	3	17.6	Vzrušujúca
	14	H14	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	6	35.3	Zložitá
	15	H15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17	100	veľmi dôležitá
9	*a*	I1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	14	82.4	M
	b	I2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	3	17.6	Tv
	c	I3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	11.8	Vv
	d	I4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	11.8	D
	e	I5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	5.88	Sj

Tab. 5

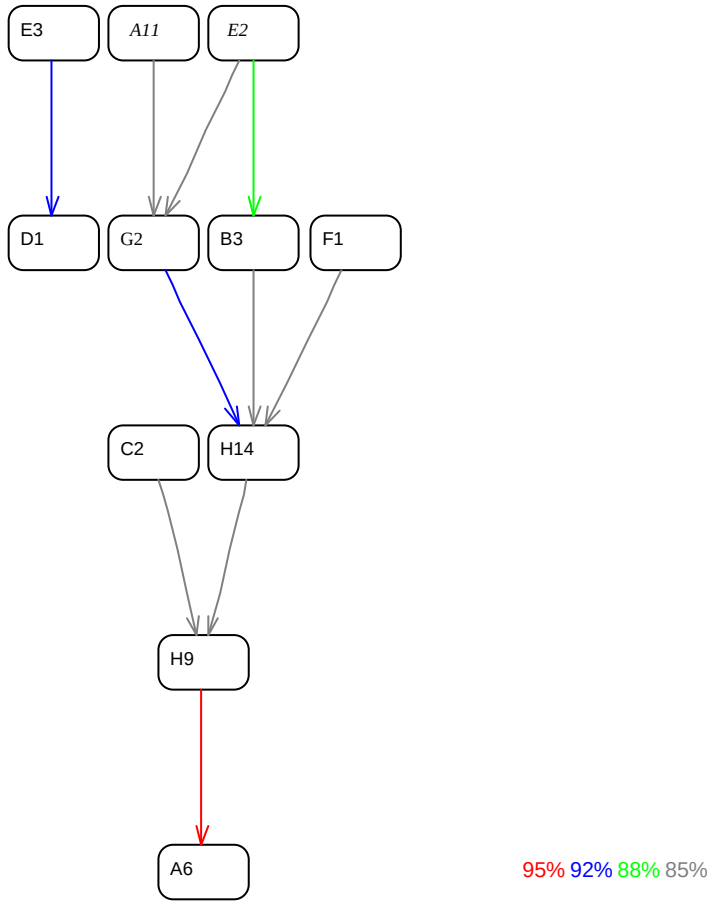
Aby sme mohli hodnotiť získané výsledky aj v širšom zmysle, použili sme na vyplnený dotazník štatistický program CHIC. Pre vstup programu sme použili tabuľku 5 bez prvých dvoch a posledných troch stĺpcov. Výsledky sú teda vo forme kódovania odpovedí v tvare, ktorý je aj v tabuľke v treťom stĺpci. Vyhodnotenie tohto vstupu je uvedené nižšie vo forme grafov.



Similarity : Odpovede na dotazník - žiaci



Hierarchical tree : D:\Mc Odpovede na dotazník - žiaci



Graph : Odpovede na dotazník - žiaci

Zo zobrazených grafov môžeme vyčítať nasledujúce informácie:

- Všetci, ktorí považujú matematiku za zložitú, by chceli byť skúšaní krátkymi písomkami s voľbou odpovede a naopak. (83%)
- S pravdepodobnosťou 85% vychádza: Ak žiak v škole učivu nerozumie a snaží sa mu porozumieť doma, tak chce byť skúšaný krátkymi písomkami s voľbou odpovede.
- Na druhú stranu ak žiak v škole učivu nerozumie a snaží sa mu porozumieť doma, tak v druhej otázke zaznačil, že učivu raz porozumel a inokedy nie. (88%)
- Ak žiak považuje matematiku za vhodnú, tak medzi jeho obľúbené predmety patrí prírodopis. (95%)

- Pocit, že známka z matematiky bola nadhodnotená vznikol práve vtedy, keď predmet, o ktorom chce žiak písať, je dejepis. Jednalo sa však iba o dvoch žiakov. (100%)
- Ak sa žiaci pripravujú na hodiny tak, že doma opakujú, lebo učivo pochopili na hodine, tak považujú svoju známku za spravodlivú. (92%)
- Ak sa žiak dožaduje tradičného vyučovania, považuje matematiku za zložitú. (85%)

Nakoľko sú tieto spoje pevné ozrejmuje farebný implikatívny graf. Percentá v ňom uvedené zahŕňajú interval, nie konkrétnu hodnotu. To znamená, že červenou farbou sú zaznačené spoje s pravdepodobnosťou z intervalu $[95\%,100\%[$, modrou $[92\%,95\%[$, zelenou $[88\%,92\%[$ a šedou $[85\%,88\%[$. My sme v texte uviedli vždy dolnú hranicu intervalu. Čiastočnou chybou programu je, že spoje na úrovni 100%, kvôli práci s polouzavretými intervalmi, neuvádza. O niektorých sme už hovorili priamo pri dotazníku (matematika je zaujímavá a súčasne veľmi dôležitá).

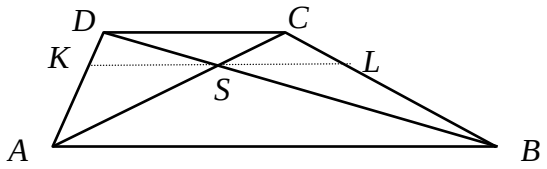
5 Analýza žiackych riešení problémových úloh

Budeme sa venovať aj žiackym riešeniam niektorých úloh z matematickej olympiády. Vybrali sme úlohy pre deviaty ročník základnej školy. Matematická olympiáda pre deviaty ročník ZŠ a kvartu osemročných gymnázií prebieha v troch kolách. V prvom, domácom, dostanú žiaci 6 úloh. Z nich sú spravidla dve geometrické. Ak žiak vyrieši aspoň štyri úlohy s ohodnotením aspoň dobre (výborne – dobre – nevyhovel), môže sa zúčastniť okresného kola matematickej olympiády. Tu rieši už len štyri úlohy. Rieši sa v konkrétny deň po dobu 4 hodín. Najúspešnejší riešitelia z okresov sú následne pozvaní na krajské kolo olympiády, ktoré je vyvrcholením súťaže v uvedenej kategórii. Žiaci opäť riešia 4 úlohy počas 4 hodín. Samotné úlohy prechádzajú recenziou úlohovej komisie už pri svojom navrhovaní. Pritom sa zohľadňuje ich obtiažnosť pre danú kategóriu. Nakoľko ide o autorské úlohy, žiaci ich nemôžu nájsť v žiadnej zbierke. Tým je znemožnené, aby sa niektorí na úlohu pripravili a iní nie. Okrem toho sa kontroluje, či úlohu prvého kola vie žiak vyriešiť pomocou vedomostí z matematiky získaných na vyučovaní. V druhom a treťom kole môže ísť o rozšírenie problému z prvého kola alebo o nový pohľad na tú istú problematiku.

V 48. ročníku MO boli v kategórii Z9 (9. ročník ZŠ a kvarta osemročných gymnázií) v okresnom kole zaradené dve geometrické úlohy: úloha Z9-II-2 a úloha Z9-II-4.

Z9-II-2

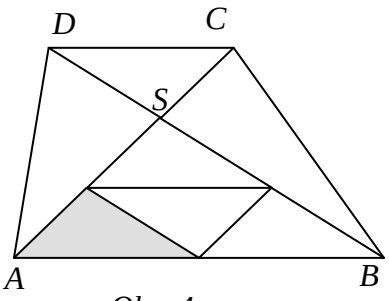
V lichobežníku *ABCD* platí: $|AB| = 12$ cm a $|CD| = 6$ cm. Nech *S* je priesečník uhlopriečok lichobežníka a priamka *p* prechádzajúca bodom *S* je rovnobežná so základňou *AB* lichobežníka. Priamka *p* pretína úsečky *BC, DA* v bodoch *L, K*. (obr. 3) Určite dĺžku úsečky KL



Obr. 3

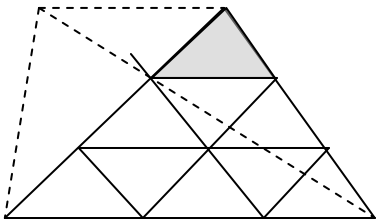
Riešenie 1:

Riešenie je založené na rozrezávaní obrazca na navzájom zhodné obrazce.



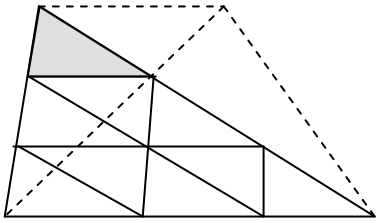
Obr. 4

Z obr. 4 je zrejmé, že trojuholník *ABS* sa skladá zo štyroch trojuholníkov zhodných s trojuholníkom *CDS*, čiže $|AS| = 2|SC|$, $|BS| = 2|SD|$. Trojuholník *ABC* sa dá rozdeliť na 9 trojuholníčkov zhodných s trojuholníkom *SLC* (obr. 5), preto $|SL| = \frac{1}{3}|AB|$. Obdobne trojuholník *ABD* sa dá rozdeliť na 9 trojuholníčkov zhodných s trojuholníkom *SDK* (obr. 6), preto $|SK| = \frac{1}{3}|AB|$. Nutné kresliť!


Obr. 5

Preto $|KL| = |KS| + |SL| = \frac{1}{3}|AB| + \frac{1}{3}|AB| = \frac{2}{3}|AB| = 8\,\text{cm}$.

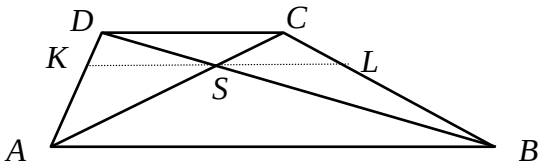
(Všetky výsledky možno prezentovať aj na základe podobnosti trojuholníkov.)


Obr. 6

Ako vidieť, riešenie publikované ako vzorové predpokladalo nedostatočnú zručnosť žiakov v podobnosti. Preto sme volili formu bez použitia podobnosti. Pre lepšiu orientáciu čitateľa sme ho označili ako „riešenie 1“. Vzorové riešenie malo aj pomôcť učiteľom, ktorí budú takéto „nevedecké“ žiacke riešenie opravovať. Uvedené je súčasťou analýzy a priori, ktorú vykonávajú členovia úlohovej komisie pri navrhovaní a schvaľovaní úloh. Samozrejme, kompletná **analýza a priori** obsahuje aj už spomínané riešenie pomocou využitia podobnosti, označené ako „riešenie 2“.

Riešenie 2:

Pri riešení vychádzame z obrázka č. 7. $|\angle DSC| = |\angle ASB|$, lebo ide o uhly vrcholové. Nakoľko $AB \| CD$, sú uhly *SAB* a *SCD* striedavé. Na základe vety *uu* sú trojuholníky *ASB* a *CSD* podobné. Koeficient podobnosti *k* má hodnotu $k = \frac{|AB|}{|CD|} = 2$. Z uvedeného je zrejmé, že $|AC| = 3.|SC|$. Nakoľko $AB \| KL$, sú uhly *CAB* a *CSL* súhlasné. Naviac trojuholníky *CAB* a *CSL* majú uhol pri vrchole C spoločný, a teda rovnako veľký. Na základe vety *uu* sú trojuholníky *CAB* a *CSL* podobné. Koeficient podobnosti k_1 má hodnotu $k_1 = \frac{|AC|}{|CS|} = 3$. Odkiaľ určíme, že $|AB| = 3.|SL| \Rightarrow |SL| = 12 : 3 = 4\,\text{cm}$. Obdobnú úvahu možno urobiť pre trojuholníky *DAB* a *DKS*, čiže $|AB| = 3.|KS| \Rightarrow |KS| = 12 : 3 = 4\,\text{cm}$. Dĺžka úsečky *KL* je 8 cm.



Obr. 7

Okrem toho bolo dôležité navrhnúť, s ohľadom na to, kde sú kroky, v ktorých sa žiak môže pomýliť či skončiť, bodovanie. Za týmto účelom sa robí návrh bodovania. Takýto návrh by mal byť použiteľný aj v prípade, že žiak bude postupovať ako v riešení 2.

Návrh bodovania:

- $\Delta ABC = 4.\Delta CDS$ ..... 1 bod
- delenie strany *BC* a *AD* na tretiny ..... 1 bod
- $|SL| = \frac{1}{3}|AB|$ ..... 1 bod
- $|SK| = \frac{1}{3}|AB|$ ..... 1 bod
- $|KL| = |KS| + |SL| = \frac{1}{3}|AB| + \frac{1}{3}|AB| = \frac{2}{3}|AB| = 8\,\text{cm}$ ..... 1 bod
- komentár ..... 1 bod

Ak by sme chceli urobiť pojmovú a poznatkovú analýzu tejto úlohy, dostali by sme nasledujúce pojmy a poznatky:

lichobežník, rovnobežnosť, vrcholové uhly, súhlasné uhly, striedavé uhly, zhodné trojuholníky, vety o zhodnosti trojuholníkov, dĺžky strán zhodných trojuholníkov, podobné trojuholníky, vety o podobnosti trojuholníkov, koeficient podobnosti a jeho výpočet, dĺžky odpovedajúcich strán podobných trojuholníkov.

Okrem toho bolo možné predpokladať, že sa nájdu žiaci, ktorí budú úlohu riešiť skúšaním, t.j. narysujú si lichobežník daných vlastností a odmerajú dĺžku úsečky *KL*. Takéto riešenie je vždy vzhľadom na jeho matematickú odôvodnenosť a nepresnosti rysovania ako aj merania sporné, takže bodovanie týchto riešení sme ponechali na učiteľov. Každopádne si však treba uvedomiť, že ak žiak riešiaci skúšaním narysuje viacero obrázkov, je určite matematicky zdatnejší ako jeho spolužiak robiaci závery z jediného obrázka.

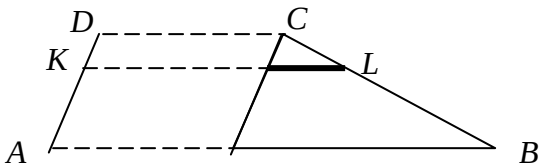
Na základe uvedeného sme potom robili **analýzu a posteriori.** V nej sme pre každého žiaka uviedli, ktoré pojmy, poznatky a aké obrázky počas svojho riešenia použil. Pritom sme nerozlišovali, či bol pojem explicitne vypísaný, alebo len naznačený. Do tabuľky č. 6 sme zaznačili aj bodové ohodnotenie žiakovho riešenia. Z uvedených údajov sa dá tiež určiť, že úloha bola riešená priemerne na 1,647 bodu, čiže pre žiakov bola ťažká. Tu v texte uvádzame len krátke zhrnutie dosiahnutých výsledkov.

počet bodov	počet žiakov	%
0	17	50.0
1	5	14.7
2	2	5.9
3	4	11.8
4	0	0.0
5	1	2.9
6	5	14.7

Tab. 6

Z uvedeného zhrnutia je vidieť, že veľká skupina žiakov - 50% - úlohu vlastne nerie-

šilo, alebo nezvolilo vhodný prístup k problému. Tento jav môže byť spôsobený aj tým, že pravidlá súťaže uvádzajú: „Úspešným riešiteľom domáceho kola sa stáva žiak, ktorý



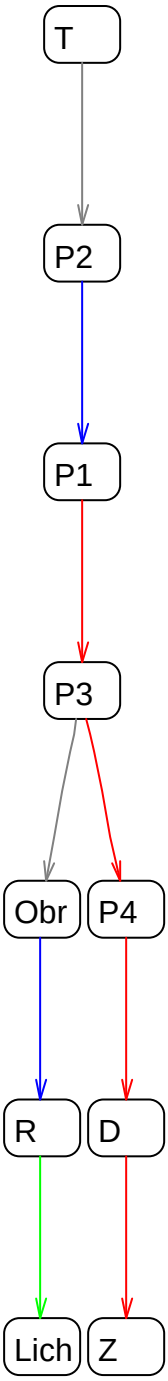
Obr. 8

bude mať ohodnotené aspoň 4 úlohy stupňom aspoň *dobre.*“ Tak sa mohlo stať, že pozorovaného klauzúrneho kola sa zúčastnili aj žiaci, ktorí prvú z tejto série na seba nadväzujúcich úloh neriešili. Naviac v domácom kole bola úloha zameraná na podobnosť trojuholníkov (Zbierka – 9. ročník, podobnosť trojuholníkov, úloha 3), ale nie na vlastnosti lichobežníkov. Najčastejšie zlyhanie teda bola predpokladaná neschopnosť použiť učivo o podobnosti trojuholníkov v neštandardnej situácii. V skutočnosti podobnosť trojuholníkov správne použilo iba 23,5% všetkých žiakov. Naproti tomu veľká časť žiakov - 41,2% si čiastočne intuitívne, čiastočne zdôvodnene uvedomila, že úsečka *KL* leží v dvoch tretinách výšky lichobežníka (merané od *AB*). Tento jav môžeme považovať za preukázanie zvládnutia podobného javu v úlohe domáceho kola. Na jeho základe žiaci potom zisťovali správny výsledok v tvare $|KL| = |CD| + \frac{1}{3}\left(|AB| - |CD|\right)$. Opodstatnenosť tohto výpočtu iba niektorí demonštrovali obrázkom (Obr. 8). Najväčšiu úspešnosť 97,1% v tabuľke 7 jednoznačne získali pojmy lichobežník a rovnobežnosť, tak ako sme predpokladali. Ide o pojmy, ktoré majú žiaci už dostatočne „zažité“. Rovnobežnosť je postupne budovaná od druhého ročníka ZŠ a lichobežník je pojem zavedený už v šiestom ročníku ZŠ. V krajskom kole bola táto tematika ďalej rozvíjaná úlohou 5 zo zbierky (– 9. ročník, podobnosť trojuholníkov). Okrem takejto analýzy sme pre z nej vyplývajúce zjednodušenie sledovaných pojmov a poznatkov vytvorili aj podobnostný a hierarchický strom a implikatívny graf so špecifikáciou percentuálnych rozpätí zobrazených implikácií (str. 56). Tieto stromy a graf boli vytvorené pomocou štatistického programu Chic. V grafe znázorňujú červené implikatívne šípky, že implikácia je pravdivá na 95 – 100%. Po-

dobne modré majú rozpätie 75 – 95%, zelené 60 – 75% a šedé 53 – 60%. Šípky inej ako červenej farby teda vyjadrujú štatisticky nevýznamné javy. Z grafu možno vyčítať, že žiak, ktorý označí dva trojuholníky za podobné na 95% vie aj vypočítať koeficient podobnosti a koeficient podobnosti je na 95% spojený s vedomosťou určenia dĺžok odpovedajúcich si strán. Zvláštne sa ukazuje, že iba málo (štatisticky nevýznamný počet) žiakov v úlohe prešlo od viet o podobnosti k vyššie spomínaným pojmom a poznatkom týkajúcim sa podobnosti. Ostatní zrejme podobnosť trojuholníkov iba „videli“, teda riešenie úlohy založili na optickom vneme zo svojho obrázka.

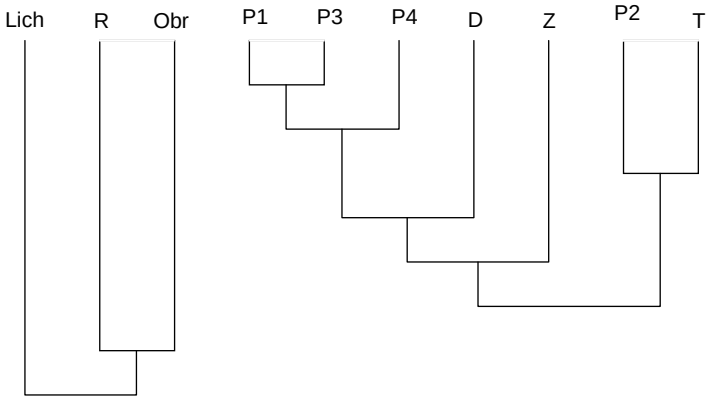
1 použil správne, 0 nepoužil, -1 použil nesprávne	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	správne použitie v %
lichobežník	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	97.05882
rovnobežnosť	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	97.05882
vrcholové uhly	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	5.882353
súhlasné uhly	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2.941176
striedavé uhly	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	5.882353
zhodné trojuholníky	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.882353
vety o zhodnosti trojuholníkov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.941176
dĺžky strán zhodných trojuholníkov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.882353
podobné trojuholníky	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	23.52941
vety o podobnosti trojuholníkov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.882353
koeficient podobnosti a jeho výpočet	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	26.47059
dĺžky strán podobných trojuholníkov	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	26.47059
1 experiment	0	0	-1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	20.58824
viac experimentov	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	8.823529
Pytagorova veta	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
stredná priečka lichobežníka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2.941176
podobnosť lichobežníkov	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
ťažnica	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5.882353
načrtnutý obrázok	1	0	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	91.17647
obsah lichobežníka	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	5.882353
výsledok	1	1	-1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	1	1	1	-1	0	0	-1	-1	1	1	52.94118
delenie na tretiny	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	41.17647
PRIDELENÉ BODY	**6**	**3**	**0**	**0**	**1**	**3**	**0**	**2**	**1**	**3**	**6**	**3**	**0**	**6**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**6**	**2**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**5**	**6**	

Tab. 7

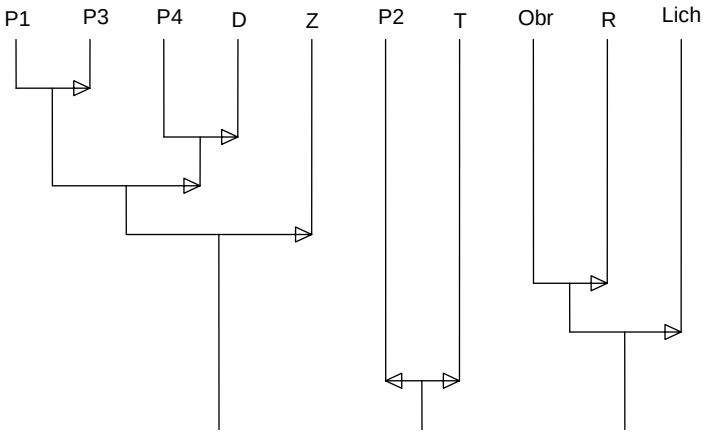


95 76 61 53

Graph : CHIC Z9-II-2 lichobežník



Similarity : CHIC Z9-II-2 lichobežník



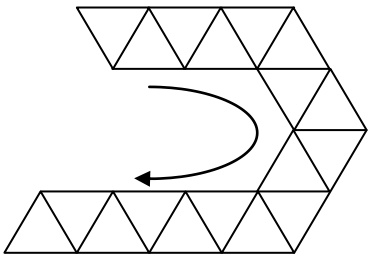
Hierarchical tree : CHIC Z9-II-2 lichobežník

Vysvetlivky:
Lich – lichobežník
R – rovnobežnosť
Obr – obrázok
P1 – podobné trojuholníky
P2 – vety o podobnosti trojuholníkov
P3 – koeficient podobnosti a jeho výpočet
P4 – dĺžky odpovedajúcich si strán v podobných trojuholníkoch
T – ťažisko, ťažnica
D – delenie na tretiny
Z – záver, výsledok

Druhou úlohou, ktorá bola postupne budovaná od domáceho až po krajské kolo MO je stereometrická úloha, zaoberajúca sa pravidelným štvorstenom a jeho sieťou.

Z9-II-4

Na pravidelnom štvorstene je každá stena označená iným jednociferným číslom. Pri preklápaní štvorstena po hracom pláne (obr. 9) sme sčitovali čísla, ktoré sa dotknú plánu. Po preklopení štvorstena na posledné políčko plánu bol súčet 132. Určite všetky možnosti ako mohol byť štvorsten číslami popísaný.



Obr. 9

Riešenie:

Označme si čísla na stenách štvorstena *a, b, c, d*. Pri preklápaní dostávame

$$a+b+c+d+a+b+d+c+a+a+b+c+d+a+b+c+d+a=132$$
$$5(a+d)+4(b+c)=132$$

Maximálna hodnota pre výraz $5(a+d)=5(8+9)=85$, preto $4(b+c)$ musí byť minimálne 132 - 85 = 47, odtiaľ $b + c$ musí byť aspoň 12.

Čiže $b+c\in\{12,13,14,15,16,17\}$. Riešme postupne pre jednotlivé prípady:

- $b + c = 12$ $\quad 5(a+d)=132-48=84$ nemá riešenie.
- $b + c = 13$ $\quad 5(a+d)=132-52=80 \Rightarrow a+d=16$

  $13 = 4 + 9 = 5 + 8 = 6 + 7 \qquad 16 = 7 + 9$

  $[a,b,c,d]\in\{[7,5,8,9],[7,8,5,9],[9,5,8,7],[9,8,5,7]\}$
- $b + c = 14$ $\quad 5(a+d)=132-56=66$ nemá riešenie.
- $b + c = 15$ $\quad 5(a+d)=132-60=62$ nemá riešenie.
- $b + c = 16$ $\quad 5(a+d)=132-64=58$ nemá riešenie.
- $b + c = 17$ $\quad 5(a+d)=132-68=54$ nemá riešenie.

Celkovo má úloha 4 riešenia.

Návrh bodovania:

- správne preklápanie, zanechanie číselnej stopy
  a zostavenie rovnice ..... 1 bod
- ohraničenie súčtov $a + d$ alebo $b + c$ ..... 1 bod
- vyšetrenie všetkých možností ..... 1 bod
- všetky 4 riešenia ..... 2 body
- komentár ..... 1 bod

Ako vidieť z riešenia a návrhu bodovania, ide o tzv. kombinatorickú geometriu, kde hlavný dôraz je kladený na zostavenie rovnice a vyriešenie kombinačnej úlohy. Stereometria je len prostriedkom pre vytvorenie problémovej situácie. Jej úloha však je dôležitá. Každý deviatak totiž vie, ako sa kotúľa kocka, ale má problémy s určením, ako vyzerá pravidelný štvorsten. Na tento fakt nás upozornil jeden z dávnejších ročníkov MO, kde bolo z dôvodu chrípkových prázdnin nutné vytvoriť náhradné úlohy okresného kola pre niektoré okresy. V pôvodnom okresnom kole bola problémová úloha riešená na povrchu kocky, do náhradného kola sme túto úlohu pretransformovali na povrch štvorstena a jej úspešnosť bola katastrofálna. Preto sme v 48. ročníku od domáceho až po posledné, krajské, kolo ťahali tému pravidelného štvorstena a jeho siete pomocou kotúľania štvorstena po rôznych trajektóriach (Zbierka – 9. ročník, povrch a objem telies, úlohy 1, 2, 3). Podrobný rozpis správne a nesprávne použitých pojmov a poznatkov nájdete v tabuľke č. 8. Ukazuje sa, že pojem štvorsten, nakoľko sa objavil už v domácom kole bol tentoraz uchopený so 73,5-percentnou úspešnosťou správne. Z tabuľky vieme tiež určiť, že 20,6% riešiteľov ešte stále nerozumie pojmu štvorsten. To boli tí, ktorí si štvorsten zakreslili ako štvoruholník. Ostatní sa úlohe nevenovali. Viac ako 30-percentnú úspešnosť sme ešte zaznamenali pri prevaľovaní, zostavení rovníc, ohraničení čísel, vylučovaní nemožných súčtov a uvedomení si, že súčasťou riešenia

je aj presný opis ako je očíslovaný štvorsten postavený na začiatku na pláne. Ak spočítame úspešnosť všetkých žiakov, ktorí našli aspoň jedno riešenie, dospejeme k číslu 44,1%. Ide o číslo identické s percentuálnym zastúpením počtu žiakov, ktorí za úlohu nezískali ani jeden bod. V rámci úlohy riešenej v písomnej práci počas vyučovania je úroveň 44,1% neprijateľná, no pri náročnej problémovej úlohe je tento výsledok nadmieru dobrý. Musíme si totiž uvedomiť, že riešenie problémových úloh na hodinách sprevádza komunikácia medzi žiakmi. Riešitelia si vymieňajú názory a neraz svoje aj čiastkové výsledky navzájom konfrontujú. Tým sa vlastne učia jeden od druhého a tiež sa učia hľadať chyby vo vlastných postupoch. Pri súťaži, akou matematická olympiáda nesporne je, však každý rieši problém iba sám za seba. Nemôže nahliadnuť do žiadnej knihy, ani sa nemôže poradiť s kamarátom. Takže ide o úplne samostatnú prácu. Naviac žiak je postavený pred 4 problémové úlohy. Ak sa v jednej z nich „zamotá“, prichádza o čas.

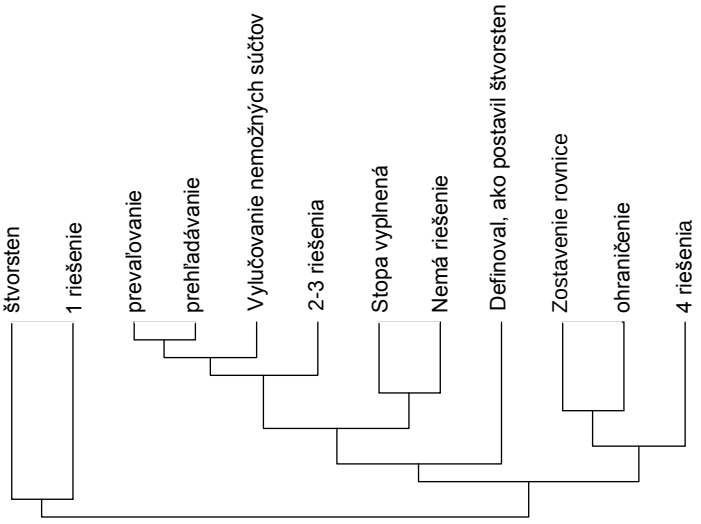
Aj v tomto prípade boli robené štatistické analýzy pomocou programu CHIC. Na stranách 61 – 64 sú opísané aj závery z nich získané.

1 použil správne, 0 nepoužil, -1 použil nesprávne	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	správne použitie v %
štvorsten	1	0	0	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	73.5294
prevaľovanie	1	0	0	0	-1	0	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	0	0	1	1	0	0	-1	0	1	-1	1	-1	-1	1	0	-1	0	1	35.2941
stopa vyplnená	0	0	0	0	-1	0	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1	-1	-1	1	0	-1	-1	0	14.7059
zostavenie rovnice	1	0	0	1	0	0	-1	1	0	1	0	1	-1	-1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	-1	0	-1	0	0	-1	0	1	32.3529
ohraničenie	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	35.2941
prehľadávanie	1	0	0	0	-1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	-1	1	0	0	0	1	29.4118
vylučovanie nemožných súčtov	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	32.3529
1 riešenie	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	20.5882
2-3 riešenia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	-1	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	8.82353
4 riešenia	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	14.7059
jasné, ako postavil štvorsten	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	32.3529
úloha nemá riešenie	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.94118
PRIDELENÉ BODY	**4**	**0**	**0**	**3**	**0**	**0**	**3**	**5**	**1**	**6**	**2**	**1**	**1**	**1**	**3**	**4**	**2**	**0**	**4**	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**	**6**	**0**	**2**	**0**	**0**	**4**	**0**	**0**	**0**	**6**	

Tab. 8

Pre svoj vstup používa program Chic tabuľku, v záhlaví ktorej sú vypísané jednotlivé skúmané ukazovatele. Každý riadok potom predstavuje jedného riešiteľa. Oproti tabuľke na predchádzajúcej strane má takéto vypísanie nevýhodu v tom, že program Chic spracúva iba dvojhodnotové vstupy. To znamená, že údaj –1 (použil nesprávne) bolo nutné zmeniť na 0 (nepoužil). Hodnoty uvedené v súbore spracúvanom programom Chic teda môžeme definovať ako 1 = vedel, 0 = nevedel. Stráca sa tým časť informácie a aj preto sme volili vypísanie oboch foriem štatistického spracovania riešení žiakov.

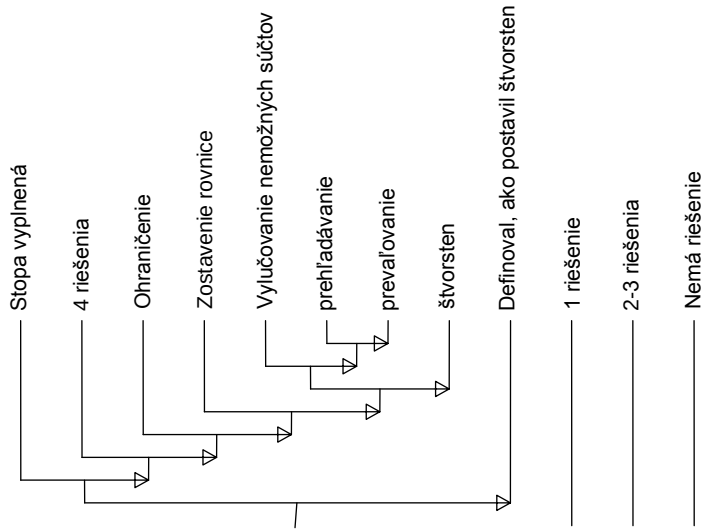
Z tabuľky podobností bývajú najdôležitejšie (najtesnejšie porovnateľné) údaje z prvých troch úrovní. Ak sa na ne zameriame aj v tejto úlohe, zistíme, že ide o prevaľovanie (proces opísaný v zadaní), prehľadávanie možností, vylučovanie nemožných súčtov



Similarity : CHIC Z9-II-4 štvorsten

a vytvorenie podmnožiny všetkých riešení. Toto by sme s ohľadom na zadanie mohli nazvať aj osou riešenia problému. Pritom úplné riešenie je zrejme ťažko dosiahnuteľné.

V hierarchickom strome na nasledujúcej strane vidíme 3 z uvedených štyroch kategórií úzko na seba nadviazané, ale podmnožina všetkých riešení je od nich natoľko vzdialená, že nemožno hovoriť o jej hierarchickom spojení s celkovou štruktúrou riešenia problému.



Hierarchical tree : CHIC Z9-II-4 štvorsten

Pohľad do implikatívneho grafu (str. 63) ukazuje pevné väzby medzi jednotlivými krokmi riešenia. Tu sa podarilo nastaviť nasledujúce rozpätia:

červené šípky implikácií 95 – 100%

modré šípky implikácií 92 – 94%

zelené šípky implikácií 90 – 91%

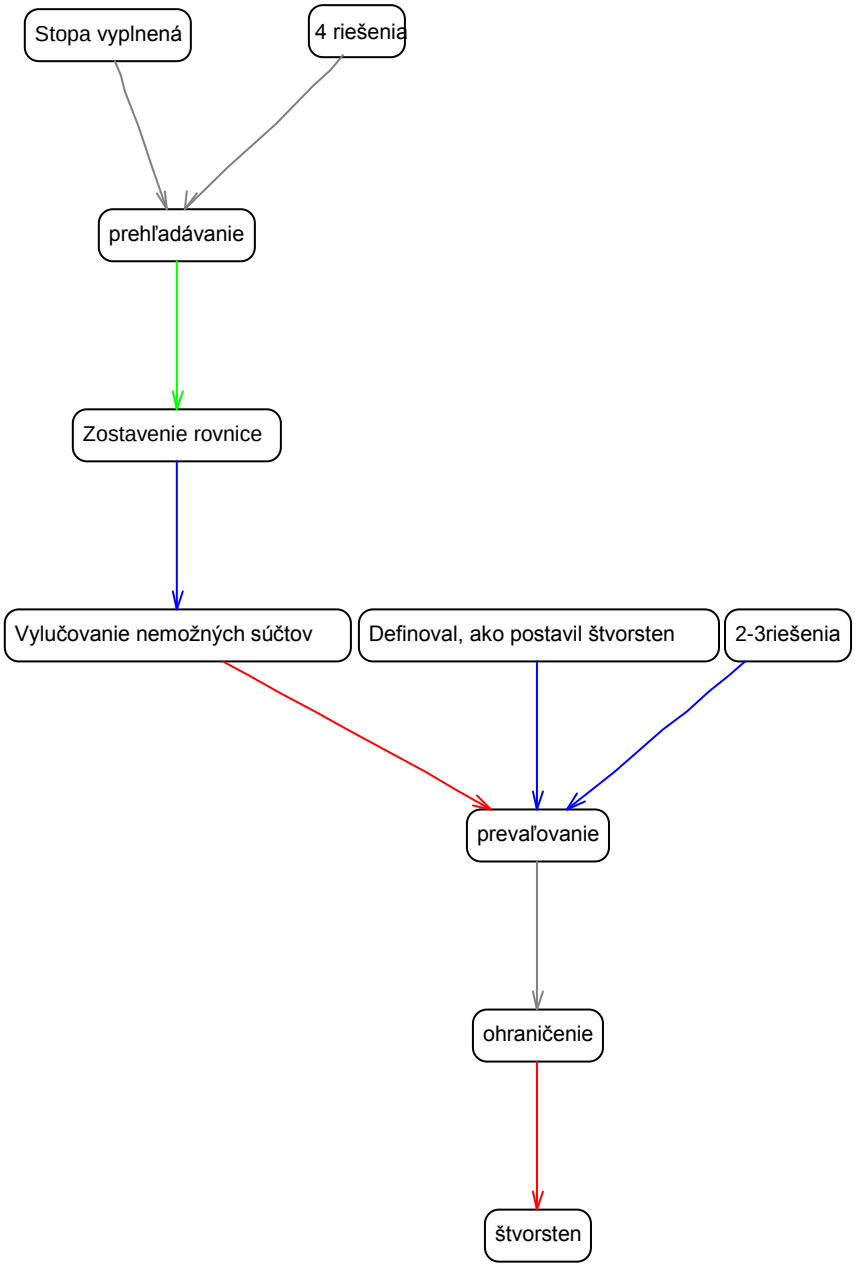
šedé šípky implikácií 85 – 89%

Opäť sme na štatisticky významnej úrovni ponechali iba šípky červenej farby. No napriek tomu sa ukázalo, že veľa spojov je na úrovni nad 84%. (Autor programu uvádza, že takéto hodnoty sú význačné.) Program pre zachovanie prehľadnosti grafu pritom zvykne niektoré „silnejšie“ spoje rozbiť a zakreslí spojenie dvoch objektov s prechodom cez iný, tretí. Pritom toto spojenie môže byť štatisticky nevýznamné. Aby sa preukázalo spojenie osi riešenia, dali sme urobiť graf ešte raz (str. 64). Teraz sme však nechali vykresliť len štatisticky významné spoje:

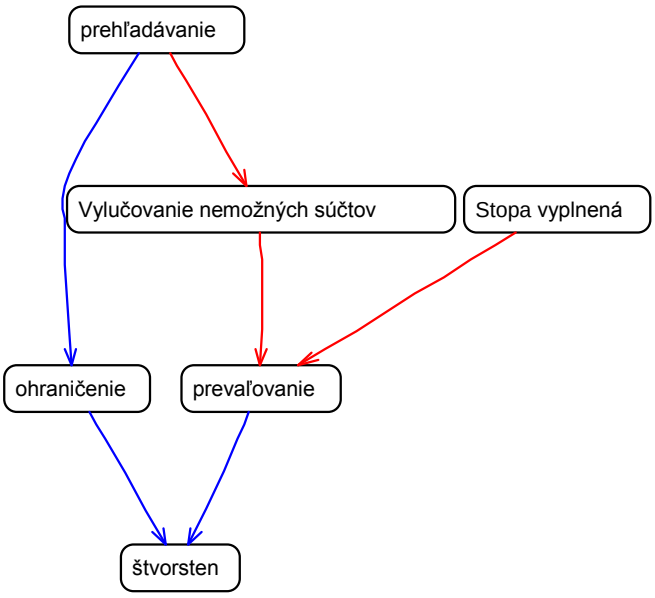
červené šípky implikácií 96– 100%

modré šípky implikácií 95%

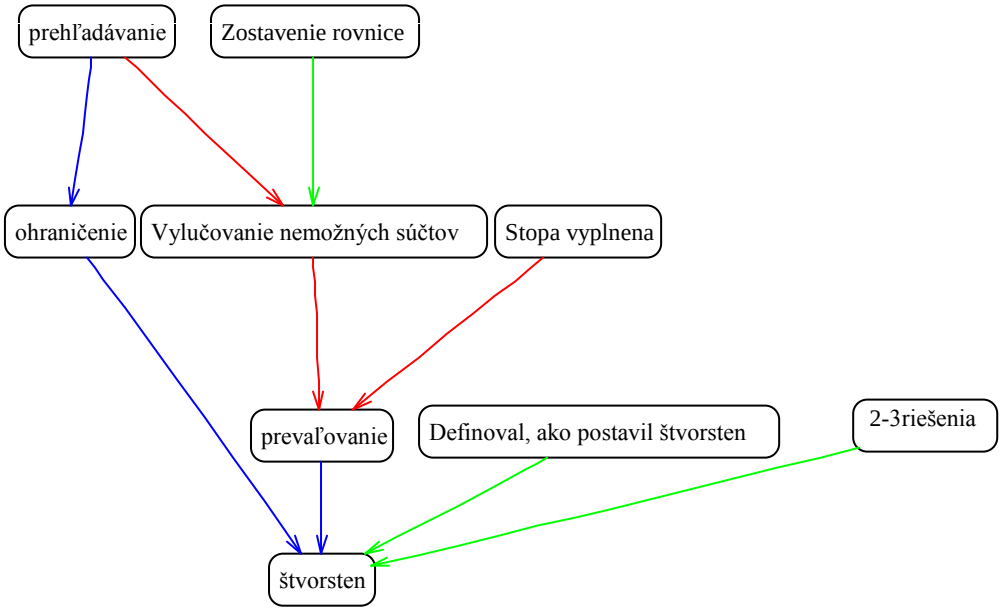
V tomto grafe sa objavili objekty tvoriace os riešenia, ale nie je zobrazené, že žiaci prišli k nejakému výsledku úlohy. Ak ho doplníme ešte o zelené šípky (93 – 94%), nájdeme aj spojenie s čiastočným riešením úlohy. Pritom hranica 93% je dostatočne vysoká.



Graph : CHIC Z9-II-4 štvorsten 95 92 90 85



Graph : CHIC Z9-II-4 štvorsten 96 95

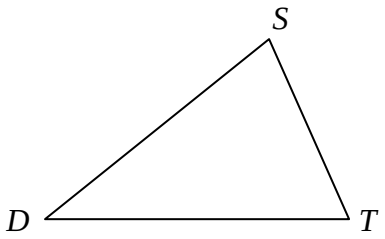


Graph : CHIC Z9-II-4 štvorsten 96 95 93

Treťou problémovou úlohou, ktorú tu prezentujeme, je konštrukčná úloha zo 49. ročníka MO.

Z9-II-2

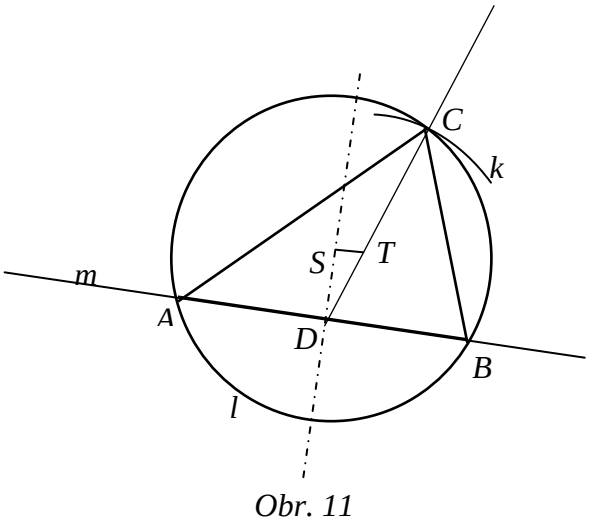
Zostrojte trojuholník *ABC*, ak je daný stred *S* kružnice jemu opísanej, stred *D* strany *AB* a ťažisko *T*. (Obr. 10)



Obr. 10

Riešenie:

Náčrt: Pozri obrázok č. 11.



Obr. 11

Rozbor:

$D \in t_c \wedge T \in t_c \wedge C \in t_c \quad \Rightarrow \quad C \in \mapsto DT$

T delí ťažnicu v pomere 1 : 2, preto

$|TC| = 2|DT| \quad \Rightarrow \quad C \in k\left(T;2|DT|\right)$

Spojením podmienok dostaneme

$C \in \mapsto DT \cap k$

D je stred strany *AB*, preto *DS* je os strany *AB* $\quad \Rightarrow \quad \leftrightarrow AB = m: \quad D \in m \wedge DS \perp m$

$|SC| = |SA| = |SB| \quad \Rightarrow \quad A, B \in l\left(S;|SC|\right)$

Spojením podmienok dostaneme $A, B \in l \cap m$

Postup:

1. k; $k\left(T;2|DT|\right)$
2. C; $C \in \mapsto DT \cap k$
3. m; $D \in m \wedge DS \perp m$
4. l; $l\left(S;|SC|\right)$
5. A, B; $A, B \in l \cap m \quad A \neq B$
6. ΔABC

Konštrukcia:

Presná konštrukcia

Záver:

Pri daných polohách bodov *D,S,T* má úloha dve riešenia vzhľadom na možnú zámenu označení bodov *A,B*.

Návrh bodovania:

- náčrt a rozbor ..... 1 bod
- využitie ťažnice a ťažiska ..... 1 bod
- kolmosť priamky *DS* a priamky *AB* ..... 1 bod
- využitie kružnice opísanej trojuholníku ..... 1 bod
- postup ..... 1 bod
- konštrukcia (obe riešenia) ..... 1 bod

V tomto prípade ide o netradičnú konštrukčnú úlohu. V učebniciach ba ani v cvičebniciach matematiky základnej školy sa totiž nenájdu úlohy, kde by súčasťou zadania bol obrázok presnej polohy nejakých bodov. V reálnom živote však často máme na pozemku už dopredu stĺp elektrického vedenia, kanalizáciu, či studňu ešte než začneme niečo stavať. Takže projekt stavby je nutné vytvoriť so zadanými bodmi a priamkami v rovine. Úloha samotná žiada od riešiteľa schopnosť využívať vlastnosti ťažiska, ťažníc, stredu úsečky, osi strany a kružnice opísanej trojuholníku. Predpokladali sme, že každý žiak bude schopný si trojuholník *SDT* prekresliť do svojho riešenia, respektíve zvoliť 3 nekolineárne body v rovine a pomenovať ich *D, S, T*. Problémy sme očakávali pri spracovaní faktu, že *DS* je os úsečky *AB* a tiež v tom, či žiaci správne určia, že riešenia sú dve.

Podľa tabuľky č. 9 môžeme opäť urobiť analýzu a posteriori. Náš predpoklad, týkajúci sa trojuholníka *DST* sa potvrdil. Žiaci volili tri rôzne prístupy: časť si trojuholník zvolila pre svoj náčrt ľubovoľne, časť náčrt robila „naopak“, t.j. najprv nakreslili trojuholník *ABC*, až

potom dorobili trojuholník *DST*, a posledná časť žiakov sa snažila odmerať strany trojuholníka *DST* v zadaní a presne ho preniesť do svojho náčrtu i riešenia. Náčrt sme rozdelili do dvoch kategórií. Prvou bol náčrt zachytávajúci iba zadanie (v tabuľke uvedený ako náčrt), druhou bol náčrt, v ktorom sa okrem zadaných objektov objavovali aj objekty dokreslené (-konštrukčný náčrt). Tieto objekty a ich pomenovania žiak následne použil v zápise postupu. Celkovo náčrt urobilo 64% žiakov, pričom konštrukčný náčrt použilo iba 22% žiakov. Tento počet úzko súvisí s percentuálnym počtom žiakov, ktorí robili rozbor úlohy. Z tabuľky sa dá určiť, že najťažšou časťou uchopenia úlohy bolo uvedomenie si, že priamka *DS* je v skutočnosti osou strany *AB*. Tento objav urobilo iba 56% žiakov, zatiaľ čo záver, že úsečka *DT* je časťou ťažnice na stranu *AB* spravilo 76% a správne našlo spojitosť medzi bodom *S* a kružnicou opísanou trojuholníku *ABC* 78% žiakov. Ukazuje sa, že žiaci radšej vykonajú požadované (narysujú trojuholník), než by mali zapísať, ako to robiť (zapísať postup konštrukcie). Bez ohľadu na správnosť či nesprávnosť totiž postup písalo 56%, ale rysovalo až 72% žiakov. Zvláštnosťou je potom žiak, ktorí rysuje „prikladaním pravítka, až kým to nesedí“ a teda nekorektným rysovaním získa korektný výsledok úlohy. Tak isto sme jedno riešenie uznali žiakovi, ktorý mal kompletný postup, zapísané, že bude jedno riešenie a dopísal, že rysovať nebude, lebo nemá kružidlo. Celkovo sa takto k riešeniu (jednému alebo obom) dopracovalo 46% žiakov.

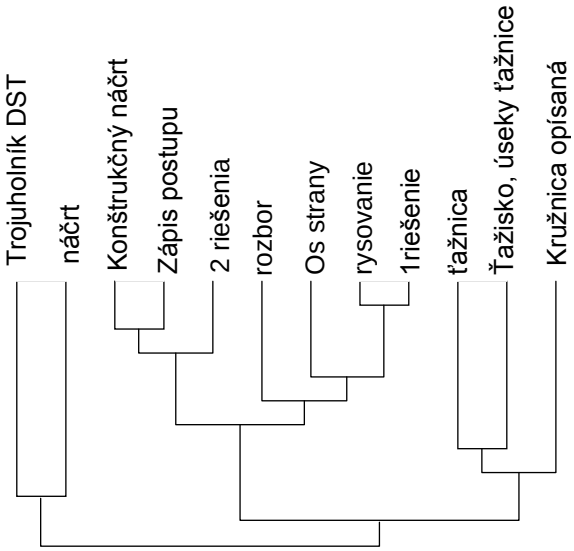
Aj v tomto prípade sme urobili štatistickú analýzu riešenia úlohy (str. 68 – 70).

1 použil správne, 0 nepoužil, -1 použil nesprávne	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
trojuholník *DST*	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
náčrt	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	-1
konštrukčný náčrt	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
rozbor (vypísaný krok za krokom)	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
ťažnica	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
ťažisko, úseky ťažnice	1	0	1	1	0	-1	1	1	1	0	1	1	-1	1	1	0	-1	1	0	0	0	1	1	1	0
os strany	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
kružnica opísaná	1	0	1	1	1	-1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
zápis postupu	0	0	1	1	-1	0	-1	-1	-1	0	1	1	1	0	1	0	-1	0	0	0	-1	-1	0	1	-1
rysovanie	1	0	1	1	0	0	-1	-1	-1	0	1	1	1	-1	1	0	-1	-1	0	0	-1	1	-1	1	0
1 riešenie	1	0	0	1	0	0	-1	1	-1	0	0	1	0	-1	1	0	-1	-1	0	0	0	1	-1	1	0
2 riešenia	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PRIDELENÉ BODY	**2**	**0**	**6**	**5**	**1**	**0**	**2**	**2**	**1**	**0**	**6**	**5**	**5**	**2**	**5**	**0**	**2**	**2**	**0**	**0**	**2**	**3**	**1**	**5**	**0**

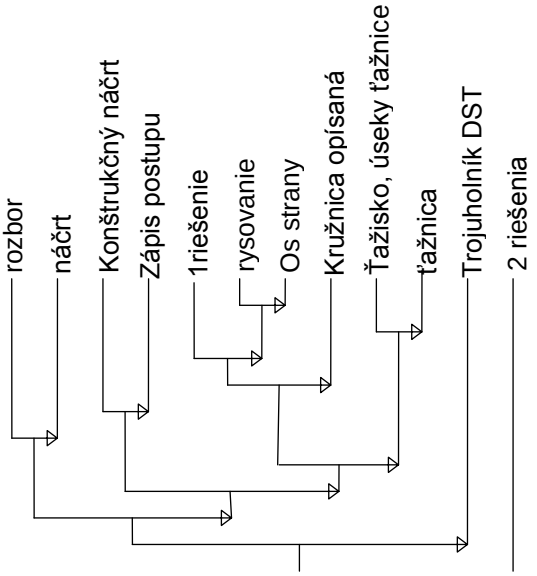
1 použil správne, 0 nepoužil, -1 použil nesprávne	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	správne použitie v %
trojuholník *DST*	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	1	0	1	1	1	1	1	1	86
náčrt	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	64
konštrukčný náčrt	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	22
rozbor (vypísaný krok za krokom)	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	1	20
ťažnica	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	76
ťažisko, úseky ťažnice	1	0	1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	68
os strany	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	56
kružnica opísaná	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	-1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	78
zápis postupu	1	0	1	1	1	-1	0	0	0	1	0	0	-1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	36
rysovanie	-1	0	1	1	0	-1	1	0	1	-1	0	1	-1	1	1	0	-1	1	0	-1	1	1	-1	1	1	42
1 riešenie	-1	0	1	1	1	-1	1	0	1	-1	0	1	-1	1	1	0	-1	1	0	-1	1	1	-1	1	1	40
2 riešenia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
PRIDELENÉ BODY	**2**	**0**	**6**	**6**	**6**	**2**	**3**	**0**	**4**	**2**	**1**	**4**	**3**	**4**	**4**	**1**	**1**	**6**	**0**	**2**	**6**	**5**	**1**	**5**	**6**	

Tab. 9

Zvláštnosťou v tomto podobnostnom strome je, že také základné úkony ako urobenie náčrtku je odsunuté do vzdialených pozícií. Na druhú stranu sa ukazuje, že v prvých troch úrovniach sú: konštrukčný náčrt, zápis postupu, 2 riešenia a vzdialene od nich dvojica rysovanie, 1 riešenie.



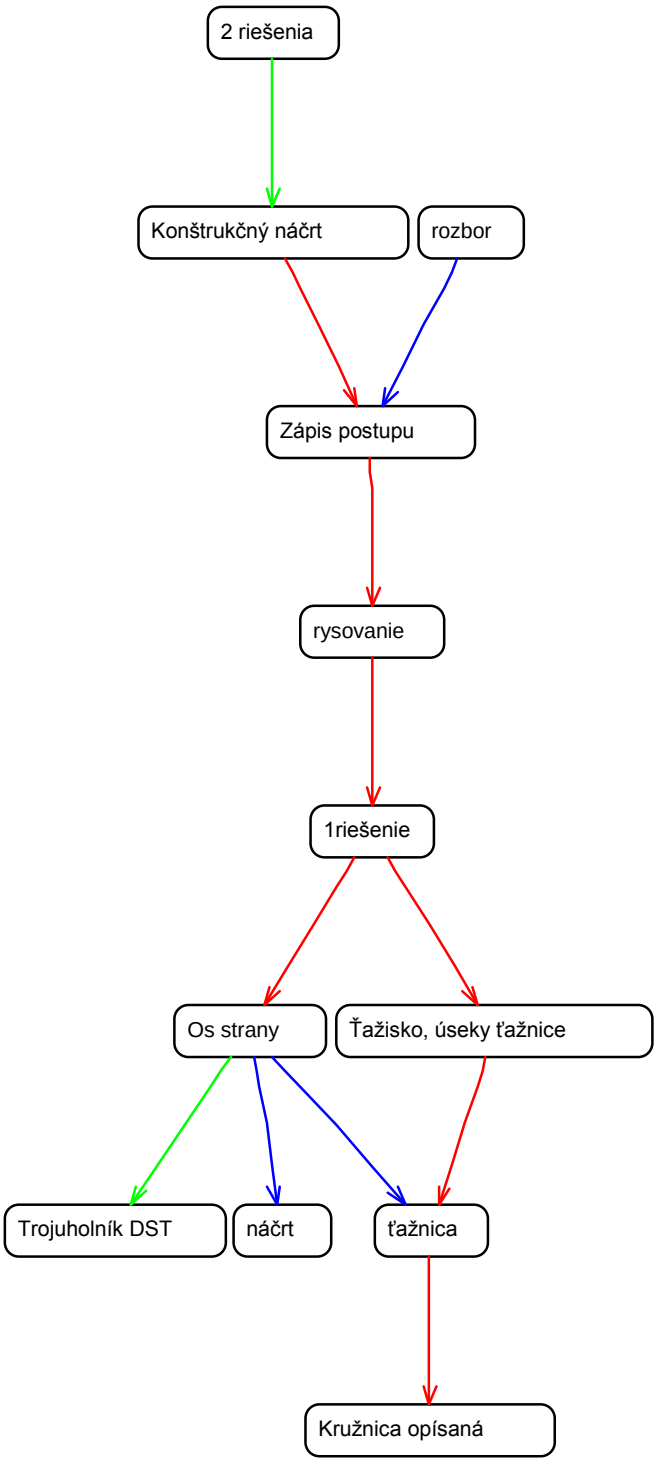
Similarity : CHIC Z9-II-4 konštrukcia



Hierarchical tree : CHIC Z9-II-4 konštrukcia

Ak si prezrieme aj hierarchický strom, máme pocit, že kopíruje podobnostné vzťahy s ich usporiadaním do tvaru podmienených vzťahov. Na druhú stranu sa nám ale mnohé vzťahy posúvajú v úrovni (napr. ťažnica a ťažisko). Tento strom nám ukazuje, že pre tvorbu riešenia sú dôležité (tak ako bolo napísané v analýze a priori): rysovanie, os strany, kružnica opísaná, ťažisko a ťažnica.

Implikatívny graf bolo možné nastaviť aj na presnosť 99 – 100% a veľmi pekne nám ukazuje úzku spätosť vyššie popísaných pojmov a poznatkov so správnym riešením úlohy.



Graph :CHIC Z9-II-4 konštrukcia 99 95 90 89

6 Vyhodnotenie učiteľského dotazníka

Na potvrdenie opodstatnenosti tvorby zbierky, ako aj podrobného didaktického rozboru úloh matematickej olympiády bol vytvorený nasledujúci dotazník:

DOTAZNÍK

V minulých rokoch sa Vám dostávali do rúk rôzne formy komentárov MO. Nižšie sú uvedené konkrétne ukážky (citáty) takýchto foriem. V ďalšom sa odvolávame na formu komentára (A, B, C, D), nie na uvedené konkrétne úlohy.

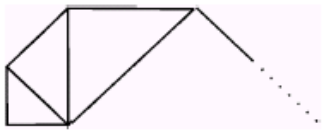
Forma A

Z8-I-5

Alenka zostavovala "*slimačiu ulitu*" z rovnoramenných pravouhlých trojuholníkov ako na obr. Použila na to čo najviac trojuholníkov, ale žiadne dva sa neprekrývali.

a) Z koľkých trojuholníkov bola ulita zostavená?

b) Vypočítajte obsah najväčšieho trojuholníka v hotovej ulite, ak odvesna najmenšieho z nich má dĺžku 1 cm?



(M. Raabová)

Riešenie:

a) Ulita je zložená z rovnoramenných trojuholníkov, ktoré majú uhly 45°, 45° a 90°. V strede slimačej ulity sa skladajú 45-stupňové uhly a do 360° sa ich zmestí presne 8 ($360 : 45 = 8$), preto aj trojuholníkov bude 8. Platí, že prepona menšieho trojuholníka je zároveň odvesnou susedného väčšieho trojuholníka.

b) Dĺžky odvesien ôsmich trojuholníkov sú po rade (výpočet pomocou Pytagorovej vety) $1; \sqrt{2}; 2; 2\sqrt{2}; 4; 4\sqrt{2}; 8; 8\sqrt{2}$. Najväčší trojuholník má odvesny dĺžky $8\sqrt{2}$ cm a jeho obsah S je teda $S = \frac{8\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 64\,[\mathrm{cm}^2]$.

Forma B

Z9-I-1

Dvojciferné číslo nazveme *exkluzívne* práve vtedy, keď má nasledujúcu vlastnosť: ak cifry exkluzívneho čísla navzájom vynásobíme a k tomuto súčinu pripočítame ciferný súčet daného exkluzívneho čísla, dostaneme práve toto exkluzívne číslo. Napríklad číslo 79 je exkluzívne, lebo
$79 = 7 \cdot 9 + (7 + 9)$. Nájdite všetky exkluzívne čísla.

(P. Tlustý)

Riešenie:
Každé dvojciferné číslo možno jednoznačne zapísať v tvare $10a + b$, kde a, b sú jednociferné čísla. Potom hľadané čísla musia spĺňať nasledujúcu rovnicu:

$$10a + b = a \cdot b + a + b \quad \text{čiže}$$

$$9 \cdot a = a \cdot b$$

Keďže hľadané číslo je dvojciferné, musí byť $a \neq 0$, a teda $b = 9$. Danú podmienku spĺňa každé dvojciferné číslo, ktorého číslica na mieste jednotiek je 9. Hľadané čísla sú: 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99.

Poznámka:
Tu prezentované riešenie využíva rozpis pôvodného dvojciferného čísla pomocou jeho cifier a mocnín desiatky. Domnievame sa, že bez tohto kroku žiak iba ťažko určí všetky čísla spĺňajúce podmienky zadania. Naviac nebude mať istotu, či neexistuje aj iné riešenie.

Forma C

Z9-I-1

Zoberme si štvorciferné číslo s rôznymi ciframi. Zameňme každú jeho číslicu aritmetickým priemerom zvyšných číslic. Aké najmenšie a aké najväčšie číslo môžeme takto vytvoriť?

Černek

Riešenie

Dané číslo si označíme ako $A = \underline{abcd}$, čo môžeme zapísať aj v tvare
$A = 1000a + 100b + 10c + d$ (1). Podľa textu úlohy
$a' = \frac{b+c+d}{3}$; $b' = \frac{a+c+d}{3}$; $c' = \frac{a+b+d}{3}$; $d' = \frac{a+b+c}{3}$. Ak tieto hodnoty dosadíme do čísla B, dostávame: $B = 1000 \cdot \frac{b+c+d}{3} + 100 \cdot \frac{a+c+d}{3} + 10 \cdot \frac{a+b+d}{3} + \frac{a+b+c}{3}$. Po úprave potom $B = \frac{1}{3} \cdot (1011b + 1101c + 1110d + 111a) = 337b + 367c + 370d + 37a$

Utvorením rozdielov $a'-b'$; $a'-c'$... ľahko nahliadneme, že rozdiely $a-b$; $a-c$... sú násobkom 3. Preto čísla a, b, c, d musia pri delení tromi dávať ten istý zvyšok. Vyberáme z cifier 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9. Je zrejmé, že jednotkou už nemôžeme začať, lebo ďalšie tri čísla by museli byť 4, 7, 11, čo nie je možné. (Obdobne pre 2.) Číslo A pozostáva teda z cifier 0, 3, 6, 9.

Najväčšie číslo B dostaneme z čísla 3069 a najmenšie z čísla 9630.

Návodné úlohy

1. Pred triedou stála skupina žiakov, čakajúca na začiatok matematického krúžku. Zistili, že ich je toľko, koľko je ich priemerný vek. Potom vstúpil do triedy 29 ročný vedúci krúžku. Ešte s väčším prekvapením zistili, že aj teraz ich je toľko, ako je ich priemerný vek. Koľko žiakov čakalo na začiatok matematického krúžku?
2. Žiak, ktorý ukončil prvý ročník priemyselnej školy, bol klasifikovaný z 12 predmetov. Priemer jeho známok bol 3,15. Aké známky mohol mať z jednotlivých predmetov?
3. Priemerný vek jedenástich hráčov futbalového mužstva je 22 rokov. V priebehu zápasu sa jeden hráč zranil, v dôsledku čoho musel opustiť ihrisko. (Nikto však zaňho nenastúpil.) Takto priemerný vek hráčov klesol na 21 rokov. Koľko rokov mal zranený hráč?

Forma D

Z8-I-1

Zadanie

Ocko oprel náš nový rebrík o stenu domu. Spodná (prvá) priečka je 24 cm nad zemou. Posledná – štrnásta priečka je päťkrát tak vysoko, ako tretia priečka. Vzdialenosť medzi každými dvoma priečkami je rovnaká.

a) Ako vysoko nad zemou je tretia priečka?

b) O koľko vyššie sa dostane ocko, ak z tretej priečky vystúpi na piatu?

(Dillingerová)

Poznámky k úlohe:

Ide o klasickú slovnú úlohu, v ktorej treba situáciu modelovať zložitou rovnicou, prípadne sústavou rovníc. NÚ A, B sa preto zameriavajú na riešenie rovníc. V NÚ A si žiaci zopakujú ekvivalentné úpravy a v NÚ B riešia jednoduché rovnice. Úloh tohto typu je možné podľa individuálnej potreby žiaka zaraďovať viac alebo menej. Ťažiskom slovnej úlohy je však všeobecné zaznačenie vzťahov, preto NÚ C, D sa venujú modelovaniu situácie pomocou vzťahov a rovníc. V NÚ D ide o postupné zadávanie viac a viac údajov. Jej členenie pomáha oddeleniu postupne spracovávaných informácií. Toto sa využíva aj v úlohe MO, kde je potrebné najprv si zaviesť neznámu, potom vytvoriť vzťahy pre výšku jednotlivých priečok a nakoniec uvedené spojiť pomocou rovnice so zohľadnením vzťahu medzi uvedenými výškami. Tento druh práce s textom najviac pripomínajú NÚ D *c)* a E. Na posledné úskalie, ktoré by mohlo ovplyvniť žiakovu úspešnosť, je upozornené v NÚ F.

Stručné riešenie:

Označme a zmenu výšky pri vystúpení o jednu priečku vyššie. Potom tretia priečka je vo výške $2a+24$ [cm]. Štrnásta priečka je vo výške $13a+24$ [cm]. Využijúc vzťah zo zadania, dostaneme: $5\cdot(2a+24)=13a+24$.

Jeho úpravou dospejeme k $a=32\,[\text{cm}]$. Teraz je už ľahké dopočítať požadované údaje.

a) Tretia priečka je vo výške $2a+24=88\,[\text{cm}]$.

b) Ak ocko vystúpi z tretej na piatu priečku, dostane sa o $2a=64\,[\text{cm}]$ vyššie.

Aké riešenia (zápisy) môžeme od žiakov očakávať a požadovať:

Úlohu je možné riešiť iba rovnicou, alebo kreslením, zisťovaním vzťahov v obrázku a jednoduchšou rovnicou. Oba prístupy považujeme za rovnocenné. Ak riešiteľ stotožní vzájomnú vzdialenosť dvojice priečok so zmenou výšky pri postúpení o jednu priečku, navrhujeme hodnotiť známkou dobre (2).

Návodné úlohy:

A. Riešte rovnice: *a)* $x+2=7$
b) $x-48=64$
c) $35-x=16$
d) $15x=105$

B. Riešte rovnice: *a)* $6x+10=2.(x+7)$
b) $2.(3x+5)=2.(x+15)$
c) $6x+8=2x-12$

C. Víla Prvosienka je veľká tanečnica. Za jednu mesačnú noc pretancuje len o jedny črievičky menej ako víla Nezábudka za dve takéto noci. Koľko párov črievičiek pretancuje

Prvosienka za jednu mesačnú noc, ak Nezábudka za takú istú noc pretancuje 4, 2, 5, 3 páry črievičiek? Vytvor vzorec na výpočet Prvosienkou pretancovaných párov črievičiek.

D. Na ostrove Dragoland žijú modrí, červení a zelení draci.
a) Jeden červený drak vychrlí denne o 5 litrov ohňa viac ako dvaja modrí draci. Zapíš tento údaj rovnicou, ak neznámou má byť počet litrov ohňa vychrleného jedným modrým drakom za deň a červený drak vychrlí denne 45 l ohňa. Vypočítaj, koľko litrov ohňa vychrlí denne jeden modrý drak.
b) Traja zelení draci vychrlia denne o 5 litrov ohňa viac ako piati modrí draci. Zapíš aj tento údaj rovnicou, ak neznámou má byť počet litrov ohňa vychrleného jedným zeleným drakom. Pre množstvo ohňa vychrlenného za deň modrým drakom použi výsledok úlohy *a)*. Vypočítaj, koľko litrov ohňa vychrlí denne jeden zelený drak.
c) Oheň drakov rôznych farieb má rôznu silu. Dvaja zelení draci svojim ohňom denne spália toľko cm^2 trávy ako modrý a červený drak spolu. Jeden modrý drak spáli jedným litrom ohňa o 7 cm^2 viac trávy ako červený drak dvomi litrami svojho ohňa. Jeden červený drak spáli piatimi litrami ohňa o 14 cm^2 trávy viac ako modrý drak dvoma litrami ohňa. Ktorý drak spáli denne najviac trávy?

E. Jeden môj krok meria 70 cm. Ak urobím 1 krok a 10 skokov, som štyrikrát tak ďaleko ako keď urobím 1 krok a 2 skoky. (Všetky moje skoky sú rovnako dlhé.) Koľko cm meria jeden môj skok?

F. Popri letnom kúpalisku je vysadená aleja stromov. Stromy sú vysadené v rade za sebou so vzájomnými odstupmi 7 m. Ako ďaleko je prvý strom od posledného, ak v aleji sú 2, 3, 5, 14, 47 stromov?

1. Počas mojej práce so žiakmi som zaregistroval(a) všetky tu uvedené druhy komentárov

a) áno

b) nie (uveďte ktoré – stačí A, B, …)

2. Najlepšie sa mi so žiakmi pracovalo, keď boli komentáre vo forme

a) A

b) B

c) C

d) D

e) forma komentára moju prácu neovplyvnila.

3. Najťažšia bola pre mňa práca so žiakmi, keď bol komentár vo forme

a) A

b) B

c) C

d) D

e) forma komentára moju prácu neovplyvnila.

4. Vyberte, z akých častí by mal podľa vás pozostávať komentár úlohy MO

a) úplné riešenie so všetkými myšlienkami

b) stručné riešenie

c) správny výsledok – výsledky

d) vymenovanie pojmov a poznatkov potrebných k riešeniu úlohy

e) stručné didaktické poznámky

f) didaktické poznámky s odkazmi na návodné úlohy

g) návodné úlohy

h) analýzu predpokladaného žiackeho riešenia

i) charakteristiku, ako hodnotiť žiacke riešenie

j) definovanie minimálnej úrovne riešenia hodnoteného „dobre“

5. Ak ste zadávali žiakom návodné úlohy, ich úspešnosť v riešení úloh MO sa tým podľa vašej skúsenosti

a) zvýšila

b) nezmenila

c) znížila

6. Ak by sa pripravila zbierka úloh z MO, mala by okrem zadaní obsahovať aj vyberte jednu až tri z možností *a)* až *j)* pri otázke 4.

7. Uveďte, na akom type školy učíte.

a) základná škola

b) základná škola s triedou s rozšíreným vyučovaním matematiky

c) osemročné gymnázium

d) osemročné gymnázium s triedou s rozšíreným vyučovaním matematiky

e) škola pre mimoriadne nadané deti

	1		2					3					4										5			6									7				
	a	*b*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*I*	*j*	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
	A1	A2	B1	B2	B3	B4	B5	C1	C2	C3	C4	C5	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	E1	E2	E3	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	G1	G2	G3	G4	G5
U1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U2	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
U3	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
U4	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0
U5	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
U6	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
U7	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
U8	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
U9	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
U10	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
U11	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U12	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0
U13	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
U14	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U15	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
U16	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U17	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U18	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
U19	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U20	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U21	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U22	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U23	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U24	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U25	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U26	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
U27	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U28	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U29	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
U30	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0

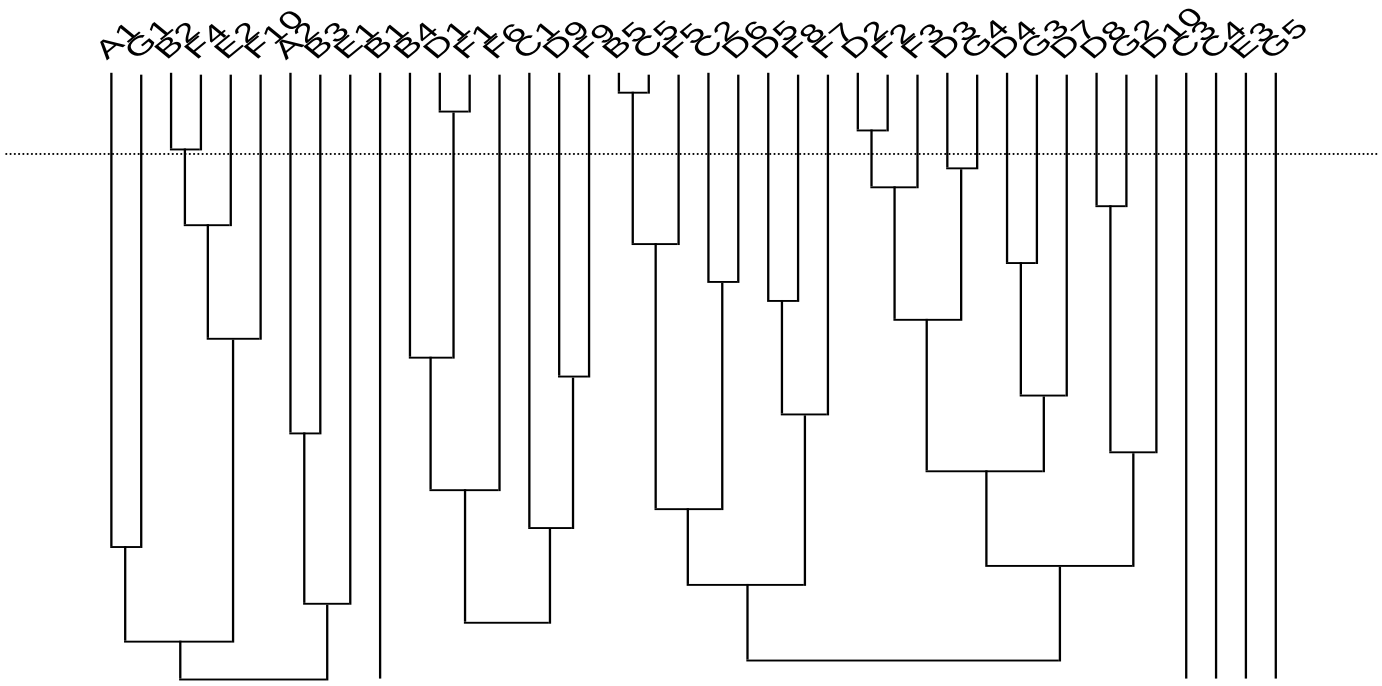
	1		2					3					4										5			6										7				
	a	*b*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*I*	*j*	*a*	*b*	*c*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
	A1	A2	B1	B2	B3	B4	B5	C1	C2	C3	C4	C5	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	E1	E2	E3	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	G1	G2	G3	G4	G5
U31	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
U32	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U33	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U34	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
U35	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
U36	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U37	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U38	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
U39	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U40	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
U41	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
U42	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U43	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U44	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U45	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U46	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
U47	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
U48	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
U49	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U50	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
U51	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
U52	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U53	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
U54	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
suma	43	11	0	5	32	28	4	41	2	0	0	12	21	18	7	12	12	18	33	10	32	25	45	14	0	23	23	10	8	7	18	29	3	9	2	42	5	8	1	0
%	79.6	20	0	9.3	59	52	7.4	75.9	4	0	0	22	38.9	33	13	22	22	33	61	19	59	46	83.3	26	0	42.6	43	19	15	13	33	54	5.6	17	3.7	77.8	9.3	15	1.9	0

Tab. 10

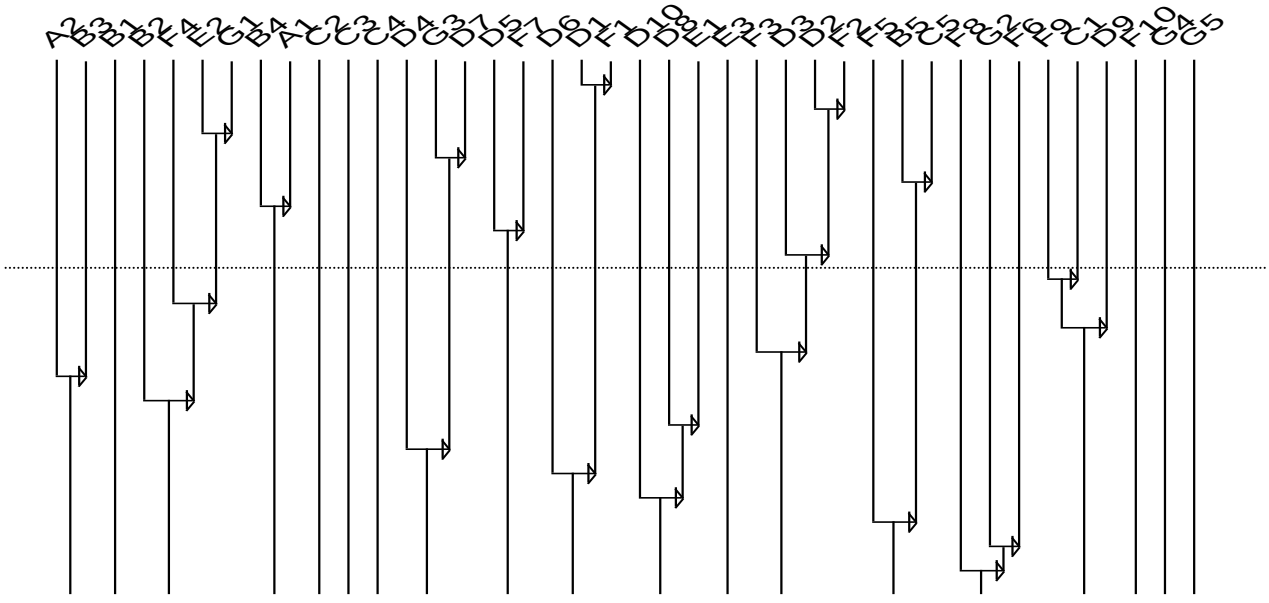
V tabuľke 10 na predchádzajúcich stranách sú zahrnuté odpovede učiteľov na dotazník, ktorý im bol rozposielaný e-mailom, bol uverejnený na stránkach Infoveku a tiež ho dostali v Bratislave počas inštruktáže k úlohám domáceho kola 54. ročníka matematickej olympiády. Aj keď sme do dotazníka nedali otázku, či by učitelia takúto zbierku privítali, z ich spontánnych reakcií bolo viditeľné, že tento druh zbierky na trhu chýba. S ohľadom na vysokú zapojenosť učiteľov a výsledky dotazníka považujeme za **potvrdenú hypotézu H1.**

V tabuľke 10 je pre nás snáď najzaujímavejším výsledok šiestej otázky. Jednoznačne by zbierka mala obsahovať výsledky spolu aspoň so stručným riešením. Ďalej sa nám ukázalo, že by učitelia preferovali uvedenie didaktických poznámok a návodných úloh. Návodné úlohy dostali dokonca najviac percent hlasov zo všetkých častí, ktoré by mala zbierka obsahovať. Preto sme do v rámci dizertačnej práce nami vytvorenej zbierky zaradili návodné úlohy priamo medzi ostatné. Naviac sme sa roztriedením úloh podľa tematiky snažili uľahčiť učiteľom orientáciu v problémoch. Tento fakt by mohol byť čiastočnou náhradou stručných didaktických poznámok k úlohe. Výsledky dotazníka boli spracované okrem iného aj štatistickým programom CHIC (grafy na stranách 79 – 80).

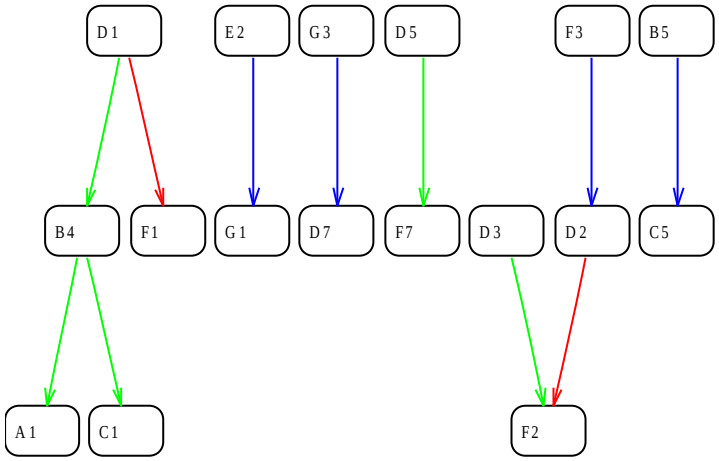
V prvej schéme je zachytený podobnostný graf s väzbami medzi jednotlivými položkami odpovedí. Najvyššie položené spojenia sú pritom najtesnejšie, teda najpravdepodobnejšie. Túto skutočnosť sme zvýraznili prerušovanou čiarou. Podobne je to zaznačené aj v implikatívnom strome. Ten nám znázorňuje väzby v rozhodovaní sa učiteľov. Za najprehľadnejšie však považujeme zobrazenie väzieb vo forme farebne odlíšeného implikatívneho grafu. Uviedli sme ho na tomto mieste opäť s dvomi rôznymi nastaveniami dôležitosti implikácií.



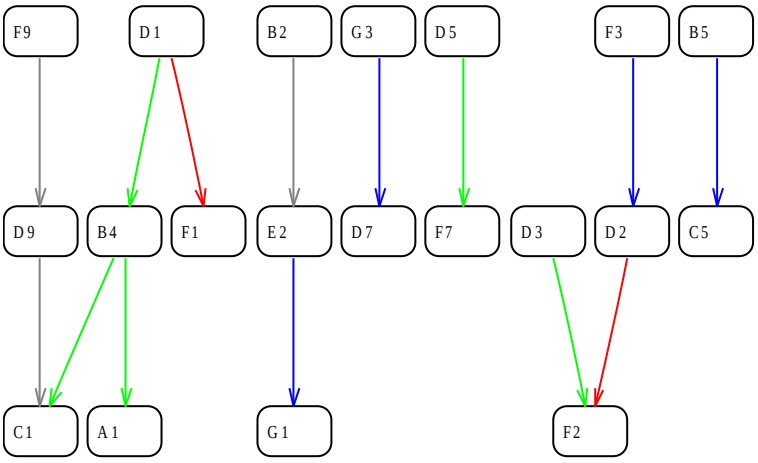
Similarity : D:\Moje dokumenty\diz\odpovede dotazník uèitelia\Zošit2.csv



Hierarchical tree : D:\Moje dokumenty\diz\odpovede dotazník uèitelia\Zošit2.csv



Graphe implicatif :učitelia 99 95 90 85



Graphe implicatif : P:\Zošit2.csv 99 95 90 88

Záver

Najprv sme odučili jednotlivé témy učebných osnov matematiky základnej školy formou problémového vyučovania. Zamerali sme sa na vyučovanie geometrie. Tým sme uskutočnili priamy pedagogický experiment. Počas celého času sme kontrolovali výsledky prirodzeného pedagogického experimentu porovnávaním experimentálnej triedy s klasickou triedou. Išlo o malú vzorku žiakov, a práve tu vidíme možnosti pre ďalší výskum, ktorý by sa mohol zaoberať plošným experimentom využívajúcim navrhované metódy práce na hodinách matematiky.

Napriek malému počtu subjektov, vstupujúcich do experimentu však môžeme konštatovať, že na tejto vzorke sa nám potvrdila hypotéza **H2 –** *Práca s problémovými úlohami prinesie želaný rozvoj matematických schopností žiaka (minimálne na tej istej úrovni ako pri tradičnom vyučovaní)*.

Okrem toho sme po ukončení experimentu pomocou dotazníka zisťovali dopad problémového vyučovania na vzťahy: matematika – žiak, matematika – stres a strach. K tomuto hodnoteniu pristupovali žiaci až v momente, keď ich znalosti preskúšal nový učiteľ a mali možnosť celý štvrťrok pracovať na matematike s novým učiteľom iným spôsobom. Uvedené bolo urobené zámerne, lebo sme mali pocit, že 12-roční žiaci nemajú veľa skúseností s formami vyučovania a chceli sme im ďalšiu takúto skúsenosť poskytnúť. Naviac hodnotenia vzťahov po uplynutí akéhosi časového úseku prestávajú byť nadmieru emotívne. Na druhú stranu nesmieme nechať prejsť príliš dlhý časový úsek (s ohľadom na vek ide o rok a dlhšie), aby spomienky a tým aj hodnotenia neboli idealizované. Výsledky dotazníka však v plnej miere potvrdili našu domnienku, že žiaci budú mať po použití foriem problémového vyučovania pozitívnejší vzťah k matematike. Odpovede na mnohé otázky potvrdzujú, že tento vzťah nemožno zamieňať iba so vzťahom k učiteľovi. Žiaci si uvedomili náročnosť a dôležitosť

matematiky. Tiež sa preukázalo, že títo žiaci majú iba minimálny strach z matematiky. S konečnou platnosťou môžeme teda konštatovať, že sa v našom experimente potvrdila aj hypotéza **H3 –** *Žiaci sa prestanú báť možnosti pomýlenia sa a matematika nebude neobľúbený predmet.*

Ukázali sme aj, ako žiaci úlohy z matematickej olympiády riešili. Vybrali sme tematicky tri rôzne úlohy, vykonali analýzu a priori a analýzu a posteriori. Javilo sa nám byť dôležité, aby učiteľ videl, že úloha využívajúca iba preberanú látku môže naozaj byť problémovou úlohou. Žiacke výsledky to jasne dokazujú. Naviac dokazujú, že aj po preriešení podobných príkladov, tieto úlohy ostávajú problémové. Napriek existencii podobného príkladu v domácom kole matematickej olympiády, nedokázali mnohí žiaci urobiť myšlienkový zdvih a vyriešiť analyzovanú úlohu druhého kola. Nakoľko by učitelia prijali takúto zbierku a v akej forme by ju chceli mať sme sa snažili zistiť pomocou učiteľského dotazníka. V ňom sme sa dozvedeli, že by najradšej mali v zbierke úplné riešenia úloh, alebo aspoň stručné riešenie, pridané návodné úlohy a tretina učiteľov považovala za dôležité, do zbierky zahrnúť aj didaktické poznámky s odkazmi na návodné úlohy.

Použitá literatúra

[1] Bereková H.: Graphic calculator in education at schools and in educational training of future teachers. In: Zborník Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. KAGDM, Bratislava, 2004.

[2] Bereková H., Šalát T.: Dva výsledky z elementárnej teórie čísel a tvorba nových problémov metódou analógie. Matematické obzory 37, 1991.

[3] Bereková H., Földesiová L., Hríbiková I., Regecová M., Trenčanský I.: Slovník teórie didaktických situácií, 1. časť. In: Zborník Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. KZDM, Bratislava 2001

[4] Bereková H., Földesiová L., Kremžárová L., Regecová M., Slávičková M., Trenčanský I., Vankúš P., Zámožíková Z.: Slovník teórie didaktických situácií, 2. časť. In: Zborník Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. KZDM, Bratislava 2003

[5] Bertrand Y.: Soudobé teorie vzdělávání. Portál, Praha, 1998.

[6] Booker G.: The Mats game. Using instructional games to teach mathematics. New Zealand Council for Education Research, Wellington, 2000.

[7] Brincková J.: Projektové a autentické vyučovanie. Metodické centrum, Banská Bystrica, 2002

[8] Butts T.: Problem solving in Mathematics. Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois, 1973.

[9] Fonód T., – Maxian M.: Geometrické perličky. Metodické centrum v Bratislave, Bratislava, 1997.

[10] Frobischer L.: Problems, Investigation and Investigative approach. In: Issues in Teaching of Mathematics. Cassell, London, 1994.

[11] Gábor O. – Kopanev O. – Križalkovič O.: Teória vyučovania matematiky 1. Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava, 1989.

[12] Hasprová M. – Záhoráková D.: Niektoré koncepcie a formy vyučovania mikrogeografie na ZŠ. In Geografia, č.2, 2001.

[13] M. Hejný a kolektív: Teória vyučovania matematiky 2. Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava, 1989.

[14] Kilpatrick J.: Change and Stability in Research in Mathematics Education. In: Proceding of the International Symposium on Research and Development in Mathematics Education, Bratislava, 1988.

[15] Kopka J.: Problems and Investigation in school Mathematics. Proceedings of International Symposium Elementary Maths Teaching, Prague, 1995.

[16] Kopka J.: Hrozny problémů ve školské matematice. Univerzita J. E. Purkyně, Ústí nad Labem, 1999.

[17] Kopka J.: Ukázky strategií při řešení problémů, In Acta mathematica 6, Nitra, 2003.

[18] Kupisiewicz C.: O efektívnosti problémového vyučovania, SPN, Bratislava, 1964.

[19] Kuřina F.: Začarovaný kruh školské geometrie, In Pokroky matematiky, fyziky a astronomie 5, ročník 32, Academia, Praha, 1987.

[20] Petrašková E.: O jednom alternatívnom spôsobe vyučovania. In Pedagogické rozhľady, ročník 11, číslo 2, Banská Bystrica, 2002.

[21] Pólya G.: Kak rešať zadaču. Gosud. Uč. Ped. Izdat. Ministerstva prosvešč. RSFSR, Moskva, 1961.

[22] Sierpinska A.: On the Concept of Epistemological Obstacle in Research on Teaching and Learning Mathematics. In: Proceding of the International Symposium on Research and Development in Mathematics Education, Bratislava, 1988.

[23] Singule F.: Současné pedagogické směry. SPN, Praha, 1992.

[24] Toumasis Ch.: The epos of Euklidean Geometry in Greek Secondary Education (1836-1985): Pressure for Change and Resistance. In: Educational Studies in Mathematics, Vol. 21, No. 6, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht,1990.

[25] Turek I.: O problémovom vyučovaní. SPN, Bratislava, 1982.

[26] Turek I.: O inováciách vyučovacích stratégií. Metodické centrum, Tomášikova 4, Bratislava, 1996.

[27] Zelina M.: Aktivizácia a motivácia žiakov na vyučovaní. Metodické centrum, Banská Bystrica, 2002.

Pedagogické dokumenty a učebnice

[28] PhDr. Bálint Ľ., CSc, PaedDr. Sádecká V.: Matematika. Vzdelávací štandard 2. stupeň základnej školy. Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky dňa 9. 4. 1999 pod číslom 546/994 s platnosťou od 1. septembra 1999.

[29] Berová Z. - Bero P.:Pomocník z matematiky pre 5. ročník ZŠ, 1. diel., Orbis Pictus Istropolitana, Bratislava 2002.

[30] Berová Z.- Bero P.: Pomocník z matematiky pre 5. ročník ZŠ, 2. diel., Orbis Pictus Istropolitana, Bratislava 2002.

[31] Berová Z. - Bero P.: Pomocník z matematiky pre 6. ročník ZŠ, 1. diel., Orbis Pictus Istropolitana, Bratislava 2003.

[32] Berová Z. - Bero P.: Pomocník z matematiky pre 6. ročník ZŠ, 2. diel., Orbis Pictus Istropolitana, Bratislava 2003.

[33] Böer H., Kietzmann U., Kliemann S., Pongs R., Schmidt W., Vernay R., Wellstein H.: mathelive, Mathematik für Gesamtschulen 9., Erweiterungskurs, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart, 2003.

[34] Böer H., Kietzmann U., Kliemann S., Pongs R., Puscher R., Schmidt W., Vernay R., Wellstein H.: mathelive, Mathematik für Gesamtschulen 10., Erweiterungskurs, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart, 2003.

[35] Repáš V., Černek P., Pytlová Z., Vojtela I.: Matematika pre 5. ročník ZŠ Prirodzené čísla, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 1997.

[36] Repáš V., Černek P., Pytlová Z., Vojtela I.: Matematika pre 5. ročník ZŠ Geometria, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 1997.

[37] Repáš V., Černek P., Pytlová Z., Vojtela I.: Matematika pre 5. ročník ZŠ Desatinné čísla, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 1997.

[38] Repáš V., Černek P., Kasová Ľ., Bednářová S., Vojtela I.: Matematika pre 6. ročník ZŠ 1. diel, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 1998.

[39] Repáš V., Černek P., Kasová Ľ., Bednářová S., Vojtela I.: Matematika pre 6. ročník ZŠ 2. diel, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 1998.

[40] Repáš V., Černek P., Kasová Ľ., Černeková A.: Matematika pre 7. ročník ZŠ 1. diel, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 2000.

[41] Repáš V., Černek P., Kasová Ľ., Černeková A.: Matematika pre 7. ročník ZŠ 2. diel, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 2000.

[42] Repáš V., Černek P., Kasová Ľ.: Matematika pre 8. ročník ZŠ 1. diel, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 2001.

[43] Repáš V., Černek P.: Matematika pre 8. ročník ZŠ 2. diel, Orbis PictusIstropolitana Bratislava 2002.

[44] Šedivý O., Čeretková S., Malperová M., Bálint Ľ.: Matematika pre 5. ročník základných škôl, 1. - 2. časť. Bratislava, SPN, 2001.

[45] Šedivý O., Čeretková S., Malperová M., Bálint Ľ.: Matematika pre 6. ročník základných škôl, 1. - 2. časť. Bratislava, SPN, 2001.

[46] Šedivý O., Čeretková S., Malperová M., Bálint Ľ.: Matematika pre 7. ročník základných škôl, 1. - 2. časť. Bratislava, SPN, 2001.

[47] Šedivý O., Čeretková S., Malperová M., Bálint Ľ.: Matematika pre 8. ročník základných škôl, 1. - 2. časť. Bratislava, SPN, 2001.

[48] Šedivý O., Čeretková S., Malperová M., Bálint Ľ.: Matematika pre 9. ročník základných škôl, 1. - 2. diel, Bratislava, SPN, 2003 – 2004.

[49] Učebné osnovy Matematiky pre 5. - 9. ročník základných škôl, Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky 3. 4. 1997 pod číslom 1640/1997-151 s platnosťou od 1. 9. 1997.

[50] Vzdelávací štandard s exemplifikačnými úlohami Z MATEMATIKY pre 2. stupeň základnej školy Vypracoval: PhDr. Ľudovít BÁLINT, CSc. s využitím úloh zaslaných okresnými metodikmi k jednotlivým požiadavkám, v rokoch 1995, 1996 Schválilo Ministerstvo školstva Slovenskej republiky dňa 30. januára 2002 pod číslom 117/2002-41 s platnosťou od 1. septembra 2002.

[51] Zapletal F., Bobok J., Řebíčková D., Urbanová J.: Metodická príručka na vyučovanie matematiky v 6. ročníku základnej školy. Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava, 1981.

Iné práce

[52] Bereková H.: Habilitačná práca. Učenie riešením problémov. KZDM, Bratislava, 1996.

[53] Brisudová Z.: Diplomová práca. Problémové vyučovania v geometrii. KZDM, Bratislava, 2003.

[54] Gážiková G.: Diplomová práca. Problémové úlohy na stredných školách. KZDM, Bratislava, 1996.

[55] Perz G.: Steirische Unterstufenwettbewerbe 1989 – 1995. Graz, 2002.

[56] Perz G.: Steirische Unterstufenwettbewerbe 1996 – 2001. Graz, 2002.

[57] Hrdinová D., Koreňová L.: IKT v matematike ZŠ a SŠ, CD, Učiteľský neinvestičný fond, Bratislava 2002.

Internetové zdroje

[58] Altmannsberger M.: Projektunterricht - eine umfassende Betrachtung.
Na http://www.hausarbeiten.de/faecher/vorschau/9158.html

[59] Ecler B.: Ucieczka z kina "Wolność".
Na http://www.vulcan.edu.pl/eid/archiwum/1998/06/ucieczka.html

[60] Schmitt S.: Die Projektmethode.
Na http://www.hausarbeiten.de/faecher/vorschau/20677.html

[61] http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Polya.html

[62] http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Plato.html

[63] http://www.zzbw.uni-hannover.de/diester.htm

[64] http://www.iep.utm.edu/d/dewey.htm

[65] http://www.coe.ufl.edu/esh/Projects/usmes.htm

[66] http://www.glef.org/

[67] ftp://ftp.casio.co.jp/pub/world_manual/edu/en/CP300_UsersGuide_E.pdf

Vlastné články

[68] Krállová M.: Návodné úlohy 48. Ročníka MO, kat. Z. In: Matmix. Matematický časopis pre ôsmakov, deviatakov a stredoškolákov. Metodické centrum, Tomášikova 4, Bratislava, 1998a.

[69] Krállová M.: Úlohy o pohybe. In: Zborník príspevkov na seminári z teórie vyučovania matematiky. KZDM, Bratislava, 1998b.

[70] Krállová M.: Návodné úlohy kategórie Z8. In: 49. Ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. Kola. IUVENTA, Bratislava, 1999a.

[71] Krállová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z9. In: 49. Ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. Kola. IUVENTA, Bratislava, 1999b.

[72] Krállová M.: Typológia návodných úloh. In: Zborník Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. KZDM, Bratislava, 1999c.

[73] RNDr. Krállová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z6. In: 50. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2000a.

[74] RNDr. Krállová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z4. In: 50. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2000b.

[75] RNDr. Krállová M.: Návodné úlohy kategórie Z7. In: 50. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2000c.

[76] RNDr. Krállová M.: úlohy MO: 49. ročník: C-I-2, B-I-6, Z9-I-2, Z8-I-5. publikované v letákoch MO ABC, resp. MOZ, IUVENTA, Bratislava 1999d.

[77] RNDr. Krállová M.: úlohy MO:50. ročník: Z5-II-1, Z9-II-2, Z9-II-2náhrada, Z9-II-3náhrada. publikované v letákoch MO ABC, resp. MOZ, IUVENTA, Bratislava 2001a.

[78] RNDr. Dillingerová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z5. In: 51. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2001b.

[79] RNDr. Dillingerová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z7. In: 51. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2001c

[80] RNDr. Dillingerová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z8. In: 51. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2001d.

[81] RNDr. Dillingerová M.: úlohy MO: 51. ročník: Z5-I-1, Z6-I-5, Z9-I-5 publikované v letáku MOZ, IUVENTA, Bratislava 2001e.

[82] RNDr. Dillingerová M.: úlohy MO: 51. ročník: Z4-II-3, Z9-II-2, Z9-III-4 publikované v letákoch MOZ, IUVENTA, Bratislava 2002a.

[83] RNDr. Dillingerová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z4. In: 52. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2002b.

[84] RNDr. Dillingerová M.: Riešenia úloh MO, kategória Z9. In: 52. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2002c.

[85] RNDr. Dillingerová M.: úlohy MO: 52. ročník: Z4-I-2, Z4-I-3, Z4-I-4, Z4-I-5, Z4-I-6, Z5-I-2, Z8-I-3, Z8-I-5, Z9-I-3, Z9-I-6, publikované v letáku MOZ, IUVENTA, Bratislava 2002d.

[86] RNDr. Dillingerová M.: úlohy MO: 52. ročník:Z4-II-1, Z4-II-2, Z4-II-3, Z6-II-3, Z7-II-3, Z8-II-2, Z9-II-1, Z9-II-3, Z9-III-3, Z9-III-4 publikované v letákoch MOZ, IUVENTA, Bratislava 2003a.

[87] RNDr. Dillingerová M., RNDr. Jodas V., Mgr. Žabka J.: Didaktický seminár zo školskej matematiky 5. Zadania úloh. elektronická forma študijného materiálu na http://www.fmph.uniba.sk/~kzdm/vyuka.htm 2002e.

[88] RNDr. Dillingerová M.: úlohy MO: 53. ročník: Z4-I-1, Z4-I-2, Z4-I-3, Z4-I-4, Z4-I-5, Z4-I-6, Z5-I-5, Z6-I-3, Z7-I-6, Z8-I-1, Z8-I-5, Z9-I-4, publikované v letáku MOZ, IUVENTA, Bratislava 2003b.

[89] RNDr. Dillingerová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z4. In: 53. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2003c.

[90] RNDr. Dillingerová M.: Komentáre k úlohám MO, kategória Z8. In: 53. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2003d.

[91] RNDr. Dillingerová M.: Rozšírenie poznatkov o mnohostenoch pre žiakov stredných škôl. In: Zborník 5 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. KZDM, Bratislava, 2003e.

[92] RNDr. Dillingerová M.: úlohy MO: 53. ročník: Z4-II-1, Z4-II-2, Z4-II-3, Z5-II-2, Z9-III-1 publikované v letákoch MOZ, IUVENTA, Bratislava 2004a.

[93] RNDr. Dillingerová M.: úlohy MO: 54. ročník: Z4-I-4, Z4-I-5, Z4-I-6, Z6-I-3, Z7-I-1, Z7-I-3, Z7-I-4, Z7-I-5, Z9-I-2, publikované v letáku MOZ, IUVENTA, Bratislava 2004b.

[94] RNDr. Dillingerová M.: Riešenia domáceho kola MOZ 4. In: 54. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2004c.

[95] RNDr. Dillingerová M.: Riešenia domáceho kola MOZ 6. In: 54. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2004d.

[96] RNDr. Dillingerová M.: Riešenia domáceho kola MOZ 7. In: 54. ročník matematickej olympiády. Komentáre k úlohám 1. kola. IUVENTA, Bratislava 2004e.

[97] RNDr. Dillingerová M.: Mathematische Wettbewerbe in der Slovakei (Arbeit mit Talenten). In: Zborník 7 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. KAGDM, Bratislava, 2003f.

[98] RNDr. Dillingerová M.: O neexistencii telesa so siedmimi hranami. In: MAKOS 2002 Sborník příspěvků z podzimní školy péče o talenty, JČMF, Olomouc, 2003g.

[99] RNDr. Dillingerová M.: How to solve geometrical problems with ClassPad. In: Zborník 8 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. KAGDM, Bratislava, 2004f.

[100] Doc. RNDr. Bálint V., CSc., RNDr. Dillingerová M., doc. RNDr. Novotný P., CSc., Mgr. Smitková M., RNDr. Valášková Z.: Pytagoriáda. Zbierka úloh 25. ročníka Pytagoriády. IUVENTA, Bratislava, 2004g.

[101] RNDr. Dillingerová M., PhD.: Geometrické úlohy z matematickej olympiády ZŠ. Metodicko-pedagogické centrum Bratislavského kraja, Bratislava, 2005, ISBN 80 – 7164 – 394 – 7.

Vplyv technológie na dosahované výsledky z matematiky na druhom stupni ZŠ

PaedDr. Mária Slavíčková, PhD.

Úvod

Súčasná informačná spoločnosť deklarovala počítač ako samozrejmú súčasť každodenného života. Využívanie IT na školách by malo byť samozrejmosťou, IT by mali priniesť zlepšenie a skvalitnenie vzdelávania. Na základe súčasného stavu využívania IT vo vyučovacom procese a problémov odpozorovaných z učiteľskej praxe sme si stanovili ciele a hypotézy našej práce.

Za *ciele práce* sme si stanovili:
C1: Zistiť najčastejšie problémy pri riešení úloh so zápornými číslami, zlomkami a percentami a hĺbku vedomostí z jednotlivých tém.
C2: Navrhnúť programy na vyučovanie tematických celkov záporné čísla, zlomky a percentá.
C3: Otestovať reakcie žiakov na nami navrhnuté programy a zistiť názory učiteľov a žiakov na tieto produkty.
C4: Aspoň jeden softvér otestovať priamo vo vyučovacom procese a následne porovnať dosahované výsledky v triede, kde tento produkt používali s triedou, kde používali iný produkt alebo kde IT vo vyučovaní nepoužívali.

Z cieľov nám vyplývajú aj základné *hypotézy*:
H1: Žiaci, ktorí vo vyučovacom procese využívali konštruktivistický pedagogický softvér, dosiahnu minimálne rovnocenné výsledky ako žiaci, ktorí používali iný druh pedagogického softvéru, alebo pedagogický softvér nevyužívali vôbec.
H2: Žiaci, ktorí využívali vo vyučovacom procese softvér vychádzajúci z teórie konštruktivizmu budú mať trvácnejšie vedomosti z preberanej učebnej látky, ako žiaci, ktorí tento pedagogický softvér nevyužívali.

Uvedené ciele a overovanie hypotéz sme sa rozhodli realizovať pomocou prirodzeného pedagogického experimentu, pričom budeme využívať nasledovné nástroje zberu dát:

- Dotazník – uzavreté a polouzavreté položky na zistenie názoru na odskúšané softvéry. Získané údaje budú použité na vylepšenie, resp. prepracovanie navrhnutých programov

- Test – písomná práca z matematiky s cieľom overenia nadobudnutých vedomostí žiakov z preberanej látky. Získané dáta využijeme na overenie nami stanovených hypotéz.
- Pozorovanie – priame, zúčastnené pozorovanie s cieľom zistenia, či inovatívna metóda vyučovania výrazne ovplyvní atmosféru v triede.

Získané dáta na záver štatisticky spracujeme a vyvodíme platné závery.

Na overenie hypotézy ohľadom trvácnosti vedomostí z matematiky budeme so žiakmi písať 2 písomné práce s minimálne pol ročným časovým odstupom. Na splnenie cieľa C1 (žiacke vedomosti z nami zvolených problematických okruhov) budeme písať 1 test na každý problematický tematický okruh. Zameranie testov bude na zistenie hĺbky vedomostí pri práci so zápornými číslami, zlomkami a percentami. Na zistenie názorov na nami vytvorené pedagogické softvéry použijeme dotazník zostavený podľa platných noriem pre tvorbu dotazníka (na každý program jeden dotazník). Priame, zúčastnené pozorovanie využijeme pri príprave a úprave nášho plánu vyučovacích hodín – zo žiackych reakcií možno bude nevyhnutné upraviť plán preberania a priebehu experimentu. Pred začiatkom tvorby pedagogických programov a samotnej realizácie experimentu sme naštudovali potrebné didaktické materiály, ako sú osnovy, štandardy a učebnice, ktoré majú žiaci k dispozícii na domácu prípravu.

Našu prácu možno rozdeliť na dve hlavné časti:

1. **prieskum** – v ktorom sme sa snažili naplniť nami stanovené ciele ohľadom prieskumu vedomostí z aritmetiky zlomkov, percent a záporných čísel, navrhli sme pedagogický softvér a otestovali reakcie žiakov naň, zistili sme názory učiteľov na prácu s naším softvérom.
2. **vlastný výskum** – v ktorom sme otestovali upravený softvér priamo vo vyučovaní a pomocou ktorého sme overovali platnosť nami stanovených hypotéz. Zvolili sme si tému záporných čísel, ktorá sa preberá na začiatku 6. ročníka.

1 Teoretické východiská práce

Používanie počítačov vo výučbe možno rozdeliť na dve hlavné časti:

- *Výučba používania počítača* – práca s textovým, tabuľkovým a grafickým editorom, internet a pod
- *Výučba programovania počítača* – programovanie jednoduchých aj zložitejších programov v programovacích jazykoch podľa stupňa vývoja žiakov (Commenius Logo, Imagine Logo, Pascal, Delphi)

S oboma prístupmi sa žiaci stretnú na hodinách informatiky. Niektorí učitelia – neinformatici si uvedomili možnosť použiť počítač aj na svojom predmete. Mnohí využívali počítače ako učiace stroje, keď počítač kladie otázky a žiak odpovedá, čo je však veľmi skreslená predstava. Počítač možno vo vyučovacom procese použiť viacerými spôsobmi:

- *Demonštrácia* – ilustrácia spôsobu vzniku výsledku, žiak tu vystupuje pasívne – sleduje prácu učiteľa
- *Precvičovanie a testovanie* – žiak sa aktívne zapája do práce s počítačom, ktorý mu predkladá úlohy na riešenie, pričom po skončení sady úloh vyhodnotí úspešnosť žiaka.
- *Simulácia a modelovanie* – žiak sa opäť aktívne zapája do práce s počítačom, tento spôsob umožňuje získavať informácie o správaní modelovaného objektu v určitých podmienkach, ktoré môže žiak meniť (napr. zmeny grafu funkcie $y = a.\sin(bx + c) + d$ pre rôzne hodnoty parametrov *a*, *b*, *c*, *d*, vyšetrovanie priebehu funkcie na intervaloch,...)
- *Didaktické hry* – každá didaktická hra vytvára prostredie, v ktorom dochádza k učeniu objavovaním

Žiaci sa pomocou počítačov sústreďujú na samotné riešenie problémov, pričom počítače prevádzajú rutinné činnosti. Tu sa môže zdať, že učiteľ a počítač sú v protiklade – ak je úlohou učiteľa, aby žiakom pomohol naučiť sa pravidlá aritmetiky, tak potom každý stroj, ktorý tieto operácie dokáže urobiť za žiaka je pre učiteľa skôr hrozbou, ako pomocou. Dobrý učiteľ by však mal k počítaču pristupovať ako k pomôcke, s ktorou môžu žiaci sami objaviť matematické zákonitosti. Matematika je predsa veda o poriadku a štruktúrach, nie je to len mechanizmus produkujúci vzorce.

Najprirodzenejším spôsobom učenia je také učenie, pri ktorom si žiaci neuvedomujú, že ide o učenie sa. Ide napr. o učenie sa hrou. Učenie hrou, resp. škola hrou nie je nič nové, nachádzame túto ideu už v diele J. A. Komenského. Avšak z našich škôl sa akosi vytratila. Je

jednoduchšie žiakom „odrecitovať“ preberanú látku a potom po nich žiadať to isté. Sú predmety, kde to nefunguje – ide o predmety, kde je potrebné logické myslenie. Keďže predmety ako matematika, fyzika a chémia sú s vyšším ročníkom náročnejšie, upúšťa sa od hravého učenia a nastupuje vysvetľovanie, keď učiteľ stojí pred tabuľou a hovorí píšucim žiakom nové poznatky. Podľa H. Spencera (1820 – 1903): *„Deti majú byť vedené k tomu, aby robili vlastné skúmania a vyvodzovali vlastné závery. Malo by sa im hovoriť čo najmenej, skôr by sa im mala dávať príležitosť, aby čo najviac odhalili.“*

Na poznatok, ktorý žiak odhalí, je nielen patrične hrdý, ale si ho aj dlhšie zapamätá, je trvácnejší. Idea „odhaľovania poznatkov“ je nosnou ideou konštruktivizmu, ktorého filozofii sa na tomto mieste budeme venovať.

Konštruktivizmus je učebná teória zaoberajúca sa tým, ako sa ľudia učia. Hovorí, že ľudia si vytvárajú vlastné vnímanie a poznanie sveta prostredníctvom zážitkov a skúseností. Keď narazíme na niečo nové, musíme dať túto novú skúsenosť dokopy s predchádzajúcimi myšlienkami, nápadmi, predstavami, zážitkami, prípadne zmeniť naše náhľady alebo novú myšlienku zamietnuť a považovať ju za nepodstatnú.

Diskusia o spojitosti epistemológie a vyučovania tu má miesto už mnoho rokov. *Ernst von Glasersfeld* (1989) opisuje konštruktivizmu ako *„teóriu o poznaní s koreňmi vo filozofií, psychológií a kybernetike“*. Vedomosti sú konštruované individuálnymi myšlienkami a ich interakciou s prostredím.

Wilson (1997) v jeho opise vývoja sveta popisuje, že v antike ľudia verili, že iba Boh môže zazrieť „skutočný“ svet. Postmodernisti preferovali názor, že *„idealizovaný pohľad na pravdu je dedený z antiky a nahradený s dynamickou, meniacou pravdou ohraničenou časom, priestorom a perspektívou.“* Počas histórie epistemológie sa trendy pohybovali od statických a pasívnych pohľadov na poznatky k adaptabilnejším a aktívnejším pohľadom. Ranejšie teórie poznania si začali uvedomovať nezávislosť existencie reality a predmetov.

Poznatok mal reprezentovať skutočný svet ako pravdu o existencií, oddelenej a nezávislej od poznávajúceho. Tento poznatok mal byť pravdivý práve vtedy, keď správne odráža nezávislosť sveta. Takýto pohľad na svet je objektivistický:

- Poznatok je stály, pretože podstata vlastnosti reality je známa a relatívne nemenná
- Svet je skutočný, štruktúrovaný a štruktúra môže byť modelovaná učiacim sa
- Cieľom myslenia je zrkadlenie reality a štrukturalizácia pravdivých myšlienkových procesov, ktoré sú analyzovateľné a rozložiteľné

Na druhej strane konštruktivizmus namieta, že vedomosti a realita nemajú skutočné alebo pevné hodnoty, alebo prinajmenšom že nepoznajú cestu k poznaniu reality. *Ernst von*

Glasersfeld (1995) naznačuje vzťah medzi konceptom a realitou: *„je to sieť myšlienok a vzťahov, na ktoré sa v našom živote spoliehame a veríme im. Poznávajúci interpretuje a konštruuje realitu založenú na jeho skúsenostiach a vzájomnom pôsobení s jeho prostredím.“*

V epistemologickom kontinuu sú objektivizmus a konštruktivizmus protipóly. Vzniklo veľa typov konštruktivizmu – radikálny, sociálny, postmodernistický a mnohé iné. Podľa Paula Ernesta (1995) je toľko druhov konštruktivizmu, koľko je výskumníkov.

Psychológ Ernst von Glasersfeld, ktorého myslenie bolo ovplyvnené Piagetom, je typickým prívržencom radikálneho konštruktivizmu. Videl poznatok ako aktivitu zachytenú buď cez zmysly, alebo cestou komunikácie.

Protipólom von Glasersfeldovho radikálneho konštruktivizmu je sociálny konštruktivizmus. Heylighen (1993) vysvetľuje sociálny konštruktivizmus ako *„zhodu medzi rozdielnymi objektmi ako hlavné kritérium rozhodujúceho poznatku. Pravda alebo realita bude v súlade iba s tými konštrukciami, s ktorými najväčšie množstvo ľudí v spoločnosti súhlasí.“* Poznávací konštruktivizmus je založený na práci Jeana Piageta.

Jean Piaget (1896-1980) bol švajčiarsky psychológ, biológ a epistemológ, ktorého práca sa spája priamo s konštruktivizmom. Pozeral sa na kognitívny rast ako na rozšírenie biologického rastu, ako začiatok ovládania niektorých práv a princípov. Tvrdí, že duševný vývoj je riadený všetkými ostatnými vývojmi – emocionálnym, sociálnym a morálnym.

Zistil, že deti myslia a správajú sa rôzne na rôznych stupňoch vývoja ich života. Veril, že každý prejde cez nemenné postupnosti štyroch kvalitatívne odlišných stupňov (nemenným máme na mysli, že dieťa nemôže niektorú časť (stupeň) preskočiť alebo cez ne prechádzať v inom poradí).

Na základe veku a štádia (stupňa) vývoja dieťaťa možno predvídať, čo dieťa je a čo nie je schopné pochopiť. Každé normálne dieťa prejde cez jednoznačne usporiadané stupne vývoja, ide o tieto štyri stupne (Piaget-Inhelderová, 1997):

- *Senzomotorické obdobie* – od narodenia po 18 mesiacov – koordinácia senzorických a motorických funkcií
- *Predoperačné obdobie* – od 18 mesiacov po 7-8 rokov – egocentrický pohľad na svet, intuitívne používanie pojmov, uvažovanie je viazané na vnímanie
- *Obdobie konkrétnych operácií* – od 7-8 rokov po 12 rokov – riešenie problémov využitím logických operácií
- *Obdobie formálnych operácií* – od 12 do 20 rokov – použitie abstraktných a hypotetických systémov (toto obdobie nemusí byť každým dosiahnuté)

Piagetova teória tvrdí, že človeku nemôžu byť vedomosti dané a že ich ihneď pochopí a bude schopný používať. Práve naopak. Človek si musí svoje poznatky skonštruovať skúsenosťami. Skúsenosti umožňujú vytvárať schémy – mentálne modely v hlavách. Tieto schémy sa môžu meniť, zväčšovať a byť rafinovanejšie. Je to umožnené pomocou dvoch procesov – asimilácia a akomodácia.

Ďalším významným predstaviteľom a zástancom teórie konštruktivizmu je *John Dewey*, ktorý sa vyjadril, že školy sa príliš zameriavajú na opakovanie a memorovanie bez toho, aby žiaci tomu rozumeli. Navrhol metódu, v ktorej by žiaci mohli zapadnúť do skutočného sveta, praktické „workshopy", v ktorých by si mohli demonštrovať svoje znalosti a kreatívne pracovať. Študentom by sme mali poskytnúť dostatok príležitostí na samostatné myslenie a vyjadrovanie svojich myšlienok. Ako Dewey napísal vo svojom diele *„Democracy and Education"* (Demokracia a Vyučovanie): Myslenie je metóda výučbového zážitku. Podstata metódy je preto identická s úvahou:

- Žiaci majú zážitok z prirodzenej situácie – súvislá aktivita, v ktorej sa zaoberajú vlastnými záujmami
- Autentický problém vytvorený počas tejto situácie pôsobí ako podnet pre myšlienky
- Na získanie informácií musí robiť pozorovania a zaoberať sa tým
- Pri náznaku riešenia môže byť dôležité vytvoriť správnu cestu
- Má príležitosť a podnet testovať svoje myšlienky, objavovať a objasňovať ich význam a overovať ich platnosť.

Najčastejšie spájaný so sociálnym konštruktivizmom je ruský psychológ a filozof *Lev Vygotský*. Zdôrazňuje vplyv kultúry a sociálneho prostredia na vyučovania a podporuje vyučovací model objavovania. Tento model umiestňuje učiteľa do aktívnej úlohy, v ktorej by mal vyzývať a trénovať študentov vo formulácií na ich vlastnej úrovni vedomostí. Každý študent má nejaký základný balík vedomostí, ktoré môže zväčšovať precvičovaním. Sociálne vzťahy medzi učiteľom a študentom a medzi študentmi môžu posilniť rast ich vedomostí.

Poznatky, ktoré v dôsledku konštruktívneho vyučovania postupne pribúdajú do hlavy žiaka, sú vzájomne poprepájané bohatým pradivom autentických skúseností žiaka a tvoria hierarchickú štruktúru, ktorú voláme matematická časť kognitívnej siete žiaka.

V posledných 10 rokoch veľa výskumníkov vysvetľuje, akú úlohu hrá počítač v konštruktivistickom vyučovaní. Roger Schank (2005), Seymour Papert (1993) a iní poukázali, že počítač často ponúka vhodný, kreatívny prostriedok pre študentov na samovyjadrovanie a demonštrovanie nadobudnutých vedomostí. Priama spolupráca projektov a publikovaním na internete poskytuje zaujímavú novú cestu pre učiteľa na zamestnanie jeho

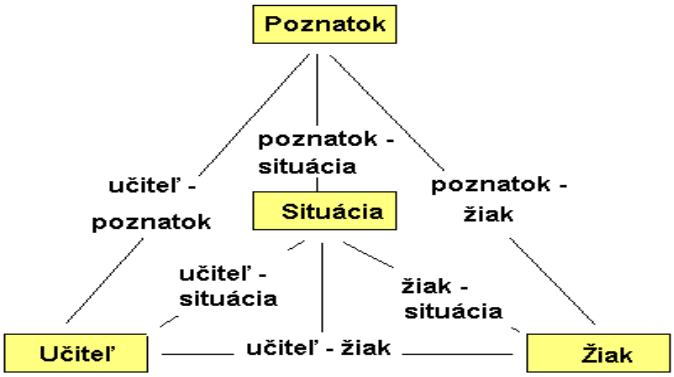
žiakov. Keďže konštruktivizmus požaduje väčší čas v triede a individuálny prístup k žiakom, niektorí učitelia stále ostávajú odolní voči tejto metóde a naďalej pokračujú vo vyučovaní štýlom – nacvič a precvič.(drill – and – practise)

V roku 1999 profesor *Hank Becker* z Kalifornskej univerzity v Irvine publikoval závery jeho práce z roku 1998 Vyučovanie, učenie sa a počítače. Bol to jeden z prvých výskumov na overenie učiteľov a žiakov, ktorí bežne používali počítače pripojené na Internet. Becker a jeho spolupracovníci sa zamerali na školy, kde majú žiaci aj učitelia jednoduchý prístup k internetu a počítačom. Jedna z vecí, ktorú objavili je, že učitelia využívajúci konštruktivistický prístup boli viac naklonení práci žiakov s počítačmi a internetom ako „tradiční“ učitelia. Učitelia, ktorí sa viac prikláňali k tradičnému vyučovaniu uprednostňovali státie pred tabuľou a odprednášanie učiva, kde študenti nemali možnosť kreatívne myslieť. Podľa Beckera (2006) – vzťah medzi konštruktivizmom a počítačom je pravdepodobne spôsobený tým, že tieto technológie ponúkajú študentom takmer neobmedzený prístup k informáciám ktoré potrebujú na robenie vlastných výskumov a overovanie vlastných hypotéz.

Ďalším záujmom tohto výskumu bolo nájsť vzťah medzi konštruktivizmom v praxi a profesionálnym oddelením. Učitelia využívajúci štýl odovzdávania inštrukcií odzrkadľujú svoje vlastné vzťahy a vzory. Učiteľ, ktorý na žiakov nazerá ako na seberovných, vedie ich ako seberovných, prezentuje ich myšlienky a názory z ich pohľadu je viac naklonený myšlienke, aby to isté robili aj žiaci v triede.

Medzi nové trendy v didaktike matematiky patrí teória didaktických situácií, ktorej terminológia prenikla do odborných článkov v teórií vyučovania matematiky. Uvedená terminológia sa však nie vždy používa v zmysle zavedenom Guy Brousseauom (1997) a jeho školou didaktiky matematiky, ale aj v zmysle prác Yves Chevallarda, Anny Sierpinskej, Claire Margolinas, ktorých podkladom je práve teória didaktických situácií.

Didaktika matematiky študuje didaktické aktivity, ktorých predmetom je vyučovanie matematiky. Predmetom úvah sú v nej možné subjekty a relačné vzťahy v didaktickej situácií: *poznatok – vyučujúci – žiak*. (Spagnolo-Čižmár, 2003)



obrázok 1

Dôležitá je analýza didaktických fenoménov v interakcií poznatok – učiteľ – žiak v didaktickej situácií. Didaktická dohoda upravuje vzťahy na úrovni osvojovania poznatkov. Na osvojovanie sa nazerá nielen ako na vzťah učiteľ – žiak, ale aj ako na komplexnejšiu reláciu medzi troma subjektami poznatok – učiteľ – žiak v určitom prostredí vo vzťahu k situácií. Didaktická dohoda (kontrakt) však môže mať aj chyby vo fungovaní:

Jav „TOPAZE“ – učiteľ kladie žiakom otázky s cieľom získania nového poznatku. V snahe postupného získania maximálneho počtu správnych odpovedí od maximálneho počtu žiakov učiteľ priveľmi zjednodušuje otázky, až dochádza k strate pôvodne sledovaného zámeru.

Jav „JOURDAIN“ – učiteľ uznáva ako indikátor vedomosti taký prejav žiaka, ktorý je v skutočnosti len odpoveďou s banálnym zázemím argumentácie

Metadidaktický sklz – objektom vzdelávania sa stáva tematika, ktorá pôvodne nebola ničím iným, než prostriedkom

V Brousseauovej teórií didaktických situácií má ústredné postavenie adidaktická (autodidaktická) situácia. *Situácia* označuje súhrn okolností, v ktorých sa jedinec nachádza, vzťahy, ktoré ho spájajú s okolím a súhrn údajov charakterizujúcich činnosť alebo vývoj. Situácia je *didaktická*, ak jedinec (vo všeobecnosti vyučujúci) sa usiluje naučiť iného jedinca určitý poznatok. Situácia sa nazýva situáciou osvojovania, keď umožňuje subjektu prejsť od jedného stavu k inému. *Adidaktickou situáciou* sa nazýva časť didaktickej situácie, v ktorej zámer učiteľa voči žiakom nie je explicitne deklarovaný. Je to forma vyučovania (matematiky), ktorá umožňuje samostatnou aktivitou učiaceho sa subjektu získať nové poznatky, ich zmysel a ich prípadné začlenenie do všeobecnejších štruktúr. Konečným cieľom je dosiahnuť, aby žiak vedel získané poznatky použiť v situáciách, keď učiteľ už nebude k dispozícií. (Bereková a kol.,2001) V adidaktickej situácií učiteľ súborom podmienok umožňujúcich žiakom prispôsobiť sa situácií pripúšťa devolúciu situácie. *Devolúcia* spočíva nielen v prezentácií hry žiakovi ako konania, ale aj vo vytvorení ovzdušia, v ktorom žiak

chápe povinnosť hľadať výsledky a cíti za ne zodpovednosť (nie v zmysle previnenia pri neúspechu, ale v zmysle aktivity na tvorbe poznatku). Devolúcia je akt, ktorým učiteľ privádza žiaka k akceptovaniu zodpovednosti v situácií osvojovania alebo v riešení úlohy a zároveň k akceptovaniu dôsledkov tohto prenosu. Paradox devolúcie – ak učiteľ deklaruje, čo chce dosiahnuť a nedosiahne to.

Na utvorenie adidaktickej situácie by mali byť splnené nasledovné tri podmienky:

- žiak si môže vymyslieť odpoveď, avšak táto začiatočná odpoveď (základná procedúra) nie je tou, ktorá sa má vyučovať (inak by nešlo o situáciu osvojovania). Žiak to musí objaviť v stave neistoty o rozhodnutiach, ktoré sa majú prijať
- táto „základná procedúra“ sa môže prejaviť ako nedostatočná a neúčinná na to, aby žiak bol prinútený robiť úpravy a modifikácie svojej sústavy poznatkov. Existuje oblasť overenia – prostredie, ktoré umožňuje potvrdiť správnosť alebo nesprávnosť nájdeného výsledku. Adidaktické prostredie má umožniť taký vplyv na žiaka, aby bol nútený súhlasiť s korekciou svojej činnosti, prijímať alebo odmietať hypotézy, voliť z niekoľkých riešení.
- situácia (hra) musí byť opakovateľná

Ako je z napísaného vidno, adidaktická situácia vychádza z teórie konštruktivizmu, popísanej vyššie. Dôležitými pojmami v teórií didaktických situácií je analýza a priori a analýza a posteriori. Keďže tieto analýzy budeme využívať pri experimentoch, bližšie ich popíšeme.

Otázky, ktoré si treba zodpovedať v analýze a priori sú nasledovné: (Bereková a kol., 2004)

- Aké miesto v matematickom poznaní žiaka na danej úrovni zastáva zadanie úlohy – či ide o nový poznatok alebo starý, spresnenie zadania úlohy
- Aké miesto v ponúkanom didaktickom scenári zaujme riešenie úlohy – učiteľ globálne určí moment, kedy zadá danú úlohu, nové pojmy, pomôcky, možné námietky žiakov, použité materiály, predvídaný čas na riešenie, forma očakávanej odpovede
- Popis aktivít žiakov:
    - analýza možných žiackych prác na explicitnej úrovni – vstup žiakov do danej úlohy, potreba využitia kalkulačky, resp. PC na hodine, popis úlohy, požadované riešenia
    - analýza žiackych prác na implicitnej úrovni – aké prostriedky má žiak k dispozícií na prípadnú kontrolu riešení (graf, kalkulačka,…)

- Analýza očakávaní učiteľa – aké sú očakávané postupy v danej činnosti, podať daný poznatok familiárnejšie, opakovať, aktualizovať

Analýzu a posteriori možno rozdeliť na dve časti:

- Popis efektívneho riadenia v triede a posteriori – ako učiteľ riadi rôzne fázy spresnené v analýze a priori, akým spôsobom sa obracia na žiakov, aké úvahy využíva
- Analýza a posteriori efektívnych aktivít žiakov – súčasťou je kvalitatívna analýza, porovnanie žiackych riešení s cieľmi a riešeniami očakávanými učiteľom

2 Výsledky prieskumu

Prieskum bol realizovaný v dvoch fázach. Prvá fáza prebiehala v školskom roku 2002-2003, druhá fáza v roku 2004-2005.

Ciele prvej fázy prieskumu:

1. Urobiť prieskum na niekoľkých základných školách na Slovensku a zistiť najčastejšie problémy spojené s aritmetikou záporných čísel.
2. Na základe výsledkov vytvoriť pedagogický softvér, pomocou ktorého by bolo možné dané problémy riešiť.
3. Zistiť reakcie na vyučovanie matematiky spojené s použitím pedagogického softvéru.

Ciele druhej fázy prieskumu:

4. Urobiť prieskum na niekoľkých základných a stredných školách s cieľom zistiť najčastejšie problémy pri aritmetike zlomkov a percent.
5. Zistiť, či a ako žiaci chápu pojem zlomku a percenta.
6. Zistiť, či u žiakov na základnej školy a študentov strednej školy existuje prepojenie medzi pojmami zlomok, desatinné číslo a percento.
7. Vytvoriť pedagogický softvér, ktorý by bolo možné použiť pri vyučovaní zlomkov a percent.
8. Zistiť reakcie žiakov na nami vytvorené programy.
9. Zistiť ochotu žiakov pracovať na hodinách matematiky s nami navrhnutými programami.

Test zo **záporných čísel** písalo spolu 136 žiakov základných škôl, pričom z každej školy písali test žiaci dvoch tried. Matematicky menej zdatnejšia trieda bola na test upozornená. Test sa písal na všetkých školách na začiatku hodiny, takže žiaci neboli natoľko ovplyvnení iným tematickým celkom z matematiky. Test sa písal 20 minút, žiaci mali možnosť vyriešené úlohy odovzdať aj pred vypršaním časového limitu. Výsledky sme spracovali pomocou programu CHIC.

Štatistický program CHIC slúži na zistenie závislostí medzi zvolenými didaktickými premennými. Pod pojmom didaktická premenná sa rozumie taký typ premennej, ktorá je pre učiteľa (aj pre študenta) k dispozícii, a ktorá súvisí zo zadaním, riešením úloh, cvičení (daná je úloha s presne určeným „tvarom“ a otázkami). O didaktickej premennej hovoríme vtedy, ak medzi premenným existuje aspoň jedna premenná (môže byť aj numerická), ktorá môže nadobúdať rôzne hodnoty (numerické alebo iné) a môže byť vybraná učiteľom (bez toho, aby zmenil úlohu), a ktorej rôzne hodnoty majú za následok rôzny prístup k riešeniu úlohy, môžu u študentov vyvolať rôzne postupy. My sme si za didaktické premenné zvolili jednotlivé kroky riešenia úloh a zisťovali sme, ako a či spolu súvisia.

Z analýz urobených v programe CHIC vyplýva, že ak študent pozná pravidlá pre súčet záporných čísel, tak ich správne použije na viacerých miestach, nielen v jednej z úloh, ďalej dôležitým výsledok je, že ak žiak pozná prioritu operátorov, potom správne interpretuje znamienka v zložitejších úlohách, ak žiak rieši úlohu korektným matematickým zápisom, dopracuje sa k správnemu výsledku, teda nezabudne pričítať žiaden zo sčítancov a pod. Keďže test písalo 136 žiakov, považujeme daný výsledok za dostatočne relevantný a tým prvý cieľ prieskumu – zistiť najčastejšie problémy spojené s aritmetikou záporných čísel – za splnený.

Vzhľadom na často sa opakujúci problém interpretácie znamienok a priorít sme sa pri tvorbe programu zamerali práve na túto oblasť. Prvý návrh programu bol pilotne testovaný v jednej triede ZŠ. Pri tvorbe programu sme si stanovili tieto ciele:

- Zaujímavosť prostredia pre žiakov vo veku 11-12 rokov
- Jednoduchosť ovládania (aby sa žiaci nepotrebovali učiť žiadne príkazy)
- Názornosť vykladanej látky s možnosťou odpozorovania vzťahov a pravidiel počítania s celými číslami
- Didaktický cieľ: žiaci si používaním tohto softvéru budú schopní skonštruovať poznatok o sčitovaní celých čísel.

Vytvorený program mal dve hlavné časti:

- Vyučovanie – v tejto časti mal žiak pozorovaním odhaliť pravidlá sčitovania záporných čísel. Pomocou tlačidiel s popisom „+10“ mohol určovať, koľko tehál na sklad prišlo a koľko z neho odišlo (objednali si). Program vypočítal, koľko tehál na sklade ostalo.
- Vyskúšaj sa – úlohou žiaka bolo prepísať úlohu z reálneho života do pripravenej schémy (možnosť videnia matematického zápisu, po stlačení tlačidla s číslicami). Ak si žiak nevedel poradiť, po stlačení tlačidla s otáznikom mu bola poskytnutá názorná ukážka.

Pri testovaní sme zistili, že žiaci nie sú na hodiny, kde majú sami niečo objaviť veľmi zvyknutí. Táto skutočnosť sa prejavila hneď po tom, čo si spustili stránku s programom, a začali sa pýtať, čo majú robiť, že či môžu kliknúť na niektorú položku a podobne. Avšak po čase sa osmelili a sami sa púšťali do spoznávania programu a snažili sa zistiť, na čo je asi určený, čo sa im aj podarilo zistiť. Po úvodných rozpakoch začali pracovať disciplinovane, v prípade akýchkoľvek nejasností sa pýtali. Niektorí prešli program veľmi rýchlo, podaktorí sa nevedeli pohnúť z jedného miesta veľmi dlho, čo poukazuje na rozdielne skúsenosti s používaním počítača, resp. samostatnej, nenútenej práce s počítačom. Dvaja chlapci priebežne nahlas hovorili svoje pripomienky, čím mohli ovplyvniť názor ostatných, ale po upozornení ich napísali na papier a s vykrikovaním prestali.

Postrehy boli v niektorých momentoch podobné, v niektorých bodoch úplne rozdielne. Zhrnieme ich do niekoľkých bodov:

- Možnosť vpisovania aj iných hodnôt, ako sú násobky desiatky v časti Vyučovanie
- Väčšie obrázky, viac obrázkov
- doplnenie zvukov
- viac možností počítania priamo so zápornými číslami (pravdepodobne preto, lebo boli zvyknutí na pedagogický softvér, ktorý im zadal sadu úloh na aritmetiku záporných čísel).

Test zo **zlomkov a percent** písali žiaci základnej aj strednej školy. Úlohy boli zostavené tak, aby sme nielen zistili, či žiaci vedia počítať so zlomkami, resp. percentami, ale aj do akej hĺbky týmto pojmom rozumejú a či vidia medzi nimi súvislosti.

Pri našom teste zo **zlomkov** sa ukázalo, že pojem zlomku je u väčšiny žiakov veľmi formálny. Veľa žiakov nevie ako zlomky deliť, nevedia vysloviť názor pri úlohách, kde nie je

vopred jasné, ktorý názor je ten správny a keď nejaký názor vyslovia, nedokážu ho odôvodniť. Najčastejšie problémy pri riešení úloh v teste:

- krátenie zlomkov cez plus, resp. mínus
- nesprávne porovnanie záporných racionálnych čísel (možno zaradiť k problémom s chápaním záporných čísel, keďže žiaci a dokonca aj študenti strednej školy považovali –0,7 za väčšie ako –0,5)
- slabá schopnosť vytvoriť slovnú úlohu, ak je dané riešenie (najmä u stredoškolákov)
- neschopnosť odôvodniť výsledok, resp. vysvetliť fungovanie, princíp a pod.

Na základe výsledkov sme navrhli program na vyučovanie zlomkov a otestovali sme reakcie žiakov naň. Do testovania boli zapojení žiaci, ktorí mali v blízkej budúcnosti preberať tému Zlomky ako aj žiaci, ktorý už mali tému zvládnutú, spolu 83 respondentov.

Pri tvorbe pedagogického softvéru, ktorý by slúžil ako pomôcka pri vyučovaní tematického celku zlomky sme si stanovili *nasledujúce ciele*:

- zaujímavosť pre žiakov vo veku 12-13 rokov
- jednoduchosť ovládania programu (aby žiaci boli schopní ovládať program bez toho, aby sa učili dodatočné inštrukcie)
- názornosť (aby predkladaná látka bola vhodne animovaná, resp. zobrazená)
- didaktický cieľ: žiaci si používaním tohto softvéru vybudujú pojem spoločného menovateľa a jeho potrebu pri operáciách so zlomkami a naučia sa zlomky násobiť

Testovaný program mal dve hlavné časti:

- *Vyučovanie* – ďalej sa delí na tri časti:
  - Kto má viac? – časť zameraná na názorné porovnávanie zlomkov
  - Koľko máme spolu? – časť, kde sa má žiak možnosť názorne naučiť sčítavať zlomky
  - Koľko mám z celku? – časť, kde sa žiak názorne učí násobiť zlomky
- *Preskúšanie* – časť zameraná na preverenie vedomostí z tých častí aritmetiky so zlomkami, s ktorými sa žiaci mali možnosť stretnúť v časti Vyučovanie. Delí sa na tie isté časti, ako Vyučovanie. Tu však už nie je pomocná čokoláda, ale „papier“ na robenie si poznámok

Pilotného testovania programu sa zúčastnilo 37 žiakov z 3 vybraných škôl. Po otestovaní dostali dotazníky, ktorých vyhodnotenie v skratke opisujeme ďalej:

Niektorí žiaci si myslia, že do programu už netreba nič pridávať, že je dobrý, niektorí, že by sa mali zmeniť obrázky, že by mal program ponúkať ťažšie úlohy, niektorí by privítali niečo

pohyblivejšie a pútavejšie, so sýtejšími farbami, na druhej strane sa však iní žiaci vyjadrili, že by tam malo byť menej farieb. 34% opýtaných žiakov považuje použitie počítača na hodinách matematiky za veľmi dobré. Len 6% si myslí, že ide o stratu času. Najdôležitejším dôvodom, prečo by sa počítač mal vo vyučovaní používať bol, že by sa tým ušetril čas a že by nebolo treba toľko písať do zošita, že keby niečo nevedeli, tak im to počítač vysvetlí a pod. Pri názore, prečo by sa počítač nemal používať bolo, že by zdržoval a že keby sa používal každý deň, že by ich boleli oči.

Percentá patria snáď k najneobľúbenejším témam z aritmetiky na základnej škole. A nielen žiaci základných škôl z nich majú hrôzu. S apatiou voči nim sa možno stretnúť aj u veľkej populácie dospelých, ktorý si s percentami nevedia poradiť. Preto sme sa rozhodli okrem tradičných úloh na výpočet počtu percent, hodnoty alebo základu zaradiť do testu aj netradičné úlohy a úlohu z praxe. Ďalej nás zaujímalo, či si uvedomujú, čo percento je a či poznajú súvis medzi percentom, desatinným číslom a zlomkom.

V prvej úlohe testu z percent sme okrem schopnosti vypočítať počet percent, keď je daná hodnota a základ, otestovali aj dôslednosť čítania a porozumenia zadaniu. Z výsledkov nám vyplynulo, že žiaci čítajú zadanie nepozorne, keď sa dopracujú k medzivýsledku, považujú ho už za výsledok, sú málo vytrvalí, nemajú vybudované prepojenie medzi pojmami percento a zlomok a nevedia riešiť úlohy, pri ktorých nie je povedané, čo je základ, čo hodnota a čo počet percent. Najproblematickejšou úlohou sa ukázala úloha 4, čo sme aj predpokladali. Žiaci sa totiž nestretávajú s úlohami, kde treba násobiť percentá. Aj keď mnohí sú presvedčení, že percentá sa dajú násobiť, nechajú sa zviesť na chybu, ktorú uvádzame ako jedno z možných riešení. Zistili sme, že prepojenie medzi pojmami zlomok a desatinné číslo existuje a je dosť silné. Prepojenie medzi desatinným číslom (resp. zlomkom) a percentom sa takmer nevyskytuje.

Na základe výsledkov sme navrhli pedagogický softvér na vyučovanie percent a zistili sme reakcie žiakov na vytvorený softvér. Testovaný program mal dve hlavné časti:

- *Poďme sa niečo naučiť...* – časť, kde sa žiaci majú možnosť zoznámiť so základnou prácou s percentami, teda hľadanie počtu percent, hľadanie hodnoty a základu. Preto sme túto časť rozdelili na prislúchajúce tri časti:
    - Koľko percent z nájdeného dostanem?
    - Koľko mám z celku?
    - Koľko bolo všetkého?

- *Poďme sa preskúšať...* – sa delí znovu na tie isté tri časti, ako časť Poďme sa niečo naučiť, ale pod inými názvami:
    - Koľko tvorí môj podiel?
    - Koľko percent som dostal?
    - Koľko bolo všetkého?

Po „hraní sa“ s programom dostali žiaci opäť dotazníky, kde mali vyjadriť svoj názor na program (čo by zlepšili, dopolnili, vynechali,...). Najčastejšom pripomienkou bolo, že by privítali viac obrázkov, 59% opýtaných vždy vedelo, čo s programom robiť a 65% považovalo program za jednoduchý a zrozumiteľný.

Podnetné a opodstatnené pripomienky boli zapracované do ďalšej verzie jednotlivých programov (Záporné čísla, Zlomky, Percentá).

3 Vlastný výskum

V tejto kapitole opíšeme experiment, ktorý prebiehal v októbri a novembri 2004 v troch šiestackých triedach na ZŠ A. Dubčeka. Výber tried sa riadil pravidlami pre výber vzorky na výskum podľa Tureka (1998). Do výskumu boli zaradené triedy 6A ako trieda kontrolná, trieda 6B ako trieda využívajúca vo vyučovacom procese pedagogický softvér zameraný na fázu automatizácie a kryštalizácie štandardne dodávaný v balíku INFOVEK a trieda 6C ako trieda využívajúca vo vyučovacom procese nami vytvorený pedagogický softvér. Prospechy jednotlivých tried pred začiatkom experimentu sú v nasledujúcej tabuľke:

Tabuľka 3.1: Prospech tried zaradených do experimentu

trieda/prospech	1. polrok	2. polrok
6A	2,04	2,08
6B	2,04	1,86
6C	2,28	2,44

Experimentu predchádzalo niekoľko stretnutí ohľadom prípravy počítačovej učebne. Išlo hlavne o dohodu so zodpovedným pracovníkom ohľadom inštalácie softvéru od INFOVEKu ako aj nášho pedagogického softvéru, ktorého popisu sa bližšie venujeme v nasledujúcej podkapitole.

3.1 Použitý pedagogický softvér

Softvér, ktorý sme používali na hodinách v experimentálnej triede 6C, bol vytvorený podľa špecifikácie, ktorú uvádzame v *prílohe 1*. Tento softvér je súčasťou nami vytvoreného balíka programov určených pre žiakov druhého stupňa základnej školy. Všetky programy v tomto balíku vychádzajú z ideí konštruktivizmu opísaných v teoretických východiskách práce. Program pre vyučovanie časti aritmetika záporných čísel sa skladá sa z týchto častí:
Vyučovanie – táto časť sa delí na:

- Sčitovanie a odčitovanie
- Násobenie a delenie

obrázok 3.1

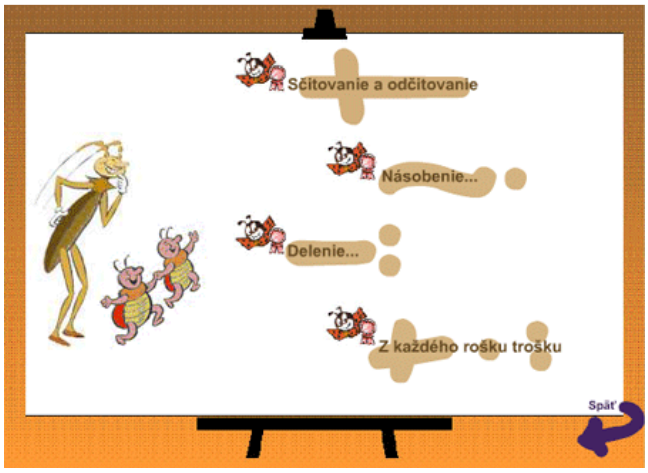
V časti *Sčitovanie* majú možnosť žiaci nastavovaním rôznych hodnôt pre objednávanie a dodávanie prísť na princíp sčítania celých čísel. Zavedenie záporného čísla je dohodou – keď nám bude chýbať, dáme pred číslo znamienko mínus. Časť *násobenie a delenie* sa ďalej delí na:

- Násobenie kladného čísla záporným
- Násobenie záporného čísla záporným
- Delenie kladného čísla záporným
- Delenie záporného čísla záporným

Násobenie a delenie kladného čísla záporným je motivované príbehom a funguje ako časť pre sčítanie a odčítanie. Násobenie a delenie záporného čísla záporným využíva monotónnosť násobenia a delenia a teda žiaci sa tu učia odpozorovaním.

Vyskúšaj sa – delí sa na 4 ďalšie časti:

- Sčitovanie a odčitovanie
- Násobenie
- Delenie
- Z každého rožku trošku



obrázok 3.2

V každej časti sa nachádza sada minimálne 10 úloh, na ktorých si môžu žiaci overiť nadobudnuté znalosti a pochopenie celku. Program poskytuje spätnú väzbu žiakom nielen na konci pri vyhodnotení úspešnosti a následne odporúčaným postupom ďalšieho zdokonaľovania, ale aj počas riešenia úloh, keď urobia chybu buď v znamienku, numerickú alebo preklep.

3.2 Plán práce v experimentálnej triede

Plán vyučovacích hodín bol pripravený ešte pred začiatkom experimentu. Keďže osnovy a učebný plán predpisujú na celú tému vrátane slovných úloh 17 hodín, bol tento plán upravený do finálnej podoby nasledovne:

1. hodina – sčítanie odčítanie celých čísel – PC učebňa

- Rozsadenie k počítačom, maximálne dvaja žiaci pri počítači, v optimálnom prípade každý sám (5 min)
- Po prihlásení do systému spustenie programu lokálne z disku – súbor *ZC.html*
- Spustenie časti *VYUČOVANIE – SČÍTANIE ODČÍTANIE* a hra s nastavovaním hodnôt, kým im nebude jasné, ako počítač príde k výsledku a zapísanie predstavy o tom, ako počítač príde k výsledku do pripravených pracovných listov (20 min)
- Zozbieranie materiálov a diskusia o názoroch + zhrnutie a zapísanie do zošita
- Počítanie úloh na precvičenie, časť *VYSKÚŠAJ SA – SČÍTANIE ODČÍTANIE* so zapisovaním úloh do zošita (do konca hodiny)

2. hodina – sčítanie odčítanie celých čísel – klasická trieda

- Zopakovanie poznatku z predchádzajúcej hodiny (5 min)
- Rozdanie materiálov na vypočítanie úloh na sčítanie a odčítanie celých čísel (15 - 20 min)
- Po zozbieraní počítanie cvičení z učebnice na tabuľu a do zošita

3. hodina – dlhšie zadania úloh – klasická trieda

- zopakovanie pravidiel pre sčítanie a odčítanie (5 min)
- postupné pridávanie ďalších sčítancov do úloh počítaných na tabuľu (35 min)
- zovšeobecnenie počítania úloh tohto typu (5 min)

4. hodina – násobenie záporného čísla kladným – PC učebňa

- Po rozsadení a spustení programu práca s časťou *VYUČOVANIE - NÁSOBENIE* a zápis do pracovných listov (každý sám), čo si myslí o získavaní výsledku (20 min)
- Zozbieranie materiálov, diskusia, zhrnutie + zápis do zošita (15 min)

- Do konca hodiny počítanie úloh do zošita z pripravenej sady úloh, prví piati, ktorí to budú mať bez chyby dostanú malú jednotku (3 malé jednotky = 1 veľká)

5. hodina – násobenie záporného čísla záporným – PC učebňa

- Zopakovanie poznatku – hra v časti *VYUČOVANIE – NÁSOBENIE* aj *SČÍTANIE ODČÍTANIE* (5 min)
- Úlohy na násobenie celých čísel (pokračovanie zadania úloh z predchádzajúcej hodiny), prví piati, ktorí to budú mať bez chyby dostanú malú jednotku
- Počítanie cvičení z učebnice do konca hodiny

6. hodina – násobenie celých čísel – klasická trieda

- Zopakovanie doteraz nadobudnutých poznatkov (5 - 10 min)
- Počítanie cvičení z učebnice (do konca hodiny)

7. hodina – delenie celých čísel – PC učebňa

- Hra s časťou *VYUČOVANIE – DELENIE KLADNÉHO ČÍSLA ZÁPORNÝM* (20 min)
- Individuálne zápis, čo si myslia o vzniku výsledku do rozdaných materiálov (5-10 min)
- Po zozbieraní diskusia o nápadoch, načrtnutie problému, čo ak je delíme záporné číslo kladným, analógia s násobením (15 min)

8. hodina – delenie záporného čísla záporným – PC učebňa

- Hra s časťou *VYUČOVANIE – DELENIE ZÁPORNÉHO ZÁPORNÝM* (20 min)
- Individuálny zápis – čo si myslia o výsledku do rozdaných materiálov, po zozbieraní diskusia, analógia s násobením (10 min)
- časť *VYSKÚŠAJ SA – DELENIE*.... počítanie úloh z tejto časti do konca hodiny

9. hodina – násobenie a delenie celých čísel – klasická trieda

- Zopakovanie nadobudnutých poznatkov (5-10 min)
- Počítanie úloh zameraných na násobenie a delenie celých čísel na tabuľu a do zošitov (20 min)
- Zhrnutie, upozornenie na delenie nulou a násobenie nulou – existencia výsledku, znamienko výsledku

10. hodina – kombinované príklady – PC učebňa

- Zopakovanie poznatkov ohľadom doteraz prebraných aritmetických operácií (10 min)
- Najskôr hra v časti VYUČOVANIE s časťami, o ktorých si myslia, že ich veľmi dobre nevedia
- Časť VYSKÚŠAJ SA – z každého rožku trošku, riešenie úloh z aritmetiky celých čísel bez zamerania sa na niektorú operáciu

11. hodina – slovné úlohy – klasická trieda

- Zopakovanie všetkých pravidiel (5-10 min)
- Počítanie slohových úloh z Pomocníka v kombinácií s úlohami bez kontextu (do konca hodiny)

12. hodina – kombinácia násobenia a delenia – klasická trieda

- Zopakovanie nadobudnutých poznatkov (10 min)
- Počítanie úloh s väčším počtom činiteľov (minimálne 4 činitele), kombinácie násobenia a delenia v jednej úlohe – zápis priorít pri počítaní, počítanie zľava doprava

13. hodina – kombinácia všetkých aritmetických operácií – klasická trieda

- Zopakovanie nadobudnutých poznatkov (10 min)
- Počítanie tzv. hadov (t.j. úloh typu 3. (8-5):9 + (14-21):7: (-1) + ,....) z Pomocníka (Bero-Berová, 2003)

14. hodina – zaujímavé úlohy – klasická trieda

- Zopakovanie poznatkov ohľadom doteraz naučených aritmetických operácií so zápornými číslami (10 min)
- Počítanie z Pomocníka – reťazové počítanie, doplňovačky, tajničky,.... (do konca hodiny)

15. hodina – opakovanie – klasická trieda

- Zopakovanie poznatkov (5 min)
- Zopakovanie typových úloh, slovné úlohy (40 min)

16. hodina – písomná práca – klasická trieda

- Zopakovanie poznatkov, počítanie príkladov (25 min)
- Test z aritmetiky celých čísel (20 min)

3.3 Priebeh vyučovacích hodín

Prvý deň - 21.10.2004

1. hodina – 6A – kontrolná trieda

Plán hodiny: precvičenie sčítania a odčítania celých čísel (základ už mali prebraný)
Priebeh hodiny: vyučovacia hodina prebiehala podľa plánu. Žiaci počítali cvičenia z učebnice zamerané na precvičenie operácií sčítania a odčítania na tabuľu a do zošitov.

2. hodina – 6C – experimentálna trieda

Plán hodiny: práca v PC učebni, zavedenie sčítania a odčítania celých čísel
Priebeh hodiny: z technických príčin nebolo možné ísť do PC učebne, preto žiaci ostali v klasickej triede. Aby sme zachovali poradie preberaných celkov, tak na hodine bol simulovaný počítačový program a to formou didaktickej hry (Vankúš, 2006). Trieda sa rozdelila na dve časti – dodávatelia a predajcovia, ja som bola objednávateľ. Hra spočívala v objednávaní, doobjednávaní a počítaní ziskov, resp. strát. Žiaci rýchlo pochopili systém a spoločne sme mohli zapísať (na tabuľu a do zošitov) pravidlá pre sčítanie celých čísel. Nasledovalo precvičovanie úloh na tabuľu (viac o hre v Slavíčková, 2006)

3. hodina – 6B – trieda využívajúca pedagogický softvér zameraný na fázu automatizácie a kryštalizácie poznávacieho procesu

Plán hodiny: zavedenie sčítania v obore celých čísel
Priebeh hodiny: Hodina prebehla podobne ako v 6C, tu však bola menšia odozva, čo mohlo byť spôsobené aj tým, že v triede bolo viac dievčat, ako chlapcov (v 6C je to naopak). Podľa vyjadrenia vyučujúcej v tejto triede viac uprednostňujú nadiktovanie algoritmu, ktorý sa potom môžu naučiť, takže im forma hry, kde mali zistiť zákonitosti počítania veľmi nevyhovovala.

Druhý deň – piatok 22.10.2004

Keďže tu sa rozvrh dvoch tried kryl, rozhodli sme sa, že učiť budem experimentálne triedy

1. hodina – 6B

Plán hodiny: zavedenie odčítania a následné precvičenie oboch operácií
Priebeh hodiny: Vyučovacia hodina prebehla podľa plánu. Keďže išlo o triedu so záujmom o nadiktovanie postupu, po načrtnutí jednoduchej schémy pre počítanie boli žiaci schopní samostatne pracovať a počítať úlohy s učebnice.

3. hodina – 6C

Plán hodiny: PC učebňa, časť Vyučovanie – sčítanie odčítanie, po utvrdení časť Vyskúšaj sa
Priebeh hodiny: Vyučovacia hodina v PC učebni neprebehla podľa plánu, čo bolo spôsobené technickým problémom – žiaci nemali vytvorené prístupové kontá. Kým sa tieto kontá vytvárali zodpovedným pracovníkom, počítali sme úlohy na tabuľu a do zošitov ako v 6B. Žiaci z toho boli sklamaní, na počítače sa veľmi tešili. Keď bolo nastavených dosť počítačov, žiaci si posadali po troch k jednému a spustili si časť Vyučovanie – Sčítanie Odčítanie. Rozdali sa im pracovné listy (*príloha 2*), do ktorých mali napísať svoje poznatky, odhady, myšlienky, postrehy ohľadom sčítania a odčítania celých čísel. Väčšina žiakov pristúpila k vyplneniu pracovných listov zodpovedne, našli sa aj takí, čo sa radšej s niekým spojili a odovzdali prázdny papier. Dôležité však je, že pochopili, kedy dostaneme záporný výsledok a kedy kladný.

Tretí deň – pondelok 25.10.2004

1. hodina – 6B

Plán hodiny: kontrola domácej úlohy, počítanie úloh z knihy, strana 64, cvičenia 9, 10, 11 a ak ostane čas, tak z Pomocníka (Bero-Berová, 2003) doplňovačky
Priebeh hodiny: sa neodlišoval od plánu, stihli sa prebrať úlohy s viac ako 2 sčítancami

3. hodina – 6A

Plán hodiny: precvičovanie úloh obsahujúcich viac ako 2 scčítancov, cvičenia z učebnice č. 2, 5, 6, zavedenie súčinu
Priebeh hodiny: Na vyučovacej hodine sme stihli prebrať iba dlhé úlohy na sčítanie a odčítanie.

4. hodina – 6C

Plán hodiny: PC učebňa, vyskúšaj sa – sčítanie odčítanie s písaním do zošita, poučka ohľadom „zátvorkových“ pravidiel (t.j. príklady typu $(-10)+(-17)$ alebo $(-10)-(-17)$)

Priebeh hodiny: žiaci ostali v klasickej triede, aby neboli rozptyľovaní počítačmi a prebrali sa úlohy na „zátvorkové“ pravidlá a začali sa preberať dlhé úlohy postupným pridávaním sčítancov.

Štvrtý deň – utorok 26.10.2004

4. hodina – 6C

Plán hodiny: PC učebňa,

- vyskúšaj sa – sčítanie odčítanie (20 min)
- vyučovanie – sčítanie odčítanie: napasovanie hodnôt tak, aby sme dostali rovnaký výsledok ako v sade úloh na pracovných listoch (*príloha 3*)

Priebeh hodiny: Žiaci boli málo disciplinovaní, ale aj napriek tomu väčšina z nich stihla vyriešiť všetky úlohy. Žiaci si mali spustiť časť Vyskúšaj sa a do rozdaných papierov zapisovať výsledky. Tí, čo nesedeli za PC, počítali do rozdaných papierov samostatne (na papieroch boli vytlačené rovnaké úlohy, ako mali žiaci sediaci za PC). Tieto úlohy, ako aj niektoré riešenia sú priložené v *prílohe 3*. Z 21 žiakov 10 žiakov neurobilo ani jednu chybu, 6 žiakov urobilo jednu chybu, 2 urobili 2 chyby, ostatní 3 a viac.

Po zozbieraní zadaní sa mali žiaci vrátiť k časti Vyučovanie a boli im rozdané ďalšie pracovné listy. Ich úlohou bolo dostať na počítači ten istý výsledok, ako keby počítali dané úlohy samostatne. Problematická bola úloha č.4: $50-50+1000$, tu bol problém s nastavením hodnôt na počítači, žiaci ešte nemali celkom uvedomené, že hodnoty možno nastavovať v ľubovoľnom poradí. Z 21 žiakov neurobili ani jednu chybu 2 žiaci, 1 žiak sa pomýlil len v jednej úlohe, 3 žiaci urobili 2 chyby, ostatní mali 3 a viac chýb. Chyby boli tohto druhu:

- nesprávne znamienko výsledku (absolútna hodnota výsledku bola správna)
- numerické chyby
- nedopočítanie úlohy – za výsledok bol vyhlásený medzivýsledok
- neprestavenie hodnoty počtu tehál na sklade (u žiakov, ktorí používali počítač)
- neuvedomenie si možnosti nastavovania hodnôt v ľubovoľnom poradí (u žiakov, ktorí používali počítač)

Tu vidíme, že dlhé úlohy ešte nemajú celkom zautomatizované a že ich treba ešte poriadne precvičiť.

Piaty deň – streda 27.10.2004

Išlo o deň pred začiatkom jesenných prázdnin, takže sme vo všetkých triedach predpokladali zníženú disciplínu, vnímavosť a ochotu sa čokoľvek nové naučiť.

1. hodina – 6B

Plán hodiny:

- pozbieranie zošitov na kontrolu domácich úloh
- práca s počítačom – softvér z balíku INFOVEK – precvičovanie dlhých príkladov na sčítanie a odčítanie, riešenie na čas

Priebeh hodiny: Z neznámych príčin nebol požadovaný softvér nainštalovaný, i keď to bolo príslušnej osobe povedané. Takže žiaci mohli pracovať iba s časťou Vyskúšaj sa nášho programu. Počas kontrolovania a hodnotenia domácich úloh žiaci teda po dvojiciach - trojiciach pracovali s časťou Vyučovanie, kde mali podľa zadaných úloh vytvoriť objednávky a dodávky na sklad.

2. hodina – 6C

Plán hodiny: klasická trieda, precvičovanie dlhých príkladov

Priebeh hodiny: Žiaci boli v porovnaní s predchádzajúcim dňom maximálne tichí a pozorní. Prepočítalo sa dostatočné množstvo úloh, aj slovných z pomocníka. Bola oznámená previerka zo sčítania a odčítania celých čísel.

3. hodina – 6A

Plán hodiny: Zopakovanie pravidiel pre násobenie celých čísel, počítanie slovných úloh aj úloh bez kontextu na násobenie celých čísel.

Priebeh hodiny: žiaci boli pokojní a snaživí, prepočítali sme všetky úlohy, ktoré boli v pláne

Šiesty deň – utorok 2.11.2004

Ide o deň po prázdninách, takže sme u väčšiny žiakov predpokladali zabudnutie väčšiny poznatkov, ako aj zníženú pozornosť

1. hodina – 6B

Plán hodiny: precvičovanie úloh v klasickej triede a posledných 15 minút z hodiny previerka

Priebeh hodiny: žiaci si pravdepodobne mysleli, že na previerku som zabudla, takže boli uvoľnení. O to zahriaknutejší však boli, keď si mali zatvoriť zošity a nechať na lavici iba perá. Previerka bola vytlačená, takže každý mal vlastný papier so zadaniami úloh. Boli dve skupiny. Podrobná analýza sa nachádza v časti 3.4.

2. hodina – 6A

Plán hodiny: precvičovanie dlhých úloh, na konci hodiny previerka ako v 6B
Priebeh hodiny: Po zopakovaní pravidiel a prepočítaní typových príkladov sa rozdali papiere a písala sa previerka.

3. hodina – 6C

Plán aj priebeh hodiny ako v 6B.

Siedmy deň – streda 3.11.2004

1. hodina – 6B

Plán hodiny: PC učebňa, zápis pravidiel pre násobenie celých čísel, precvičovanie za PC
Priebeh hodiny: po vysvetlení pravidiel pre násobenie sa zozbierali zošity na kontrolu domácej úlohy. Žiaci medzitým počítali úlohy na počítači a do rozdaných pracovných listov (zadania úloh boli rovnaké). Všetci žiaci vypočítali obe sady úloh bez chyby.

2. hodina – 6C

Plán hodiny: vyučovanie – násobenie a delenie, na každé 20 minút aj s preskúšaním
Priebeh hodiny: žiaci sa usadili za PC po dvojiciach, max. trojiciach, pozbierali sa zošity na kontrolu domácej úlohy a žiaci medzitým prechádzali časťou vyučovanie a zapisovali si postrehy do rozdaných pracovných listov. Po zozbieraní pracovných listov si žiaci do konca hodiny precvičovali násobenie a delenie v časti Vyskúšaj sa. Niektorí si úlohy, ktoré im generoval počítač zapisovali aj do zošitov a taktiež si zapísali aj ohodnotenie. Všetci vypočítali úlohy na 100%.

3. hodina – 6A

Plán hodiny: počítanie dlhých príkladov na násobenie a delenie celých čísel, pravidlo počítania zľava doprava

Priebeh hodiny: Po motivačných príkladoch ohľadom komutatívnosti a asociatívnosti násobenia na Z sa zapísala poučka ohľadom poradia násobenia. Pri delené sa zaviedlo pravidlo počítania zľava doprava.

Ôsmy deň – štvrtok 4.11.2004

Z dôvodov povinností na Fakulte som sa nemohla zúčastniť pedagogickej práce na ZŠ. Vo všetkých troch triedach sa precvičovali dlhé úlohy a preberali sa pravidlá násobenia a delenia.

Deviaty deň – piatok 5.11.2004

1. hodina – 6B

Plán hodiny: precvičovanie násobenia a delenia za počítačom, medzitým kontrola DÚ
Priebeh hodiny: žiaci disciplinovane pracovali, tí čo skôr skončili a mali dobrú úspešnosť mohli ísť na Internet.

3. hodina – 6C

Plán a priebeh hodiny ako v 6B.

Desiaty deň – pondelok 8.11.2004

1. hodina – 6B

Plán hodiny: preopakovanie pravidiel pre násobenie a delenie celých čísel, počítanie dlhších úloh, určovanie znamienka výsledku pri súčine
Priebeh hodiny: Po preopakovaní pravidiel a prepočítaní motivačných príkladov, sa napísala poučka ohľadom znamienka výsledku pri súčine v závislosti od počtu činiteľov. Potom sme prešli na delenie, kde sme si zvýraznili, že nulou, sa nikdy nedelí.

3. hodina – 6A

Plán hodiny: kontrola DÚ, počítanie cvičení z pomocníka (fotený materiál, keďže všetci nemajú zakúpeného pomocníka)
Priebeh hodiny: po kontrole DÚ rozdanie materiálov so zaujímavými úlohami, samostatná práca do konca hodiny.

4. hodina – 6C

Plán hodiny a priebeh ako v 6B.

Jedenásty deň – utorok 9.11.2004

4. hodina – 6C

Plán hodiny: súhrn všetkých prebraných pravidiel, počítanie zmiešaných príkladov
Priebeh hodiny: po zopakovaní pravidiel a nakreslení diagramu (s pravidlami) na tabuľu, počítanie úloh rôzneho typu.

Dvanásty deň – streda 10.11.2004

1. hodina – 6B

Plán hodiny: počítanie úloh z pomocníka, medzitým kontrola DÚ v zošitoch
Priebeh hodiny: po zozbieraní zošitov zadanie úlohy na samostatnú prácu.

2. hodina – 6C

Plán a priebeh hodiny ako v 6B

3. hodina – 6A

Plán hodiny: písanie štvrťročnej písomnej práce – opačné čísla, absolútna hodnota čísla, porovnávanie, usporiadanie, zobrazovanie na číselnej osi, sčítanie, odčítanie, násobenie, delenie, kombinované úlohy, dlhé úlohy a slovné úlohy
Priebeh hodiny: Žiaci dostali predtlačené zadania, čas na riešenie bol 40 minút

Trinásty deň – štvrtok 11.11.2004

Prvú hodinu so 6A sme už nemali, keďže experiment v tejto triede bol ukončený.

2. hodina – 6C

Plán hodiny: opakovanie a prehlbovanie učiva
Priebeh hodiny: po zopakovaní všetkých pravidiel nasledovalo počítanie cvičení z učebnice a pomocníka. Päť minút pred koncom hodiny zapisovanie známok za aktivitu zo žiackych knižiek.

3. hodina – 6B

Plán a priebeh hodiny ako v 6C.

Štrnásty deň – piatok 12.11.2004

1. hodina – 6B

Plán hodiny:

- v PC učebni precvičovanie aritmetiky, tvorba 5 slovných úloh, ktorých riešením by bolo zadanie cvičenia
- písanie názorov na spôsob preberania učebnej látky pomocou počítača

Priebeh hodiny: žiaci sa aktívne zapojili do úloh, ktoré mali riešiť, vymysleli a zapísali si 5 slovných úloh a na konci hodiny napísali a e-mailom odoslali názory na vyučovacie hodiny.

3. hodina – 6C

Plán a priebeh hodiny ako v 6B

Pätnásty deň – pondelok 15.11.2004

V tento deň sa v 6B aj v 6C písala štvrťročná písomná práca z matematiky s úlohami ako v 6A. Analýzy tejto práce vo všetkých troch triedach uvedieme v nasledujúcej podkapitole.

3.4 Analýzy písomných prác

V tejto podkapitole sa budeme venovať analýze troch písomných prác ako aj ich štatistickému vyhodnoteniu.

3.4.1 Analýzy previerky zo sčítania a odčítania celých čísel

Analýza a priori:

Žiaci dostanú sadu 10 úloh za účelom overenia znalostí zo sčítania a odčítania celých čísel. Pôjde o úlohy preberané na predchádzajúcich vyučovacích hodinách. Úlohy budú riešiť na známku, teda predpokladáme, že žiaci sa budú snažiť podať čo najlepší výkon. Previerka bude posledných 15 minút vyučovacej hodiny, prvá časť vyučovacej hodiny bude zameraná na preopakovanie látky, ktorá bude touto formou skúšaná. Žiaci nebudú môcť používať kalkulačky ani inú výpočtovú techniku. Každý žiak dostane úlohy vytlačené a všetky výpočty sa budú písať do rozdaných papierov. To znamená, že žiaci budú potrebovať iba písacie potreby.

Tabuľka 3.2: Očakávané kroky pri riešení jednotlivých úloh

Úloha prvá: $-25+10$	
u1a	žiak bude úlohu počítať
u1b	žiak správne určí znamienko výsledku
u1c	žiak použije správne pravidlo pre počítanie
u1d	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha druhá: $20-30$	
u2a	žiak bude úlohu počítať
u2b	žiak správne určí znamienko výsledku
u2c	žiak použije správne pravidlo pre počítanie
u2d	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha tretia: $50+(-60)-(-10)$	
u3a	žiak bude úlohu počítať
u3b	žiak správne odstráni prvú zátvorku
u3c	žiak správne odstráni druhú zátvorku
u3d	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
u3e	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u3f	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie zvyšných dvoch sčítancov
u3g	žiak správne určí znamienko výsledku
u3h	žiak bude mať matematicky korektné zápisy
u3i	žiak napíše celý postup riešenia
u3j	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha štvrtá: $-90+60-(+80)$	
u4a	žiak bude úlohu počítať
u4b	žiak správne odstráni zátvorku
u4c	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
u4d	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u4e	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie zvyšných dvoch sčítancov
u4f	žiak správne určí znamienko výsledku
u4g	žiak bude mať matematicky korektné zápisy
u4h	žiak napíše celý postup riešenia
u4i	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha piata: $99+(-7)-13$	
u5a	žiak bude úlohu počítať
u5b	žiak správne odstráni zátvorku
u5c	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
u5d	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u5e	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie zvyšných dvoch sčítancov
u5f	žiak správne určí znamienko výsledku
u5g	žiak bude mať matematicky korektné zápisy
u5h	žiak napíše celý postup riešenia
u5i	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha šiesta: $-(-16)+25-16$	
u6a	žiak bude úlohu počítať
u6b	žiak správne odstráni zátvorku
u6c	žiak využije výhodu
u6d	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
u6e	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u6f	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie zvyšných dvoch sčítancov

u6g	žiak správne určí znamienko výsledku
u6h	žiak bude mať matematicky korektné zápisy
u6i	žiak napíše celý postup riešenia
u6j	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha siedma: $31-18+(-18)-(-18)$	
u7a	žiak bude úlohu počítať
u7b	žiak správne odstráni prvú zátvorku
u7c	žiak správne odstráni druhú zátvorku
u7d	žiak využije výhodu
u7e	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
u7f	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u7g	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie druhých dvoch sčítancov
u7h	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u7i	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie zvyšných dvoch sčítancov
u7j	žiak správne určí znamienko výsledku
u7k	žiak bude mať matematicky korektné zápisy
u7l	žiak napíše celý postup riešenia
u7m	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha ôsma: $-26+36-(-26)+(-36)$	
u8a	žiak bude úlohu počítať
u8b	žiak správne odstráni prvú zátvorku
u8c	žiak správne odstráni druhú zátvorku
u8d	žiak využije výhodu
u8e	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
u8f	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u8g	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie druhých dvoch sčítancov
u8h	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u8i	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie zvyšných dvoch sčítancov
u8j	žiak správne určí znamienko výsledku
u8k	žiak bude mať matematicky korektné zápisy
u8l	žiak napíše celý postup riešenia
u8m	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha deviata: $24-25+24-(-25)$	
u9a	žiak bude úlohu počítať
u9b	žiak správne odstráni zátvorku
u9c	žiak využije výhodu
u9d	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
u9e	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u9f	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie druhých dvoch sčítancov
u9g	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u9h	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie zvyšných dvoch sčítancov
u9i	žiak správne určí znamienko výsledku
u9j	žiak bude mať matematicky korektné zápisy
u9k	žiak napíše celý postup riešenia
u9l	žiak neurobí numerickú chybu
Úloha desiata: $-70+20+5-(-30)-(-23)$	
u10a	žiak bude úlohu počítať
u10b	žiak správne odstráni prvú zátvorku
u10c	žiak správne odstráni druhú zátvorku
u10d	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
u10e	žiak správne určí znamienko medzivýsledku

u10f	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie druhých dvoch sčítancov
u10g	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u10h	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie tretích dvoch sčítancov
u10i	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
u10j	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie zvyšných dvoch sčítancov
u10k	žiak správne určí znamienko výsledku
u10l	žiak bude mať matematicky korektné zápisy
u10m	žiak napíše celý postup riešenia
u10n	žiak neurobí numerickú chybu

Kvalitatívna analýza a posteriori:

Trieda 6A: Previerku písali na druhej vyučovacej hodine, čo je z hľadiska sústredenia vhodný čas, keďže to nie je ani príliš zavčasu, ale ani neskoro (ako po štvrtej hodine). Žiaci boli pozorní, neboli ešte unavení. V prvej časti vyučovacej hodiny sme zopakovali prebranú učebnú látku, najmä dlhšie úlohy, ktoré väčšiemu počtu žiakov robili problémy z hľadiska korektného matematického zápisu.

Trieda 6B: Žiaci písali previerku na prvej vyučovacej hodine. V prvej časti vyučovacej hodiny sme sa venovali precvičeniu sčítania a odčítania celých čísel, analogicky ako v 6A boli problémy s dlhšími zadaniami. V druhej časti vyučovacej hodiny, t.j. počas písania previerky, žiaci pracovali sústredene.

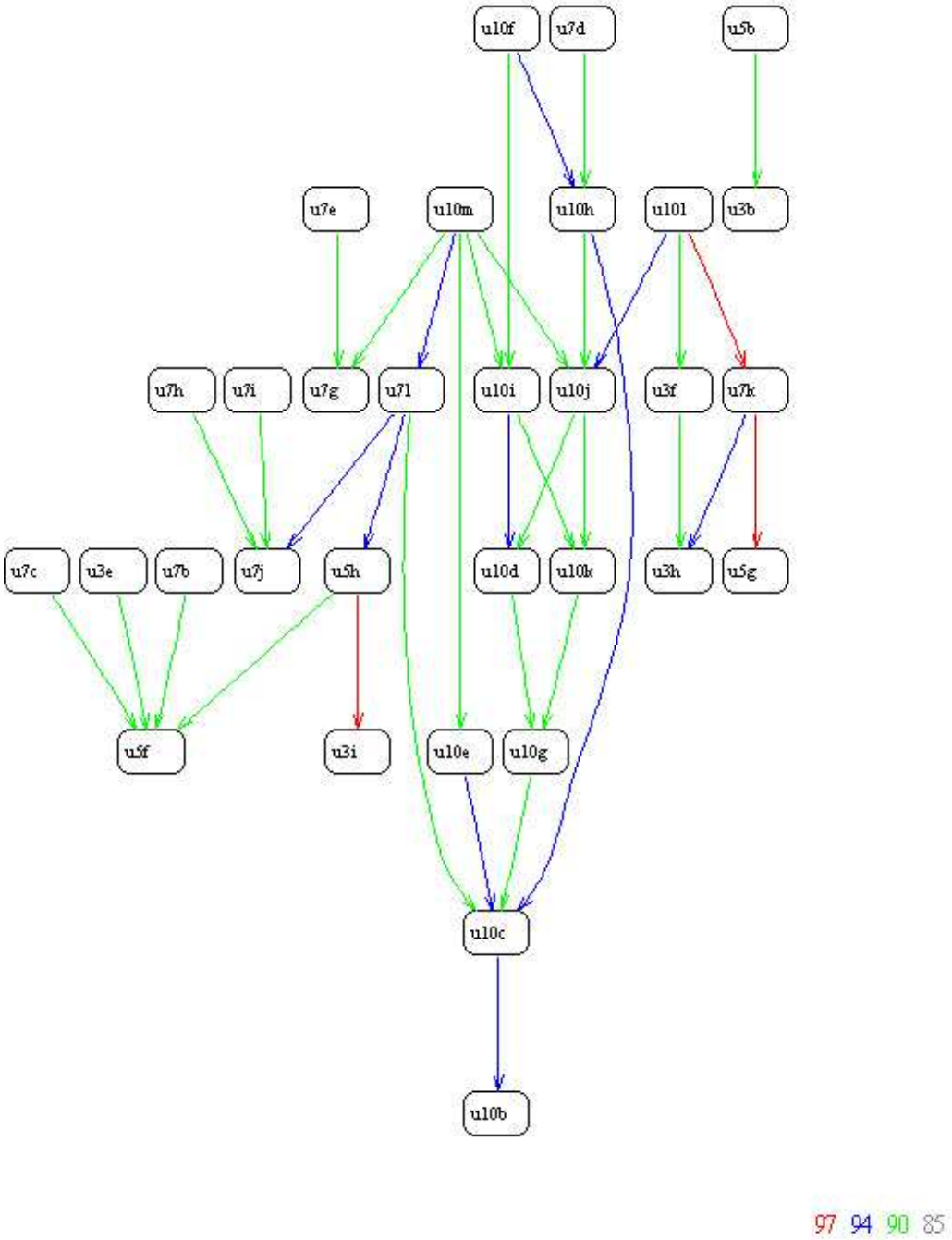
Trieda 6C: Žiaci písali previerku na tretej vyučovacej hodine, teda na hodine pred veľkou prestávkou. Počas prvej časti vyučovacej hodiny nedávali veľmi pozor, čo mohlo byť spôsobené pocitom, že previerka sa písať nebude. O to zahriaknutejší však boli, keď sa začali rozdávať zadania. Niektorí žiaci, najmä chlapci sa stavali k písaniu odmietavo a nahlas všetko komentovali, po upozornení sa upokojili a začali pracovať samostatne.

Kvantitatívna analýza a posteriori:

Pre rozsiahlosť súborov s vyhodnotením prác v jednotlivých triedach, neuvádzame tabuľku vstupných dát do vyhodnotenia. Na tomto mieste uvedieme len výstupné grafy, ktoré nám pomôžu zistiť myšlienkové pochody žiakov. Tieto grafy sme vytvorili využitím štatistického programu CHIC.

Implicative graph

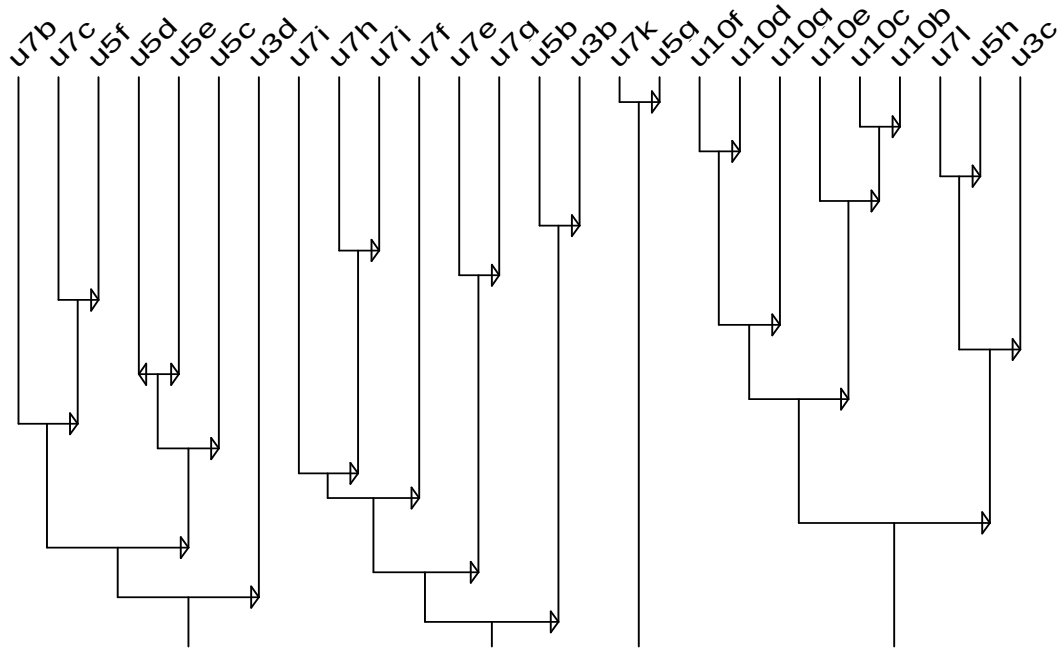
Predstavuje možnosti, ako mohol žiak uvažovať, alebo sa môže zamýšľať nad postupom riešenia daných úloh. Farebné rozlíšenie šípok medzi jednotlivými premennými a množinami premenných vyjadrujú percentuálnu intenzitu medzi nimi, resp. s akou pravdepodobnosťou sa študent majúci istú vedomosť dostane k ďalšej premennej. Pre výsledky experimentu sú významné vzťahy medzi premennými nad 85%. Nami zostavený graf zobrazuje vzťahy medzi premennými nad 97% vrátane (kvôli prehľadnosti)



Z grafu vyplýva že žiaci, ktorí vedia odstrániť zátvorky, urobia tak vo všetkých prípadoch s pravdepodobnosťou 99% a tým vedia určiť aj správne znamienko výsledku. Žiaci, ktorí správne vyriešia úlohu, majú aj korektný zápis jej riešenia. Žiaci, ktorí poznajú prioritu operátorov, tieto operátory s 97% pravdepodobnosťou správne interpretujú.

Implicitave treee

Predstavuje implikácie, alebo ekvivalencie medzi jednotlivými premennými, resp. množinami premenných definovaných v analýze a priori. Pre vyhodnotenie výsledkov sú najvýznamnejšie len najvyššie dve úrovne.



Z našich údajov vyplývajú rovnaké závery ako z implicative grafu.

Percentuálna úspešnosť žiakov pri riešení jednotlivých úloh:

Štatistický súbor je tvorený 21 žiakmi triedy 6A, 26 žiakmi 6B a 21 žiakmi 6C triedy

Tabuľka 3.3: Percentuálna úspešnosť riešenia úloh na sčítanie a odčítanie celých čísel

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trieda 6A	0,9524	0,9881	0,9619	0,9418	0,9418	0,8667	0,8132	0,8095	0,8532	0,8265
Trieda 6B	0,9615	0,9808	0,9385	0,8504	0,8846	0,8154	0,7692	0,8284	0,7788	0,6346
Trieda 6C	0,9762	0,9762	0,9381	0,8307	0,9312	0,8429	0,8352	0,8535	0,8611	0,7483

Graf 3.1: Percentuálna úspešnosť riešenia úloh na sčítanie a odčítanie celých čísel

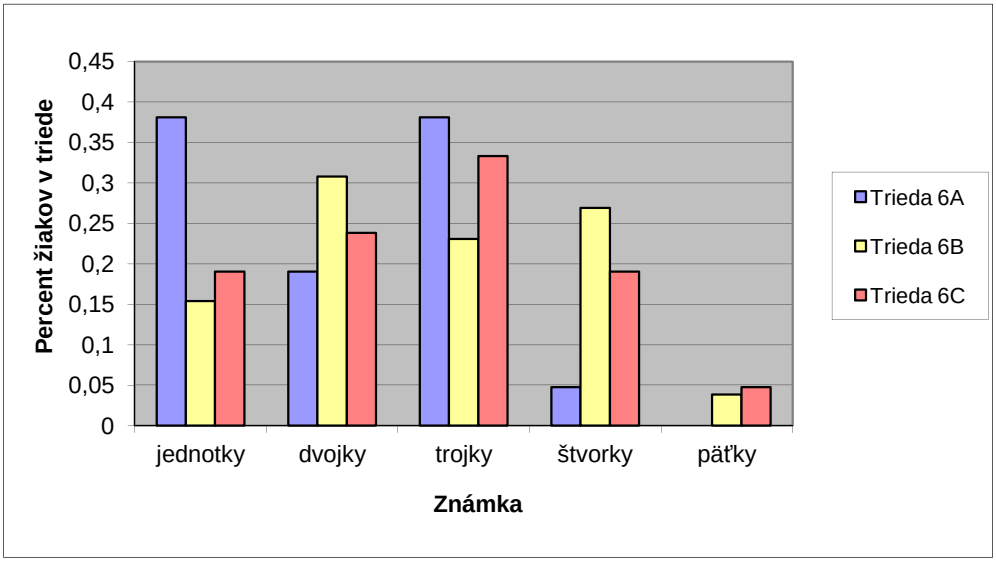
Z grafu vidno, že žiaci 6C triedy dosahovali vo všetkých úlohách s výnimkou úlohy 4 lepšie výsledky ako žiaci 6B triedy (6B trieda je prospechovo lepšia z matematiky ako 6C, avšak horšia ako 6A). V úlohe 2 dosiahli žiaci 6C len o niekoľko desatín percent horšie výsledky. Napriek tomu, že žiaci 6C triedy sú z matematiky prospechovo horší, dosahujú približne rovnakú úspešnosť pri riešení úloh ako žiaci matematicky najzdatnejšej triedy 6A, s výnimkou úloh 4 a 10 kde je rozdiel v hodnotení výrazne horší ako u prospechovo zdatnejšej skupiny. V úlohách č. 1, 7, 8 a 9 dosahujú dokonca lepšie výsledky. Dôvodom môže byť aj fakt, že pedagogický softvér, s ktorým pracujú na hodinách matematiky je zameraný na pochopenie úloh, kde vystupuje len jedna operácia sčítania, alebo odčítania.

Porovnanie tried z hľadiska hodnotenia (hodnoty v tabuľke sú zaokrúhlené na 2 desatinné miesta):

Tabuľka 3.4

	jednotky	dvojky	trojky	štvorky	päťky
Trieda 6A	0,38	0,19	0,38	0,05	0
Trieda 6B	0,15	0,31	0,23	0,27	0,04
Trieda 6C	0,19	0,24	0,33	0,19	0,05

Graf 3.2



Uvádzame aj priemerný počet bodov žiakov z tej – ktorej triedy, ako aj percentuálnu úspešnosť týchto tried.

Tabuľka 3.5

	6A	6B	6C
Priemerný počet bodov	**10,19**	**8,02**	**8,48**
Priemerná známka	**2,09**	**2,73**	**2,66**
Percentuálna úspešnosť triedy	**78,8**	**65,5**	**65,2**

Z tejto tabuľky vidno, že aj napriek tomu, že priemery známok sú blízke, percentuálna úspešnosť triedy 6A je výrazne lepšia. Triedy 6B a 6C sú si podobné.

3.4.2 Analýza štvrťročnej písomnej práce z matematiky

Analýza a priori:

Štvrťročná písomná práca sa nebude písať vo všetkých triedach v jeden deň, keďže trieda 6A má náskok pred ostatnými. Úlohy na štvrťročnej písomnej práci budú len z preberaného celku záporné čísla. Žiaci by mali mať zvládnuté tieto pojmy: opačné čísla, absolútna hodnota, ďalej by mali vedieť porovnávať čísla, usporiadať, zobrazovať na číselnej osi, sčítať, odčítať, násobiť a deliť celé čísla, počítať dlhé a slovné úlohy. Zadania previerky budú vytlačené na samostatných papieroch pre každého žiaka zvlášť. Budú dve skupiny, pričom charakter úloh ostane zachovaný. Čas na písanie bude celá vyučovacia hodina. Žiaci nebudú môcť používať kalkulátory ani inú výpočtovú techniku. Dvojhárky, resp. zošity určené na štvrťročné písomné práce im budú rozdané na začiatku vyučovacej hodiny. K riešeniu úloh budú potrebovať rysovacie a písacie potreby, gumu.

Tabuľka 3.6: Očakávané chyby pri riešení úloh štvrťročnej písomnej práce

Úloha1: Určite a zapíšte absolútne hodnoty daných čísel a čísel k nim opačných. Vyznačte všetky čísla na číselnej osi.	
a) $8;6;4;-5;-3$	
1_a1	žiak bude úlohu riešiť
1_a2	žiak správne určí všetky absolútne hodnoty
1_a3	žiak správne určí všetky opačné čísla
1_a4	žiak neprehliadne žiadne číslo v postupnosti
1_a5	žiak všetky čísla zakreslí na číselnú os
b) $-1,2;3,75;2,28;-3,5$	
1_b1	žiak bude úlohu riešiť
1_b2	žiak správne určí všetky absolútne hodnoty
1_b3	žiak správne určí všetky opačné čísla
1_b4	žiak neprehliadne žiadne číslo v postupnosti
1_b5	žiak všetky čísla zakreslí na číselnú os
Úloha 2: Usporiadajte čísla zostupne: $-28;3;-6;0;18;-99;11,6;-37,5;-12;17;-3,1;1;-1$	
2_1	žiak bude úlohu riešiť
2_2	žiak bude vedieť bez problémov identifikovať jednotlivé čísla
2_3	žiak bude vedieť, čo znamená zostupne
2_4	žiak neprehliadne žiadne číslo
Úloha 3: Vypočítajte:	
a) $7+(-6)$	
3_a1	žiak bude úlohu riešiť
3_a2	žiak správne odstráni zátvorku
3_a3	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie
3_a4	žiak správne určí znamienko výsledku
3_a5	žiak neurobí numerickú chybu
3_a6	žiak uvedie správny výsledok
b) $-1,2+(-1,5)$	
3_b1	žiak bude úlohu riešiť
3_b2	žiak správne odstráni zátvorku
3_b3	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie
3_b4	žiak správne určí znamienko výsledku
3_b5	žiak neurobí numerickú chybu
3_b6	žiak uvedie správny výsledok
c) $25-(-25)$	
3_c1	žiak bude úlohu riešiť
3_c2	žiak správne odstráni zátvorku
3_c3	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie
3_c4	žiak správne určí znamienko výsledku
3_c5	žiak neurobí numerickú chybu
3_c6	žiak sa nenechá zviesť na výsledok 0
3_c7	žiak uvedie správny výsledok
d) $5.(-1,2)$	
3_d1	žiak bude úlohu riešiť
3_d2	žiak správne určí znamienko výsledku
3_d3	žiak správne vynásobí
3_d4	žiak správne určí desatinné miesta

3_d5	žiak uvedie správny výsledok
e) $-7.(-8)$	
3_e1	žiak bude úlohu riešiť
3_e2	žiak správne určí znamienko výsledku
3_e3	žiak správne vynásobí
3_e4	žiak uvedie správny výsledok
f) $-0,6.(-5)$	
3_f1	žiak bude úlohu riešiť
3_f2	žiak správne určí znamienko výsledku
3_f3	žiak správne vynásobí
3_f4	žiak správne určí desatinné miesta
3_f5	žiak uvedie správny výsledok
Úloha 4: Vypočítajte:	
a) $-3+(+12)+(-29)-(-17)$	
4_a1	žiak bude úlohu riešiť
4_a2	žiak správne odstráni prvú zátvorku
4_a3	žiak správne odstráni druhú zátvorku
4_a4	žiak správne odstráni tretiu zátvorku
4_a5	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
4_a6	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_a7	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie druhých dvoch sčítancov
4_a8	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_a9	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie tretích dvoch sčítancov
4_a10	žiak správne určí znamienko výsledku
4_a11	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_a12	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia
4_a13	žiak neurobí numerickú chybu
4_a14	žiak uvedie správny výsledok
b) $-32,4+2,16+4,37-0,256$	
4_b1	žiak bude úlohu riešiť
4_b2	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie prvých dvoch sčítancov
4_b3	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_b4	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie druhých dvoch sčítancov
4_b5	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_b6	žiak použije správne pravidlo pre spočítanie tretích dvoch sčítancov
4_b7	žiak správne určí znamienko výsledku
4_b8	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_b9	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia
4_b10	žiak neurobí numerickú chybu
4_b11	žiak uvedie správny výsledok
c) $(-3-5)-(-5).2$	
4_c1	žiak bude úlohu riešiť
4_c2	žiak dá prednosť zátvorkám
4_c3	žiak pre výpočet výrazu v zátvorke použije správne pravidlo
4_c4	žiak pri úprave zátvorky určí správne znamienko výsledku
4_c5	žiak uprednostní násobenie pred odčítaním
4_c6	žiak správne vynásobí
4_c7	žiak určí správne znamienko súčinu
4_c8	žiak použije správne pravidlo pre dopočítanie príkladu
4_c9	žiak správne určí znamienko výsledku
4_c10	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia

4_c11	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_c12	žiak neurobí numerickú chybu
4_c13	žiak uvedie správny výsledok
4_c14	žiak bude správne interpretovať znamienka
d) $6.(9-15+26)$	
4_d1	žiak bude úlohu riešiť
4_d2	žiak najskôr vyjadrí medzivýsledok súčtu a rozdielu v zátvorke
4_d3	žiak použije správne pravidlo na súčet prvých dvoch sčítancov v zátvorke
4_d4	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_d5	žiak použije správne pravidlo pre súčet zvyšných dvoch sčítancov v zátvorke
4_d6	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_d7	žiak správne vynásobí
4_d8	žiak správne určí znamienko súčinu
4_d9	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia
4_d10	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_d11	žiak neurobí numerickú chybu
4_d12	žiak uvedie správny výsledok
4_d13	žiak bude správne interpretovať znamienka
e) $(-5,4+16,2).(-54,6+0,9)$	
4_e1	žiak bude úlohu riešiť
4_e2	žiak najskôr vyjadrí medzivýsledky v zátvorkách
4_e3	žiak použije správne pravidlo pre súčet v prvej zátvorke
4_e4	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_e5	žiak použije správne pravidlo pre súčet v druhej zátvorke
4_e6	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_e7	žiak správne vynásobí
4_e8	žiak správne určí znamienko súčinu
4_e9	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia
4_e10	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_e11	žiak neurobí numerickú chybu
4_e12	žiak uvedie správny výsledok
4_e13	žiak bude správne interpretovať znamienka
f) $-5.(-6).10.(-9).7.(-4)$	
4_f1	žiak bude úlohu riešiť
4_f2	žiak bude správne interpretovať znamienka
4_f3	žiak správne vynásobí prvé dva činitele
4_f4	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_f5	žiak správne vynásobí druhé dva činitele
4_f6	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_f7	žiak správne vynásobí tretie dva činitele
4_f8	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_f9	žiak správne vynásobí štvrté dva činitele
4_f10	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_f11	žiak správne vynásobí zvyšné dva činitele
4_f12	žiak určí správne znamienko výsledku
4_f13	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia
4_f14	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_f15	žiak neurobí numerickú chybu
4_f16	žiak uvedie správny výsledok
4_f17	žiak bude správne interpretovať znamienka
g) $36:(6-10+8).2$	

4_g1	žiak bude úlohu riešiť
4_g2	žiak najskôr určí medzivýsledok v zátvorke
4_g3	žiak použije správne pravidlo pre súčet prvých dvoch sčítancov v zátvorke
4_g4	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_g5	žiak použije správne pravidlo pre súčet zvyšných dvoch sčítancov v zátvorke
4_g6	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_g7	žiak dá prednosť deleniu
4_g8	žiak správne vydelí
4_g9	žiak správne určí znamienko podielu
4_g10	žiak správne vynásobí
4_g11	žiak správne určí znamienko výsledku
4_g12	žiak nebude operácie duplikovať
4_g13	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia
4_g14	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_g15	žiak neurobí numerickú chybu
4_g16	žiak uvedie správny výsledok
4_g17	žiak bude správne interpretovať znamienka
h) $(-30+5):(-12+7)-(-3).6.(-1)$	
4_h1	žiak bude úlohu riešiť
4_h2	žiak najskôr upraví zátvorky
4_h3	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie v prvej zátvorke
4_h4	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_h5	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie v druhej zátvorke
4_h6	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_h7	žiak správne vydelí medzivýsledky
4_h8	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_h9	žiak dá prednosť násobeniu pred odčítaním
4_h10	žiak správne vynásobí prvé dva činitele
4_h11	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_h12	žiak správne vynásobí druhé dva činitele
4_h13	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
4_h14	žiak použije správne pravidlo pre odčítanie medzivýsledkov
4_h15	žiak správne určí znamienko výsledku
4_h16	žiak nebude operácie duplikovať
4_h17	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia
4_h18	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_h19	žiak neurobí numerickú chybu
4_h20	žiak uvedie správny výsledok
4_h21	žiak bude správne interpretovať znamienka
i) $(-43+18):4.(-9)+(-9)$	
4_i1	žiak bude úlohu riešiť
4_i2	žiak najskôr upraví zátvorku
4_i3	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie v zátvorke
4_i4	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_i5	žiak najskôr bude deliť, až potom násobiť
4_i6	žiak správne vydelí
4_i7	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_i8	žiak dá prednosť násobeniu pred sčítaním
4_i9	žiak správne vynásobí
4_i10	žiak určí správne znamienko medzivýsledku
4_i11	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie zvyšných sčítancov
4_i12	žiak správne určí znamienko výsledku

4_i13	žiak nebude operácie duplikovať
4_i14	žiak bude mať matematicky korektné zápisy riešenia
4_i15	žiak uvedie kompletný postup riešenia
4_i16	žiak neurobí numerickú chybu
4_i17	žiak uvedie správny výsledok
4_i18	žiak bude správne interpretovať znamienka
Úloha 5: Ondro dlhuje Jankovi 70SK. Janko dlhuje Maťovi 90 SK a Maťo dlhuje Ondrovi 40 SK. O koľko korún budú mať viac, alebo menej, keď zaplatia svoje dlhy?	
5_1	žiak bude úlohu riešiť
5_2	žiak si urobí správny zápis zo zadania
5_3	žiak správne určí hodnotu, ktorá ostane Ondrovi
5_4	žiak správne určí hodnotu, ktorá ostane Jankovi
5_5	žiak správne určí hodnotu, ktorá ostane Maťovi
5_6	žiak napíše správnu odpoveď na otázku
Úloha 6: Janka má dlh 100SK. Andrejka má päťkrát menší dlh ako Janka a Dorka má trikrát väčší dlh ako Andrejka. Aký veľký dlh má Andrejka a aká dlh má Dorka?	
6_1	žiak bude úlohu riešiť
6_2	žiak si urobí správny zápis zo zadania
6_3	žiak správne určí hodnotu dlhu Andrejky
6_4	žiak správne určí hodnotu dlhu Dorky
6_5	žiak napíše správnu odpoveď na otázku

Kvalitatívna analýza a posteriori:

Trieda 6A: Táto trieda mala už pred začiatkom experimentu náskok spôsobený dlhšou práceneschopnosťou vyučujúcej v ostatných triedach. Preto previerku písali o 3 dni skôr (streda 10.11.2004) na tretej vyučovacej hodine. Pred začatím vyučovacej hodiny sme rozdali žiakom dvojhárky, ktoré si mali vypísať podľa predlohy na tabuli. Medzi tým sme rozdali zadania úloh čistou stranou na hor. Keď mali všetci vypísané hlavičky, začala sa písať previerka. Vzhľadom na to, že sme začali neskôr o 5 minút, žiaci mohli písať aj prvých 5 minút z prestávky. Žiaci mali k zadaniam tieto otázky:

- prvá úloha – či treba zobraziť iba absolútne hodnoty, či môžu všetky hodnoty zakresliť na jednu číselnú os
- druhá úloha – čo je oddeľovač čísel (bola medzera), bola sťažená identifikácia jednotlivých čísel, čo bolo brané do úvahy pri oprave
- slovné úlohy – ako môže Janko dať Ferkovi 90 korún, keď má len 70?

Vecné pripomienky boli zapracované do novej verzie písomnej práce, ktorá sa písala v pondelok nasledujúceho týždňa v 6B a 6C (oddeľovače čísel, dostatočné medzery).

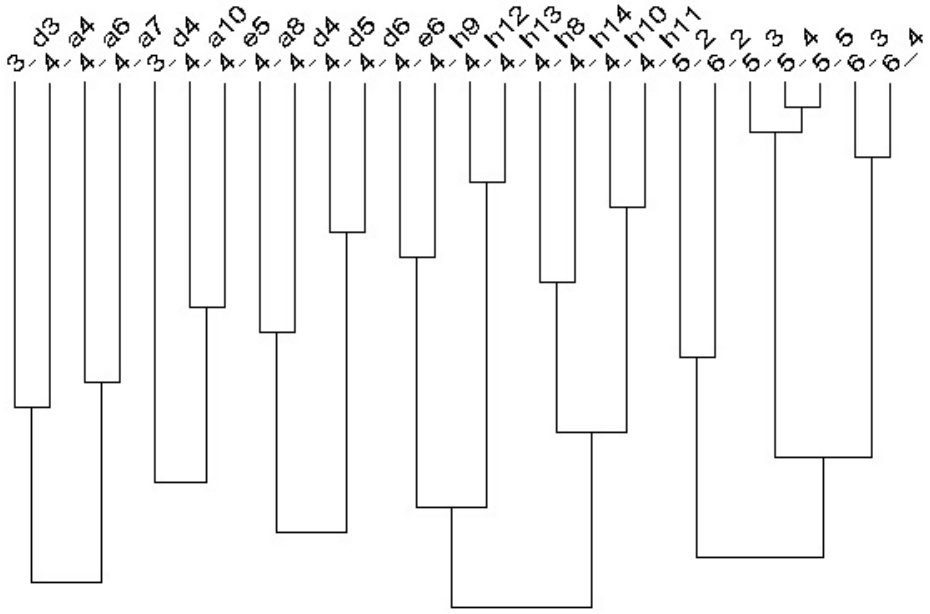
Trieda 6B: Žiaci písali previerku v pondelok na prvej vyučovacej hodine. Atmosféra v triede bola pracovná. Na začiatku hodiny sme žiakom rozdali zošity, do ktorých píšu štvrťročné

písomné práce už od piatej triedy (kvôli jednoduchšej archivácií). Po vypísaní hlavičky a rozdaní zadaní úloh čistou stranou nahor, začalo samostatné písanie písomnej práce. Žiaci však nemali prízvukované, a utvrdené pojmy vzostupne a zostupne, takže im vysvetlenie bolo napísané na tabuľu. Aj napriek tejto výhode veľa žiakov urobilo v druhom príklade chybu.
Trieda 6C: Žiaci tejto triedy písali písomnú prácu na štvrtej vyučovacej hodine, priebeh bol ako v triede 6B.

Kvantitatívna analýza a posteriori:

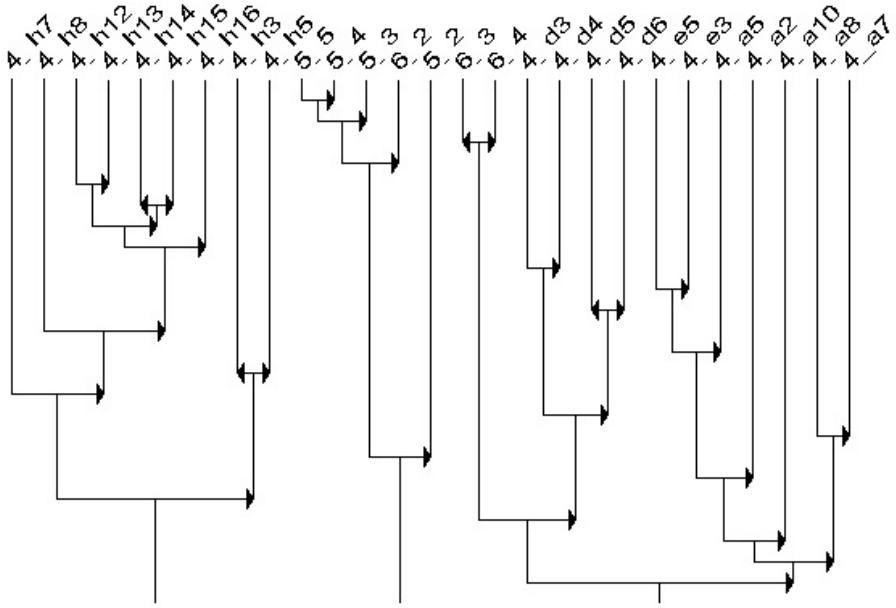
Pre rozsiahlosť súborov s vyhodnotením prác v jednotlivých triedach, neuvádzame túto analýzu na tomto mieste, ale opäť ako pri prvej písomke uvádzame len grafy, ktoré sú výstupom z programu CHIC.

Similarity graph:



Najsilnejšia podobnosť je medzi premennými 5_4 a 5_5, ku ktorým sa pripája 5_3. Voľne povedané, žiaci ktorí vedia určiť hotnotu prislúchajúcu Ondrovi a Maťovi vedia zapíať správnu odpoveď na kladenú otázku. Ďalšia významná podobnosťou je medzi premennými 6_3 a 6_4, teda žiaci ktorí správne určia hodnotu dlhu Andrejky správne určia aj hodnotu dlhu Dorky. Ostatné podobnosti sú málo významné.

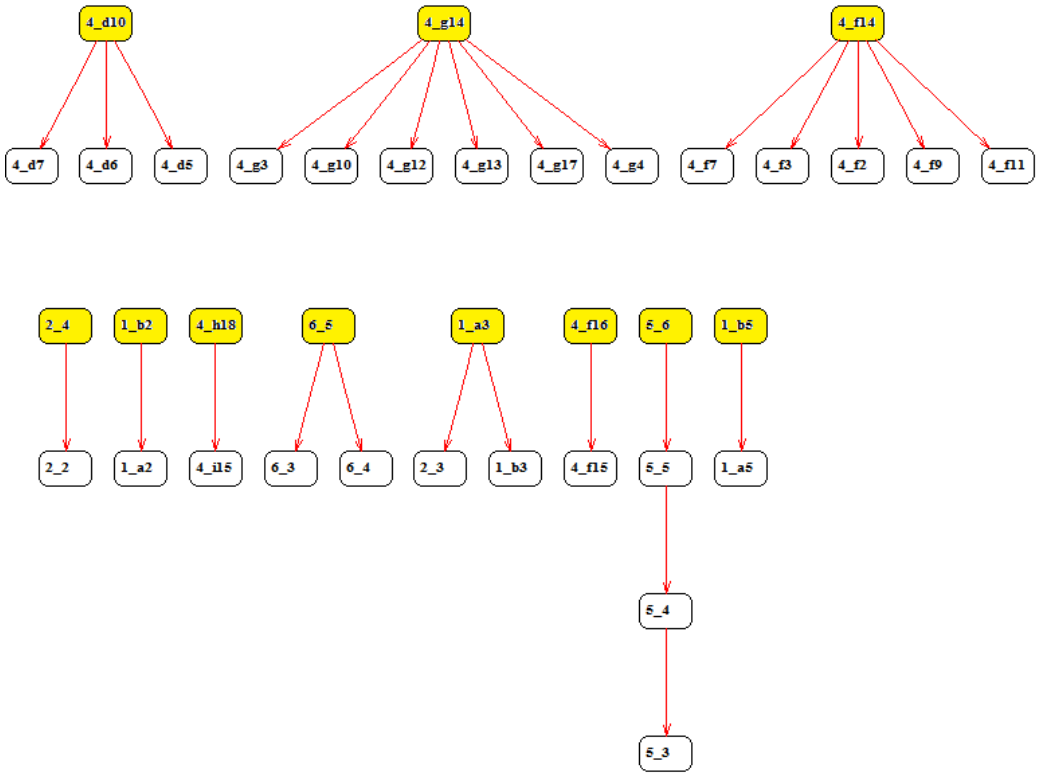
Implicative tree



Z grafu nám vyplývajú nasledovné implikáci: 5_5 implikuje 5_4 a táto množina ďalej implikuje 5_3 a potom premennú 6_2. Teda Ak žiak správne určí hodnotu prislúchajúcu Maťovi, potom určí správne hodnotu prislúchajúcu Jankovi a Ondrovi a urobí si správny zápis aj nasledujúcej úlohy. Zaznamenávame ešte významnú implikáciu medzi premennými 6_3 a 6_4, teda správne určenie dlhu Andrejky a správne určenie dlhu Dorky.

Implicative graph:

Pre množstvo nájdených prepojení sme zobrazili len prepojenia na úrovnie 99%, pričom podfarbené vrcholy sú na jednej úrovni, avšak pre nedostatok miesta sme graf rozdelili.



Prvý komponent grafu 4_d10 implikuje 4_d7, 4_d6, 4d_5, tj ak žiakuvedie kompletný postup riešenia, potom správne vynásobí, alebo určí znamienko medzivýsledku, alebo použije správne pravidlo pre súčet prvých dvoch sčítancov v zátvorke. Ďalšie dva komponenty grafu uvádzajú to isté zistenie len na inej podúlohe. Komponent 2_4 implikujúci 2_2 určuje, že ak žiak neprehliadne žiadne číslo, tak aj bude vedieť bezproblémov identifikovať všetky čísla v zadaní. Zaujímavou komponentou je ešte 5_6 implikujúva 5_5, odtiaľ 5_4 a ešte 5_3, teda ak žiak zapísal správnu odpoveď na otázku, potom správne určil hodnotu, ktorá ostane Maťovi, ktorá ostane Jankovi a ktorá Ondrovi. Analogicky komponent 6_5 implikujúci 6_3 a 6_4.

Percentuálna úspešnosť žiakov pri riešení jednotlivých úloh:

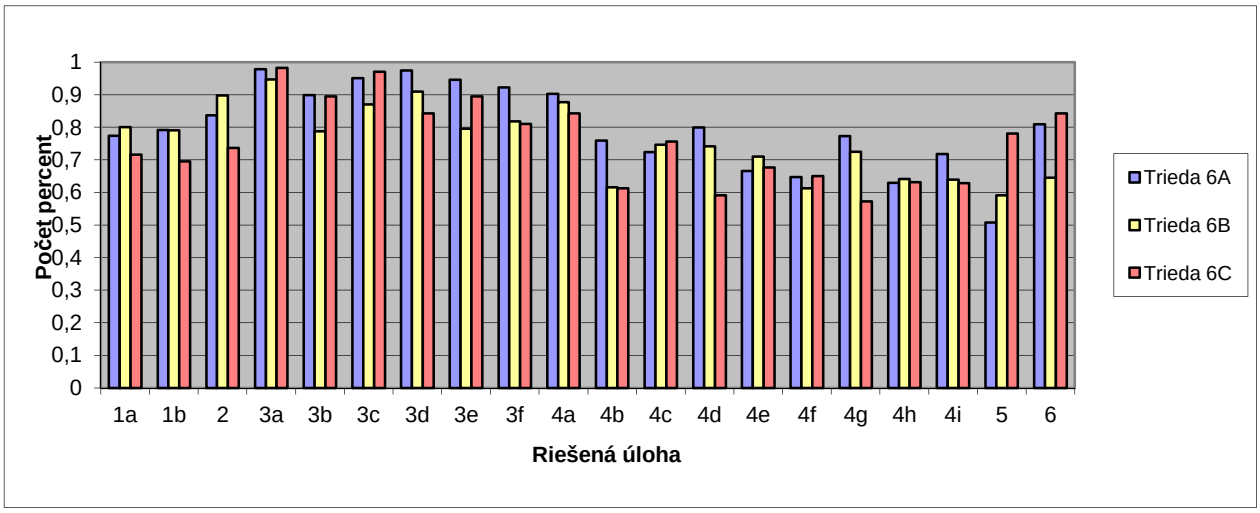
Štatistický súbor je tvorený 23 žiakmi 6A triedy, 22 žiakmi 6B triedy a 19 žiakmi 6C triedy

Tabuľka 3.7: Percentuálna úspešnosť riešenia úloh štvrťročnej písomnej práce

Časť 1.	1a	1b	2	3a	3b	3c	3d	3e	3f
Trieda 6A	0,7739	0,7913	0,8370	0,9783	0,8986	0,9503	0,9739	0,9457	0,9217
Trieda 6B	0,8000	0,7909	0,8977	0,9470	0,7879	0,8701	0,9091	0,7955	0,8182
Trieda 6C	0,7158	0,6947	0,7368	0,9825	0,8947	0,9699	0,8421	0,8947	0,8105

Časť 2.	4a	4b	4c	4d	4e	4f	4g	4h	4i	5	6
Trieda 6A	0,9028	0,7589	0,7236	0,7993	0,6656	0,6471	0,7724	0,6294	0,7174	0,5072	0,8087
Trieda 6B	0,877	0,6157	0,7468	0,7413	0,7098	0,6123	0,7246	0,6407	0,6389	0,5909	0,6455
Trieda 6C	0,8421	0,6124	0,7556	0,5911	0,6761	0,6502	0,5728	0,6316	0,6287	0,7807	0,8421

Graf 3.3: Percentuálna úspešnosť riešenia úloh štvrťročnej písomnej práce



Z grafu možno odčítať, že úlohy 1a, 1b a 2 boli pre žiakov problematické, čo môže byť spôsobené nezopakovaním týchto častí na vyučovacej hodine. Žiaci 6C triedy riešili úlohy 3a, 3b, 3c, 4c, 4e, 4f, 4h, 5, 6 s rovnakou, respektíve lepšou úspešnosťou ako žiaci kontrolnej triedy 6A. Pričom žiaci 6C triedy vynikali pri riešení slovných úloh zo života (úlohy 5 a 6), čo je pre nás veľmi dôležitý výsledok, keďže cieľom výučby na základnej škole, je pripraviť žiakov na riešenie problémov v reálnom svete.

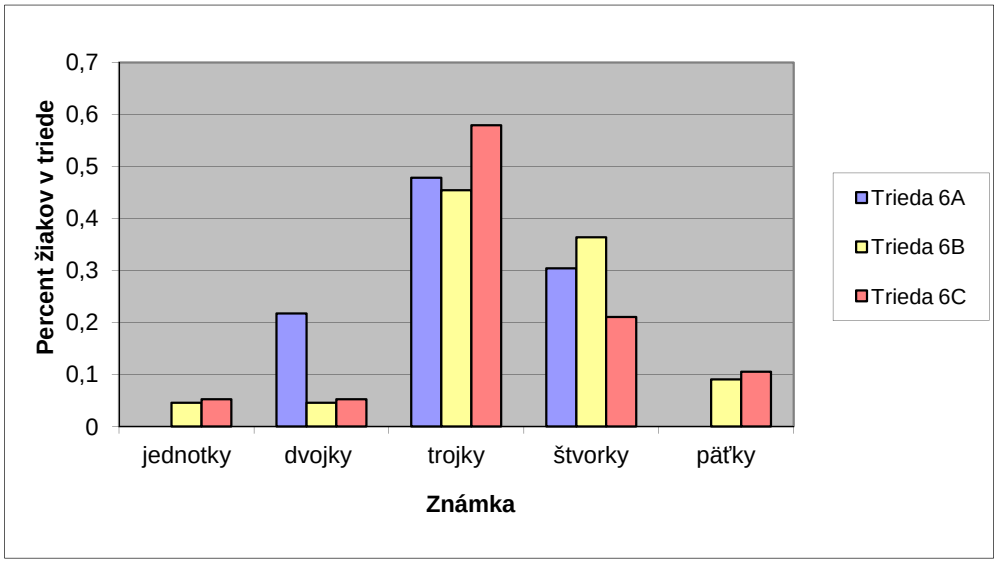
Porovnanie tried z hľadiska hodnotenia:

V tabuľke uvádzame počet percent žiakov v danej triede, ktorí dosiahli dané hodnotenie:

Tabuľka 3.8: Percentuálne zastúpenie známok v jednotlivých triedach

	jednotky	dvojky	trojky	štvorky	päťky
Trieda 6A	0	0,22	0,48	0,30	0
Trieda 6B	0,05	0,05	0,45	0,36	0,09
Trieda 6C	0,05	0,05	0,58	0,21	0,11

Graf 3.4: Dosiahnuté hodnotenie v jednotlivých triedach



Uvádzame aj priemerný počet bodov žiakov z tej – ktorej triedy, ako aj percentuálnu úspešnosť týchto tried.

Tabuľka 3.9: Zhrňujúca tabuľka štatistických znakov pre štvrťročnú písomnú prácu

	6A	6B	6C
Priemerný počet bodov	**20,96**	**18,86**	**19,23**
Priemerná známka	**3,09**	**3,41**	**3,26**
Percentuálna úspešnosť triedy	**58,21**	**52,4**	**54,24**

V záverečnej písomnej práci sú si triedy 6B a 6C opäť podobné, teraz však trieda 6C dopadla viditeľnejšie lepšie, ako trieda 6B. Dôležitým výsledkom pre nás je, že ani jedna trieda sa nepohoršila oproti priemeru, ktorý z písomiek zvykli dosahovať v minulosti. Experimentálna trieda si polepšila, i keď to nie je štatisticky významný rozdiel.

3.4.3 Analýza písomnej práce z aritmetiky záporných čísel po roku

Analýza a priori post testu:

Test sa bude písať vo všetkých triedach v jeden deň. Žiaci dostanú sadu 10 úloh za účelom overenia znalostí z aritmetiky celých čísel. Úlohy budú riešiť na známku, teda predpokladáme, že žiaci sa budú snažiť podať čo najlepší výkon. Previerka bude buď posledných, alebo prvých 15 minút vyučovacej hodiny (o tom, kedy sa presne bude písať test rozhodne vyučujúci podľa aktuálnej situácie v triede). Žiaci nebudú môcť používať kalkulačky ani inú výpočtovú techniku. Každý žiak dostane úlohy vytlačené a všetky výpočty sa budú písať do rozdaných papierov. To znamená, že žiaci budú potrebovať iba písacie potreby.

Tabuľka 5.10: Očakávané kroky pri riešení jednotlivých úloh

Úloha 1: $-6+7$	
a1	žiak začne úlohu počítať
a2	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie
a3	žiak neurobí numerickú chybu
a4	žiak správne určí znamienko výsledku
Úloha 2: $-1{,}2+(-1{,}5)$	
b1	žiak začne úlohu počítať
b2	žiak správne odstráni zátvorku
b3	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie
b4	žiak neurobí numerickú chybu
b5	žiak správne určí znamienko výsledku
Úloha 3: $13-(-7)$	
c1	žiak začne úlohu počítať
c2	žiak správne odstráni zátvorku
c3	žiak použije správne pravidlo pre odčítanie
c4	žiak neurobí numerickú chybu
c5	žiak správne určí znamienko výsledku
Úloha 4: $-3+(+12)+(-29)-(-17)$	
d1	žiak začne úlohu počítať
d2	žiak správne odstráni prvú zátvorku
d3	žiak správne odstráni druhú zátvorku
d4	žiak správne odstráni tretiu zátvorku
d5	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie prvých 2 sčítancov
d6	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
d7	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie druhých 2 sčítancov
d8	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
d9	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie posledných sčítancov
d10	žiak správne určí znamienko výsledku
d11	žiak počas výpočtu neurobí numerickú chybu
d12	žiak bude mať matematicky korektný zápis
d13	žiak napíše celý postup riešenia
Úloha 5: $27-(+29)+(-27)+29$	
e1	žiak začne úlohu počítať

e2	žiak správne odstráni prvú zátvorku
e3	žiak správne odstráni druhú zátvorku
e4	žiak použije správne pravidlo pre odčítanie prvých dvoch čísel
e5	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
e6	žiak použije správne pravidlo pre odčítanie druhých dvoch čísel
e7	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
e8	žiak použije správne pravidlo pre sčítanie posledných sčítancov
e9	žiak správne určí znamienko výsledku
e10	žiak počas výpočtu neurobí numerickú chybu
e11	žiak bude mať matematicky korektný zápis
e12	žiak napíše celý postup riešenia
Úloha 6: $-0,6.(-5)$	
f1	žiak začne úlohu počítať
f2	žiak správne vynásobí
f3	žiak oddelí správny počet desatinných miest vo výsledku
f4	žiak správne určí znamienko výsledku
f5	žiak počas výpočtu neurobí numerickú chybu
f6	žiak bude správne interpretovať znamienka
Úloha 7: $3,5:(-0,5)$	
g1	žiak začne úlohu počítať
g2	žiak správne vydelí
g3	žiak správne určí znamienko výsledku
g4	žiak počas výpočtu neurobí numerickú chybu
g5	žiak bude správne interpretovať znamienka
Úloha 8: $6.(9-15+26)$	
h1	žiak začne úlohu počítať
h2	žiak dá prednosť úprave zátvorky
h3	žiak použije správne odčíta prvé dve čísla v zátvorke
h4	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
h5	žiak správne spočíta posledné dve čísla v zátvorke
h6	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
h7	žiak správne vynásobí
h8	žiak správne určí znamienko výsledku
h9	žiak počas výpočtu neurobí numerickú chybu
h10	žiak bude mať matematicky korektný zápis
h11	žiak napíše celý postup riešenia
Úloha 9: $36:(6-10+8).2$	
i1	žiak začne úlohu počítať
i2	žiak dá prednosť úprave zátvorky
i3	žiak použije správne odčíta prvé dve čísla v zátvorke
i4	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
i5	žiak správne spočíta posledné dve čísla v zátvorke
i6	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
i7	žiak bude počítať úlohu zľava doprava
i8	žiak správne vydelí
i9	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
i10	žiak správne vynásobí
i11	žiak správne určí znamienko výsledku
i12	žiak počas výpočtu neurobí numerickú chybu
i13	žiak bude mať matematicky korektný zápis
i14	žiak napíše celý postup riešenia

Úloha 10: $(-43+18):5.(-9)+(-9)$	
j1	žiak začne úlohu počítať
j2	žiak bude počítať úlohu zľava doprava
j3	žiak dá prednosť úprave zátvorky
j4	žiak použije správne pravidlo pre súčet čísel v zátvorke
j5	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
j6	žiak správne vydelí
j7	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
j8	žiak dá prednosť násobeniu pred sčítaním
j9	žiak bude správne interpretovať znamienka
j10	žiak správne vynásobí
j11	žiak správne určí znamienko medzivýsledku
j12	žiak použije správne pravidlo pre súčet zvyšných čísel
j13	žiak správne určí znamienko výsledku
j14	žiak počas výpočtu neurobí numerickú chybu
j15	žiak bude mať matematicky korektný zápis
j16	žiak napíše celý postup riešenia

Kvalitatívna analýza a posteriori:

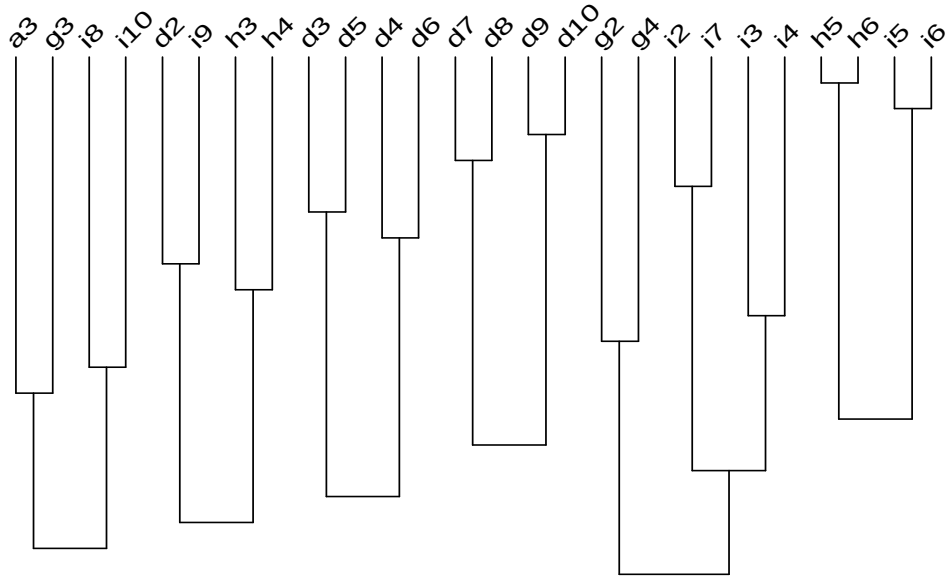
Žiaci všetkých troch tried písali písomnú prácu z aritmetiky celých čísel ako opakovanie učebnej látky z predchádzajúceho školského roku, o teste boli informovaní. Test písali prvých 15 minút vyučovacej hodiny (7A na štvrtej vyučovacej hodine, 7B na druhej vyučovacej hodine, 7C na prvej vyučovacej hodine). Napriek tomu, že o teste vedeli, urobili veľa zbytočných chýb, či už z nepozornosti, alebo z neznalosti pravidiel. Chyby robené vo všetkých troch triedach možno zhrnúť do nasledovných bodov:

- zlé pravidlo pre súčet
- nedanie prednosti násobeniu pred sčítaním, resp. odčítaním
- využívanie komutatívnosti pri operáciách, ktoré nie sú komutatívne
- problém so správnym oddelením desatinných miest pri násobení aj delení
- matematicky nekorektný zápis
- niektorí žiaci si náhodne vymysleli výsledky (bez postupu)

Kvantitatívna analýza a posteriori:

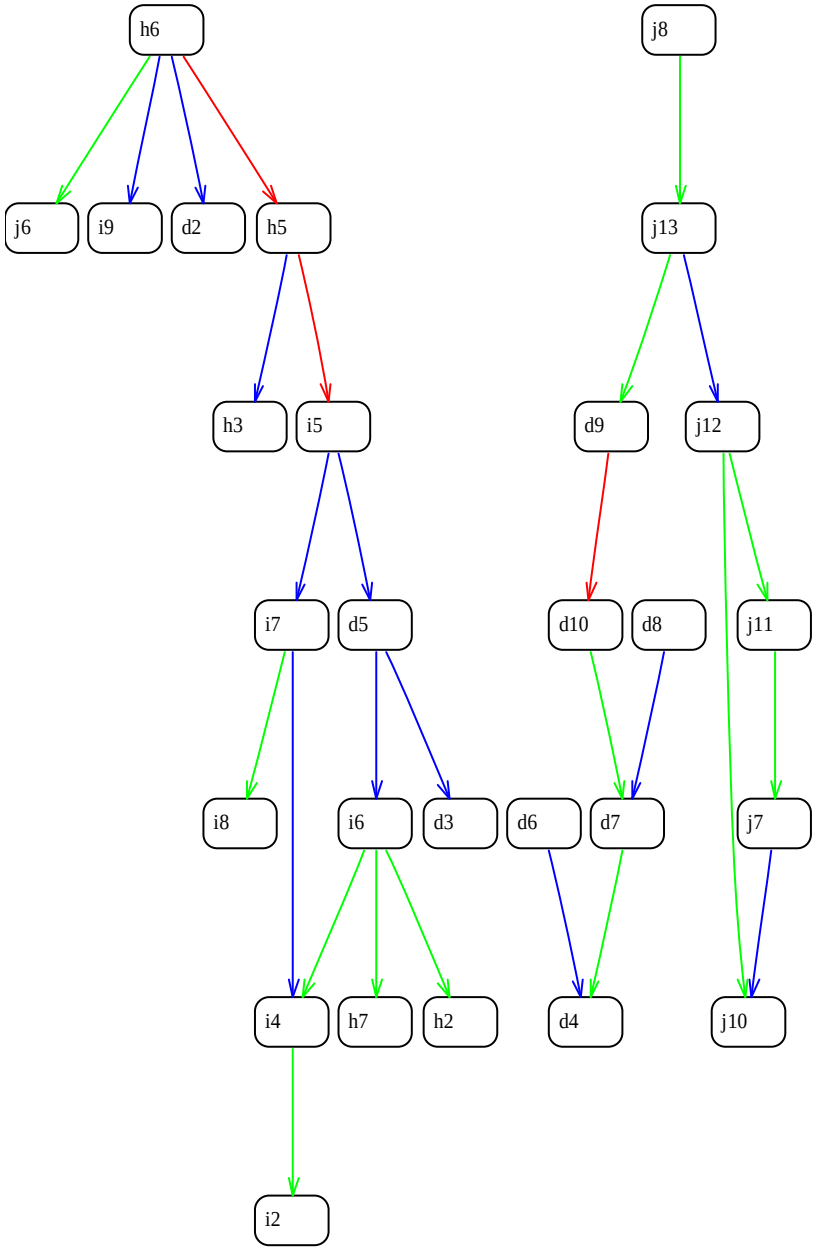
Pre rozsiahlosť súborov s vyhodnotením prác v jednotlivých triedach, uvádzame len výstupy z programu CHIC.

Similarity graph



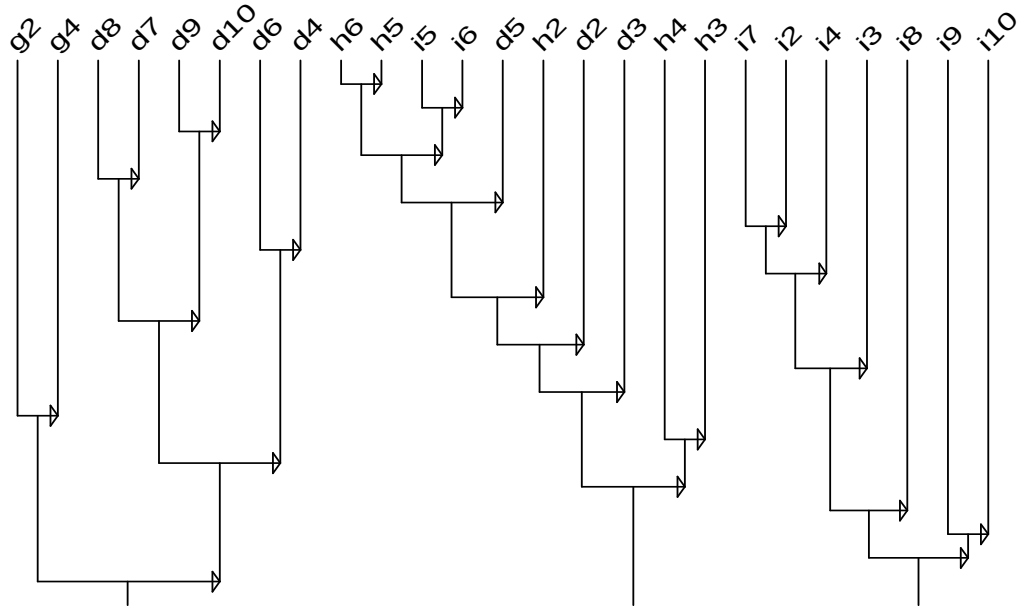
Najvýznamnejšie podobnosti sú medzi h5 a h6, ktoré sa pripájajú na podobnosť i5, i6. V oboch ide o ekvivalenciu medzi „správne určenie medzivýsledku“ a „správne spočítanie v zátvorke“

Implicative graph



Ak žiak správne určí medzivýsledok v jednej úlohe (komponent grafu s koreňom v h6), potom tak s pravdepodobnosťou medzi 90 a 99% urobí aj v ostatných úlohách vyžadujúcich viaceré kroky pre vyriešenie. Ak žiak pozná prioritu operátorov (uprednostní násobvenie pred sčítaním, komponent grafu s koreňom v i8), potom vie s pravdepodobnoťou medzi 90 a 99% správne odstrániť zátvorky, určiť znamienko medzivýsledku a výsledku.

Implicative tree



Graf nám zobrazuje nasledujúce významné implikácie: h6 implikuje h5 a táto množina implikuje množinu i5 implikujúca i6, teda ak žiak určil správne znamienko medzivýsledku v ôsmej úlohe, tak správne spočítal sčítance v zátvorke. Toto implikuje rovnaké tvrdenie pre deviatu úlohu. Všetky ďalšie implikácie, aj keď na menej významných pozíciach už implikujú obdobné tvrdenia v ostatných úlohách v teste.

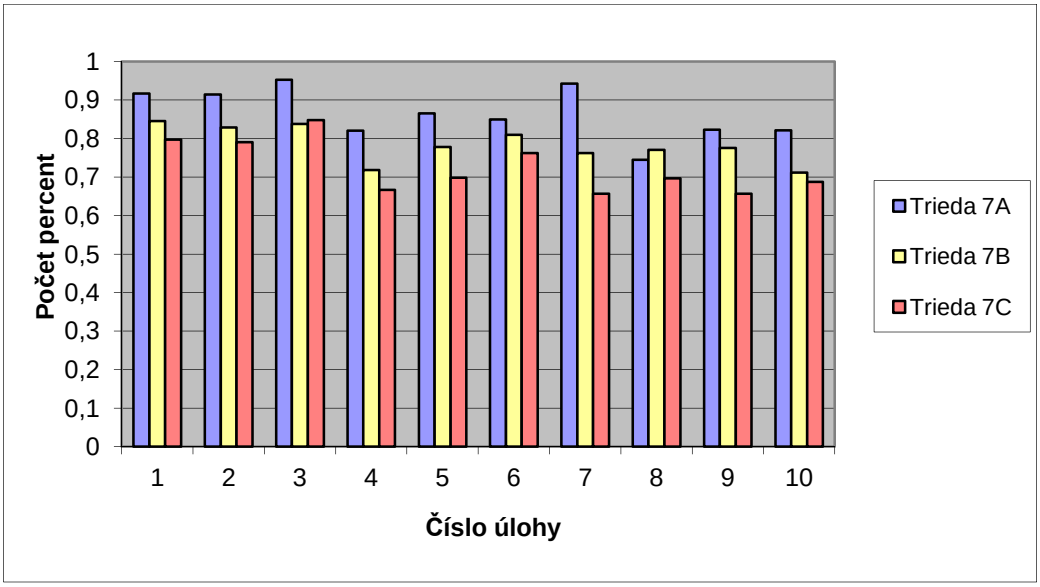
Percentuálna úspešnosť žiakov pri riešení jednotlivých úloh:

Štatistický súbor je tvorený 21 žiakmi 7A triedy, 18 žiakmi 7B triedy a 18 žiakmi 7C triedy.

Tabuľka 3.11: Percentuálna úspešnosť riešenia úloh post testu

	u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7	u8	u9	u10
trieda 7A	0,9167	0,9143	0,9524	0,8205	0,8651	0,8492	0,9429	0,7446	0,8231	0,8214
trieda 7B	0,8452	0,8286	0,8381	0,7179	0,7778	0,8095	0,7619	0,7706	0,7755	0,7113
trieda 7C	0,7976	0,7905	0,8476	0,6667	0,6984	0,7619	0,6571	0,6970	0,6565	0,6875

Graf 3.5: Percentuálna úspešnosť riešenia úloh post testu



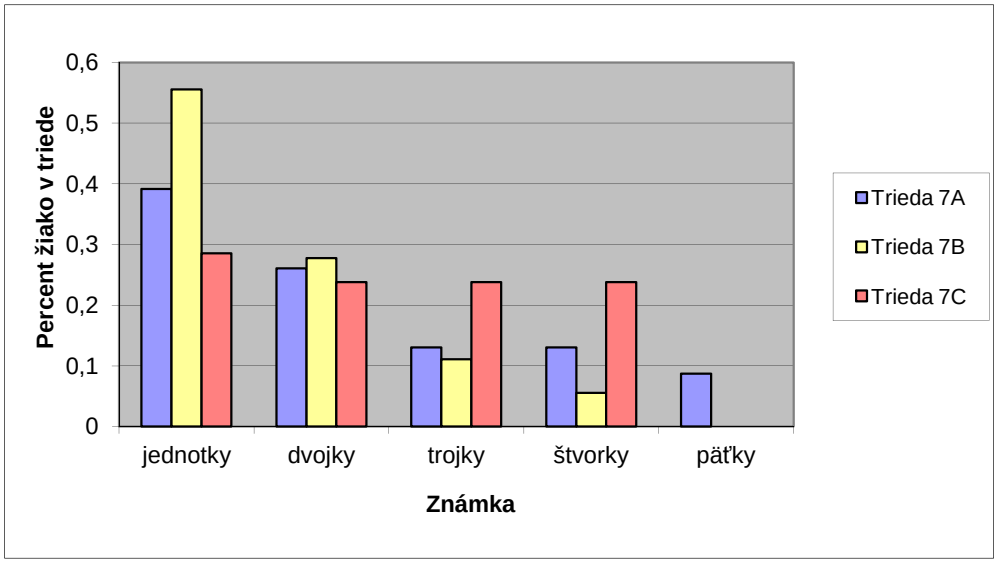
Z grafu vidno, že žiaci v teste s odstupom času sú výsledky jednotlivých tried vyrovnanejšie ako pred rokom. Triedy si zachovali charakter týkajúci sa ich prospechu pred experimentom, keďže najlepšie výsledky podľa vyučujúcej dosahovali v 7A, potom nasledovala 7B a ako prospechovo najhoršia trieda z matematiky bola 7C.

Porovnanie tried z hľadiska hodnotenia:

Tabuľka 3.12: Percentuálne zastúpenie známok v jednotlivých triedach

	jednotky	dvojky	trojky	štvorky	päťky
Trieda 7A	0,39	0,26	0,13	0,13	0,09
Trieda 7B	0,56	0,28	0,11	0,06	0,00
Trieda 7C	0,29	0,24	0,24	0,24	0,00

Graf 3.6: Percentuálne zastúpenie známok v jednotlivých triedach



Uvádzame aj priemerný počet bodov žiakov z tej – ktorej triedy, ako aj percentuálnu úspešnosť týchto tried:

Tabuľka 3.13: Zhrňujúca tabuľka štatistických znakov post testu

	6A	6B	6C
Priemerný počet bodov	15,62	16,72	13,22
Priemerná známka	2,14	1,67	2,5
Percentuálna úspešnosť triedy	70,52	79,63	62,96

Z tabuľky 5.13 vidno, že žiaci v kontrolnom teste po roku od prebratia tematického celku Záporné čísla dosiahli taký istý priemer, čo sa známky týka, ako mali pred začiatkom experimentu, teda charakter žiakov v jednotlivých triedach ostal zachovaný a experiment výraznou mierou neovplyvnil ich prospech.

4 Štatistické testovanie hypotéz

(Spracované podľa Wimmera, 1993)

Pri verifikácií hypotéz vychádzame z týchto faktov:

- rozdelenie pravdepodobnosti hodnôt sledovaného znaku je na všetkých súboroch normálne
- stredné hodnoty poznáme

Overenie hypotézy H1: Žiaci, ktorí využívali vo vyučovacom procese pedagogický softvér, dosiahnu rovnocenné výsledky v porovnávacom teste so žiakmi, ktorí tento softvér nevyužívali.

Túto hypotézu sme overovali testom z matematiky po prebratí tematického celku, v označení v predchádzajúcej kapitoly to je štvrťročná písomná práca z matematiky. Na overenie platnosti hypotézy sme použili t-test. Keďže nutnou podmienkou na použitie t-testu je, aby variabilia skúmaných súborov bola zo štatistického hľadiska rovnocenná, použili sme test ANOVA – princíp analýzy rozptylu vychádzajúci z Fisherovho testu. Podstata analýzy rozptylu spočíva v rozklade celkovej variability výsledného skúmaného znaku.

$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}-\bar{y}\right)^2 = n.\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}-\bar{y_i}\right)^2$, kde $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}-\bar{y}\right)^2$ je celková variabilita, $n.\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2$ je variabilita medzi triedami a $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}-\bar{y_i}\right)^2$ je variabilita vo vnútri tried. Konštanta *m* hovorí o počte tried a konštanta *n* o počte prvkov v danej triede.

Tabuľka 5.14

ANOVA Variabilita	Súčet štvorcov odchýlok	Stupne voľnosti	Rozptyl	F-test kritérium
Variabilita medzi triedami	$S_1 = n.\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\bar{y}\right)^2$	$m-1$	$s_1^2 = \frac{S_1}{m-1}$	$F = \frac{s_1^2}{s_r^2}$
Variabilita vo vnútri triedy	$S_r \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}-\bar{y_i}\right)^2$	$m.(n-1)$	$s_r^2 = \frac{S_r}{m.(n-1)}$	
Celková variabilita	$S_c \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(y_{ij}-\bar{y}\right)^2$	$N-1 = m.n-1$		

V našom prípade to pri prvej písomnej práci (sčítanie a odčítanie celých čísel) vyzerá nasledovne:

Tabuľka 5.15

ANOVA Variabilita	Súčet štvorcov odchýlok	Stupne voľnosti	Rozptyl	F-test kritérium
Variabilita medzi triedami	0,047356748	2	0,023678374	1,294862853
Variabilita vo vnútri triedy	1,188615702	65	0,018286395	
Celková variabilita	1,23597245	67		

Na základe nameraných hodnôt dostávame, že medzi triedami nie je štatisticky významný rozdiel (pravdepodobnosť, že medzi triedami je štatisticky významný rozdiel je 28,1%).

Po druhej písomnej práci (štvrťročná písomná práca) je situácia medzi triedami nasledovná:

Tabuľka 5.16

ANOVA Variabilita	Súčet štvorcov odchýlok	Stupne voľnosti	Rozptyl	F-test kritérium
Variabilita medzi triedami	0,0416	2	0,020791563	0,358594091
Variabilita vo vnútri triedy	3,53682724	61	0,057980774	
Celková variabilita	2,4106	63		

Na základe nameraných hodnôt po skončení experimentu možno konštatovať, že medzi triedami nie je štatisticky významný rozdiel (pravdepodobnosť, že medzi triedami je štatisticky významný rozdiel je 67,8%).

Stanovíme si nulovú hypotézu: Dosiahnuté výsledky tried sa od seba štatisticky významne nelíšia, tj. žiaci dosahujú rovnocenné výsledky.

Porovnanie 6B, 6C

	6B	*6C*
Mean	159,85	135,15
Variance	7125,292105	4510,344737
Observations	20	20
Pooled Variance	5817,818421	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	38	
t Stat	1,024039885	
P(T<=t) one-tail	0,156145774	
t Critical one-tail	1,685954461	
P(T<=t) two-tail	0,312291548	
t Critical two-tail	2,024394147	

Z nameraných a vypočítaných hodnôt nulovú hypotézu nezamietame (tStat < tCritical). Experimentálna skupina (6C) a kontrolná skupina (6B) dosahujú zo štatistického hľadiska rovnocenné výsledky.

Porovnanie 6A, 6C

	6A	*6C*
Mean	175,45	135,15
Variance	8247,734211	4510,344737
Observations	20	20
Pooled Variance	6379,039474	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	38	
t Stat	1,595612395	
P(T<=t) one-tail	0,059429832	
t Critical one-tail	1,685954461	
P(T<=t) two-tail	0,118859665	
t Critical two-tail	2,024394147	

Z nameraných a vypočítaných hodnôt nulovú hypotézu nezamietame (tStat < tCritical). Experimentálna skupina (6C) a kontrolná skupina (6A) dosahujú zo štatistického hľadiska rovnocenné výsledky.

Vzhľadom na výrazne lepšie skóre pri riešení slovných úloh experimentálnou triedou nás ešte zaujímalo, či je tento rozdiel štatisticky významný.

H0: v riešení úloh 5 a 6 nie je štatisticky významný rozdiel medzi 6A, 6C

H1: 6C dosahuje štatisticky významne lepšie výsledky ako 6A

	6A	*6C*
Mean	0,617424242	0,698347107
Variance	0,094846688	0,137258059
Observations	24	22
Pooled Variance	0,115088479	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	44	
t Stat	-0,808152593	
P(T<=t) one-tail	0,211675351	
t Critical one-tail	1,680229977	
P(T<=t) two-tail	0,423350702	
t Critical two-tail	2,015367547	

Keďže $t_{0,05} > |t_{stat}|$ nulovú hypotézu zamietame a prijímame alternative, teda medzi úspešnosťou riešenia slovných úloh v experimentálnej a kontrolnej skupine je štatisticky významný rozdiel. Vzhľadom na dosiahnuté stredné hodnoty, experimentálna skupina 6C dosiahla štatisticky významne lepší výsledok.

H0: v riešení úloh 5 a 6 nie je štatisticky významný rozdiel medzi 6B, 6C

H1: 6C dosahuje štatisticky významne lepšie výsledky ako 6B

	6B	*6C*
Mean	0,520979021	0,698347107
Variance	0,139872854	0,137258059
Observations	26	22
Pooled Variance	0,138679143	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	46	
t Stat	-1,644172202	
P(T<=t) one-tail	0,053479413	
t Critical one-tail	1,678660414	
P(T<=t) two-tail	0,106958825	
t Critical two-tail	2,012895567	

Vzhľadom na to, že $t_{0,05} > |t_{stat}|$ zamietame nulovú hypotézu a prijímame alternatívu, teda 6C dosahuje štatistiky významne lepšie výsledky v riešení slovných úloh ako 6B

Keďže medzi súbormi nie je štatisticky významný rozdiel, možno konštatovať a experimentálna skupina v slovných úlohách dosiahla štatisticky významne lepšie výsledky ako kontrolné skupiny, možno konštatovať, že úroveň vedomostí v experimentálnych triedach a kontrolnej triede sú minimálne na rovnakej úrovni a teda hypotézu **H1 prijímame**.

Overenie hypotézy H2: *Žiaci, ktorí využívali vo vyučovacom procese softvér vychádzajúci z filozofie konštruktivizmu budú mať trvácnejšie vedomosti z preberanej učebnej látky, ako žiaci, ktorí tento pedagogický softvér nevyužívali*.

Túto hypotézu sme overovali testom vybraných úloh s dostatočným časovým odstupom, takmer jeden rok, na tých istých žiakoch. Test sa písal začiatkom septembra 2005. Keďže potrebujeme porovnať, či medzi vedomosťami po skončení experimentu a po časovom odstupe je štatisticky významný rozdiel, u každého žiaka každej triedy sme zistili percentuálnu úspešnosť písomnej práce po skončení experimentu a porovnali sme ju s úspešnosťou post-testu. Hypotézu sme overovali párovým t-testom pre každú triedu zvlášť.

Kontrolná trieda 6A-7A

	pre-test	*post-test*
Mean	0,830940416	0,87989418
Variance	0,010115996	0,015748383
Observations	21	21
Pearson Correlation	0,459413264	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	20	
t Stat	-1,878139147	
P(T<=t) one-tail	0,037510538	
t Critical one-tail	1,724718218	
P(T<=t) two-tail	0,075021076	
t Critical two-tail	2,085963441	

Vzhľadom na to, že $t_{0,05} > t_{stat}$ nezamietame nulovú hypotézu a teda medzi výsledkamie pre-testu a post-testu nie je štatisticky významný rozdiel.

Experimentálna trieda 6B-7B

	pre-test	*post-test*
Mean	0,81853713	0,909938272
Variance	0,014310063	0,008780025
Observations	18	18
Pearson Correlation	-0,127405294	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	17	
t Stat	-2,407411834	
P(T<=t) one-tail	0,013853885	
t Critical one-tail	1,739606716	
P(T<=t) two-tail	0,02770777	
t Critical two-tail	2,109815559	

Vzhľadom na to, že $t_{0,05} > t_{stat}$ nezamietame nulovú hypotézu, medzi výsledkami pre-testu a post-testu nie je štatisticky významný rozdiel.

Experimentálna trieda 6C-7C

	pre-test	*post-test*
Mean	0,814489112	0,848484848
Variance	0,010160357	0,012696303
Observations	18	18
Pearson Correlation	-0,125226386	
Hypothesized Mean Difference	0	
df	17	
t Stat	-0,899670782	
P(T<=t) one-tail	0,19043155	
t Critical one-tail	1,739606716	
P(T<=t) two-tail	0,3808631	
t Critical two-tail	2,109815559	

Keďže $t_{0,05} > |t_{stat}|$, nulovú hypotézu nezamietame, medzi výsledkami pre-testu a post-testu nie je štatisticky významný rozdiel.

Preto hypotézu **H2**, že žiacivyučovaný pomocou konštruktivistického pedagogického softvéru budú mať trvácnejšie vedomosti ako žiaci vyučovaní inak, **zamietame** (výsledky vo všetkých skúmaných skupinách sú ekvivalentné)

5 Záver

Nami stanovené ciele práce sa podarilo splniť. Podarilo sa nám urobiť prieskum na niekoľkých základných a stredných školách ohľadom osvojenia si pojmov a operácií so zápornými číslami, zlomkami a percentami. Zistili sme, že žiacke a študentské vedomosti sú formálne, že žiacke nevedia odôvodňovať a nevedia riešiť zadanie slovnej úlohy, z ktorého jasne nevyplýva, ako majú žiaci počítať. Ďalej sa mám podarilo navrhnúť a otestovať jednoduchý pedagogický softvér so zameraním na aritmetiku záporných čísel, niektoré operácie so zlomkami a percentá. Experimentálne sa nám podarilo overiť opodstatnenosť nášho výskumu, platnosť stanovených hypotéz a načerpali sme podnety pre ďalší výskum, ktorý by sa týkal spolupráce na tvorbe pedagogického softvéru, tvorbe didaktických materiálov a metodických poznámok k používaniu softvéru.

V práci sme si stanovili a overili dve hypotézy: H1: Žiaci, ktorí vo vyučovacom procese využívali konštruktivistický pedagogický softvér, dosiahnu minimálne rovnocenné výsledky ako žiaci, ktorí používali iný druh pedagogického softvéru, alebo pedagogický softvér nevyužívali vôbec, sme testovali využitím didaktického testu a hypotézu prijímame. Hypotézu H2: Žiaci, ktorí využívali vo vyučovacom procese softvér vychádzajúci z filozofie konštruktivizmu budú mať trvácnejšie vedomosti z preberanej učebnej látky, ako žiaci, ktorí tento pedagogický softvér nevyužívali, bola overovaná didaktickým testom, ktorý sme písali s tými istými žiakmi po 11 mesiacoch od prebrania tematického celku záporné čísla. Porovnali sme u každého žiaka dosahovaný výsledok na konci experimentu (pretest) a výsledok po 11 mesiacoch od skončenia experimentu (posttest). Medzi výsledkami experimentálnych tried nebol štatisticky významný rozdiel, v kontrolnej triede tento výsledok tiež nebol štatisticky významný, preto hypotézu H2 zamietame.

Informačné a komunikačné technológie rozvíjajú myšlienkové a tvorivé aktivity detí, čím môžu urobiť vyučovanie účinnejším, zaujímavejším a aktuálnejším. Práca s IKT sa síce niekedy môže zdať zdĺhavou, ale výsledky sú pozoruhodné a vedomosti presnejšie a trvácnejšie. Postoj detí k používajú počítača sa rôzni – niektoré deti ovládajú prácu s počítačom takmer na profesionálnej úrovni, niektoré deti používajú počítač ako hračku a nevedia, čo všetko im môže ponúknuť a čo všetko s ním môžu robiť, nájdeme aj deti, ktoré si udržujú od počítača odstup ba priam sa ho až obávajú. Je na učiteľovi, aby zvážil vhodnosť použitia počítača na vyučovaní a je na nás všetkých, aby sme našli spôsob, ako cielene a zmysluplne zaradiť počítač do bežnej výučby a naučiť deti čo najprirodzenejšie ho používať v bežnom živote. Na základe našich prieskumov a experimentu si myslíme, že má zmysel vyvíjať pedagogický softvér vychádzajúci z ideí konštruktivizmu a že bude kladne prijatý nielen žiakmi, ale aj učiteľmi a rodičmi.

Použitá literatúra

BECKER, H. (2006): Hank Becker Website, [online, november 2006], dostupné na http://www.gse.uci.edu/doehome/DeptInfo/Faculty/Becker/becker.html

BEREKOVÁ H., FOLDESIOVÁ L., HRÍBIKOVÁ, REGECOVÁ M., TRENČANSKÝ I.(2001): ***Slovník teórie didaktických situácií, I. časť***, Zborník 4 bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky, Grant VEGA č. 1/8257/01, Bratislava 2001

BEREKOVÁ H., FOLDESIOVÁ L., KREMŽÁROVÁ L., REGECOVÁ M., SLAVÍČKOVÁ M., TRENČANSKÝ I., VANKÚŠ P., ZÁMOŽÍKOVÁ Z.(2004): ***Slovník teórie didaktických situácií, II. časť***, Zborník 5 bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky, Grant VEGA č. 1/8257/01, Bratislava 2004

BERO, BEROVÁ (2003): ***Pomocník z matematiky pre 6. ročník ZŠ, 1. diel***., Orbis Pictus Istropolitana, Bratislava 2003

BROUSSEAU G. (1997): ***Theory of didactical situation in mathematics***, edited and translated by Balacheff N. et al. Kluwer academic pulbishers, 1997

ERNEST, P. (1995). The one and the many. In L. Steffe & J. Gale (Eds.). Constructivism in education (pp.459-486). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates,Inc.

VON GLASERSFELD, E. (1989). Constructivism in education. In T. Husen & N. Postlewaite (Eds.), International Encyclopedia of Education [Suppl.], (pp.162-163). Oxford, England: Pergamon Press

VON GLASERSFELD, E. (1995). A constructivist approach to teaching. In L. Steffe & J. Gale (Eds.). (1995). Constructivism in education, (pp.3-16). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

HEYLIGHEN, F. (1993). Epistemology, introduction. Principia Cybernetica [online] Dostupné na: http://pespmc1.vub.ac.be/EPISTEMI.html

PAPPERT, S (1993): The Children's Machine: Rethinking School in the Age of the Computer. ISBN 0-465-01063-6

PIAGET J., INHELDEROVÁ B.(1997): ***Psychológia dieťaťa***, SOFA 1997

PUGA A. B.(2002): ***About the succes of integration of information technology in math education***, Proceding of the International Conference: The Humanistic Renasissance in Mathematics Education, Palermo 2002
(dostupné na http://math.unipa.it/~grim/palermo2002.htm)

SCHANK, R. (2005) Lessons in Learning, e-Learning, and Training: Perspectives and Guidance for the Enlightened Trainer. Pfeiffer. ISBN 0-7879-7666-0

SIERPINSKA A.(2001): ***Teória didaktických situácií***, http://www-didactique.imag.fr/, 2001

SLAVÍČKOVÁ, M. (2006): Rôznorodé metódy vyučovania tematického celku záporné čísla. Matematika v škole dnes a zajtra. Ružomberok: Katolícka univerzita. ISBN 80-8084-066-0. S. 248-252

SPAGNOLO F. , ČIŽMÁR J.(2003): ***Komunikácia v matematike na strednej škole***, Brno 2003

TUREK I.(1998): ***Učiteľ a pedagogický výskum***, MC Bratislava, 1998

VANKÚŠ P.(2006): ***Efektívnosť vyučovania predmetu matematika metódou didaktických hier***, Zborník 6 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. Bratislava: Univerzita Komenského. ISBN 80-223-1954-6. S. 101-124

WILSON, B. (1997). The postmodern paradigm. In C. R. Dills and A. Romiszowski (Eds.), Instructional development paradigms. Englewood Cliffs NJ: Educational Technology Publications.

WIMMER G.(1993): ***Štatistické metódy v pedagogike***, Gaudeamus 1993, ISBN 80-7041-864-8

Prílohy

Príloha 1: Špecifikácia programu záporné čísla

Názov programu: Záporné čísla

Téma: Aritmetika celých čísel

Zaradenie do učebných osnov: 6.ročník ZŠ

Didaktický cieľ: Pochopenie základných aritmetických operácií nad Z

Funkčnosť: Program možno využiť vo všetkých štádiách vyučovacieho procesu (od motivácie po fázu automatizácie a kryštalizácie) pri preberaní tematického celku Záporné čísla

Určenie programu: Program je určený pre žiakov 6. ročníka ZŠ, t.j. vek 11-12 rokov, je vhodné, aby žiaci sedeli sami pri počítačoch, ak to nie je možné, tak potom v čo najmenších skupinkách, učiteľ tu má riadiacu funkciu, preberanie učebnej látky by malo byť ku konci hodiny zhrnuté učiteľom a prediskutované so žiakmi

Typ softvéru: pedagogický softvér, určené pre internet, možnosť spustenia lokálne (so zachovaním adresárovej štruktúry)

Forma naplnenie didaktického cieľu: hra, motivačný prvok bude Ferdo Mravec a jeho priatelia

Spôsob obohatenia poznávacieho procesu: názornosť, jednoduchosť ovládania, jednoduchá formulácia problému, možnosť modelovania a tým samostatného vytvorenia si poznatku

Interaktívnosť a otvorenosť programu: Program bude reagovať na zlé výsledky podľa toho, kde s najväčšou pravdepodobnosťou vznikla chyba a v rámci kontextu úlohy tak, aby sa žiak vedel opraviť. Dáta nebudú pevné, bude možnosť ich zmeny (nie v programe, iným editorom, napr. notepad) popis bude v súbore read.me

Využitie vizualizácie: vizualizáciu budeme využívať v časti Vyučovanie, kde sa budú vizualizovať výsledky a žiaci tak budú môcť jednoduchšie prísť k spôsobu počítania programu

Použité technológie: jednoduché obrázky, tlačidlá, hlášky programu

Grafické dáta: použitá grafika bude buď skenovaná, alebo vlastnoručne nakreslená

Nároky na hardvér – PC s minimálnou konfiguráciou 166MHz/32MB, avšak pre plynulosť sa odporúča lepšia konfigurácia

Nároky na softvér – OS Windows 9x a vyšší, FlashPlayer 6 a vyšší (zadarmo stiahnuteľný z internetu)

Program bude mať tieto časti:

1. Vstup – hlavný program
2. Pomoc – nápoveda ohľadom ovládania programu
3. O... – o programe, jeho využitiu, autorovi, aktualizácií, kontakt
4. Koniec – ukončenie programu

Hlavný program sa bude deliť na dve časti:

1. Vyučovanie – v tejto časti majú žiaci pozorovaním odhaliť pravidlá počítania so zápornými číslami. Ďalej sa delí na dve pod časti –
    a. Sčitovanie a odčitovanie – realizované pomocou objednávok z a na sklad
    b. Násobenie a delenie – bude sa deliť na ďalšie štyri časti:
        i. násobenie kladného čísla záporným
        ii. násobenie záporného čísla záporným
        iii. delenie kladného čísla záporným
        iv. delenie záporného čísla záporným
2. Vyskúšaj sa – súbor príkladov, v ktorých si žiaci budú môcť overiť už nadobudnuté vedomosti. Táto časť sa tiež bude deliť na štyri časti podľa typov príkladov, ktoré je potrebné v tej - ktorej časti vypočítať. Počet pokusov, ako aj počet správnych riešení, sa bude počítať a po dokončení sa percentuálne vyhodnotí. Okrem určenia úspešnosti riešiteľa sa mu odporučí aj ďalší postup. Časť „Vyskúšaj sa“ sa bude deliť na tieto pod časti:
    a. Sčitovanie a odčitovanie – príklady zamerané len na tieto dve operácie
    b. Násobenie... – príklady na násobenie celých čísel, nebude sa ďalej deliť
    c. Delenie... - príklady na delenie celých čísel, tiež sa už nebude ďalej deliť
    d. Z každého rožku trošku - mix príkladov na všetky aritmetické operácie na celých číslach

Do beta verzie programu budú zapracované len časti týkajúce sa sčítavania záporných čísel a bude obsahovať krátke demo ohľadom ovládania. V časti preskúšaj sa bude 5 príkladov, ktoré sa nebudú dať editovať

Príloha 2: Pracovný list pre sčítanie a odčítanie

Meno a priezvisko:.....
Vek:.....rokov, trieda:.....

Myslím si, že počítač príde k výsledku takto:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Zo skladu mi ubudne, keď:

.....
.....
.....
.....

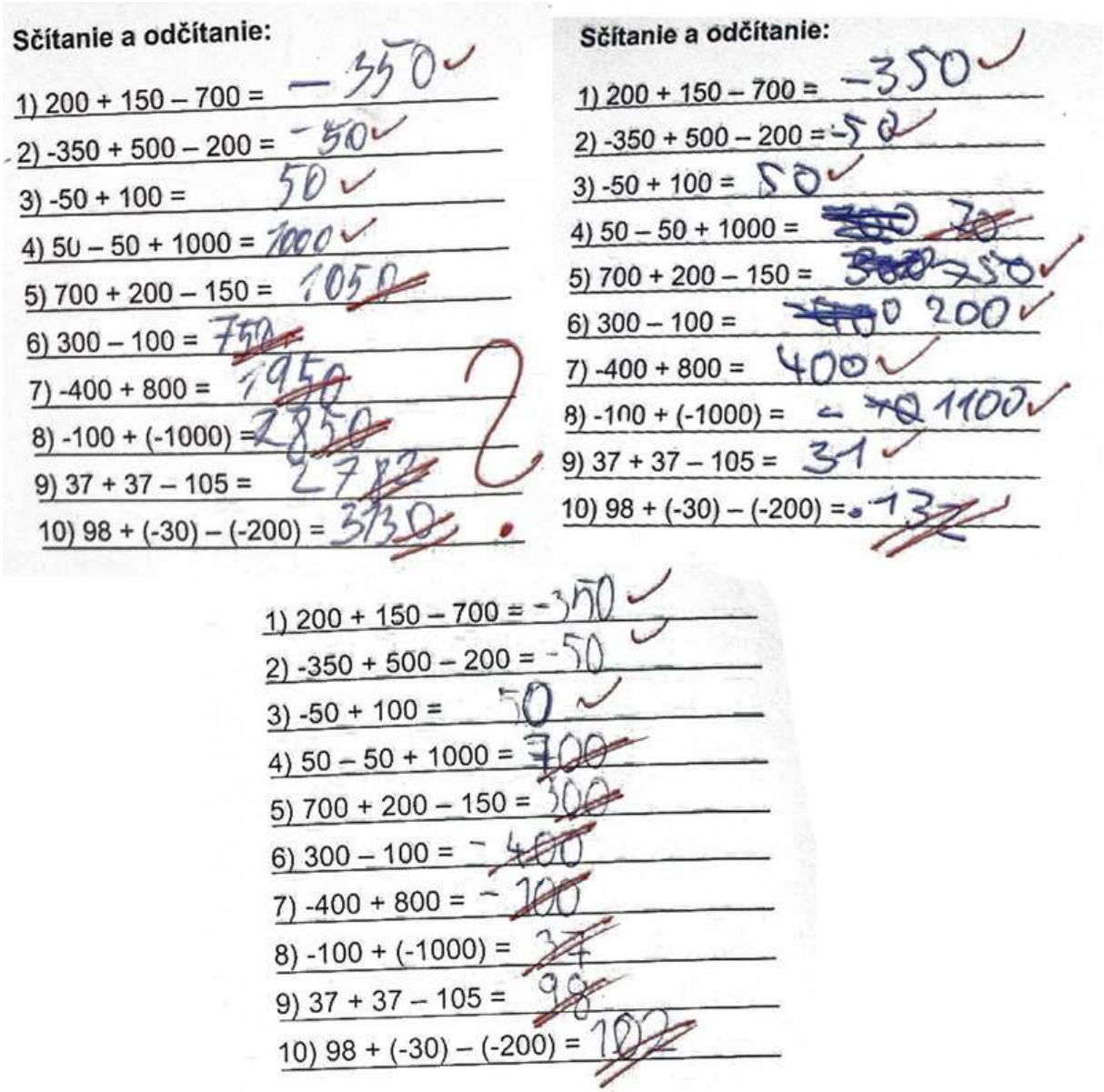
Na sklad mi pribudne, keď:

.....
.....
.....
.....

Aby som zruinoval/a firmu (=urobil/a veľký dlh), musím urobiť nasledovné:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Príloha 3



Sčítanie a odčítanie:

1) 200 + 150 – 700 = −350
2) -350 + 500 – 200 = −50
3) -50 + 100 = 50
4) 50 – 50 + 1000 = 1000
5) 700 + 200 – 150 = 1050
6) 300 – 100 = 750
7) -400 + 800 = 1950
8) -100 + (-1000) = 2850
9) 37 + 37 – 105 = 2782
10) 98 + (-30) – (-200) = 3730

Sčítanie a odčítanie:

1) 200 + 150 – 700 = −350
2) -350 + 500 – 200 = −50
3) -50 + 100 = 50
4) 50 – 50 + 1000 = 30
5) 700 + 200 – 150 = 350
6) 300 – 100 = 200
7) -400 + 800 = 400
8) -100 + (-1000) = 1100
9) 37 + 37 – 105 = 31
10) 98 + (-30) – (-200) = 13

1) 200 + 150 – 700 = −350
2) -350 + 500 – 200 = −50
3) -50 + 100 = 50
4) 50 – 50 + 1000 = 700
5) 700 + 200 – 150 = 300
6) 300 – 100 = −400
7) -400 + 800 = −100
8) -100 + (-1000) = 37
9) 37 + 37 – 105 = 98
10) 98 + (-30) – (-200) = 102

Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier

PaedDr. Peter Vankúš, PhD.

Úvod

V štúdiách analyzujúcich efektívnosť vyučovania sa kladie dôraz na potrebu používania vyučovacích metód vedúcich žiakov k aktívnej práci na hodinách (**Skalková a kol., 1988; Hrdina a kol., 1985**). Tieto metódy majú žiakov zaujať a motivovať, zlepšovať ich postoj k matematike a rozvíjať tiež ich sociálne zručnosti a osobnostné kvality. Súčasne musia odovzdávať žiakom potrebné poznatky a napĺňať vyučovacie ciele. V súlade s týmito potrebami sa venuje veľká pozornosť didaktickým hrám, ktoré sú predmetom výskumov, ako jedna z nádejných metód edukácie, spĺňajúcich horeuvedené požiadavky. Skúma sa problematika psychologického vplyvu hry na myseľ dieťaťa, vydávajú sa zbierky hier určené na používanie v rámci školského vyučovania matematiky. Pre používanie didaktických hier v praxi je dôležitá otázka efektívnosti vyučovania predmetu matematika pomocou didaktických hier. Potreba výskumu efektívnosti didaktickej hry ako vyučovacej metódy vyplýva preto priamo z požiadaviek praxe.

Cieľom našej práce bolo overiť, či používanie didaktickej hry ako metódy vyučovania matematiky na druhom stupni ZŠ zvýši efektívnosť edukačného procesu. Na základe postrehov zainteresovanej odbornej verejnosti a našich vlastných skúseností sme stanovili nasledujúcu hypotézu:

H: Vyučovanie matematiky, ktorého súčasťou sú didaktické hry, je efektívnejšie ako vyučovanie bez používania hier.

Uvedenú hypotézu sme overovali v rámci experimentálneho výskumu. Ten prebiehal na vzorke 103 žiakov piateho ročníka ZŠ. Výsledky tohto výskumu sú obsahom predloženej práce.

V prvej kapitole práce sme sa venovali teoretickým východiskám nami skúmanej problematiky. Vymedzili sme základné pojmy používané v práci a bližšie sme sa tiež pozreli na rôzne metodiky určovania efektívnosti vyučovacích metód. Uskutočnili sme analýzu histórie a súčasného stavu používania didaktických hier v edukácii na Slovensku ako aj vo svete. Zhrnuli sme závery doterajších výskumov v oblasti používania didaktických hier vo vyučovaní matematiky.

Druhá kapitola prináša prehľad pracovných hypotéz výskumu, ako aj metodiku ich overovania. Ďalej opisuje výber didaktických hier použitých v rámci experimentu a organizáciu a priebeh vyučovania v experimentálnej a kontrolnej triede.

V tretej kapitola sme na základe údajov získaných počas experimentálnej časti výskumu overili pravdivosť jednotlivých pracovných hypotéz. Na základe týchto výsledkov sme posúdili pravdivosť základnej hypotézy výskumu.

Štvrtá kapitola je záverečným zhrnutím celého opisovaného výskumu a jeho výsledkov.

Základným prínosom uskutočneného výskumu je posúdenie efektívnosti didaktických hier ako metódy vyučovania predmetu matematika. Vedľajším produktom je metodika práce s týmito hrami. Táto metodika spolu so zbierkou didaktických hier prakticky vyskúšaných v experimente má slúžiť na uľahčenia používania didaktických hier širokou pedagogickou verejnosťou (zbierka a metodika nie sú súčasťou tejto práce, ale pre záujemcov o didaktické hry v matematike sme ich vydali knižne v diele **P. Vankúš**: *Didaktické hry v matematike*, 2012).

1 Teoretická analýza problému

V tejto časti práce sa venujeme teoretickému aspektu nami skúmanej problematiky. Vymedzíme základné pojmy používané v práci: *didaktická hra* a *efektívnosť vyučovania.* Budeme sa zaoberať štruktúrou didaktickej hry ako metódy vyučovania. Bližšie sa tiež pozrieme na metodiky určovania efektívnosti vyučovacích metód. Uskutočníme analýzu histórie a súčasného stavu používania didaktických hier v matematickej edukácii na Slovensku a v Čechách. Zhrnieme závery doterajších výskumov v oblasti používania didaktických hier vo vyučovaní matematiky.

1.1 Vymedzenie základných pojmov

1.1.1 Didaktická hra

Kľúčovým pojmom tejto práce je *didaktická hra*. Skúsime si tento pojem priblížiť. V slovenčine je slovo hra nezvyčajne mnohovýznamové. Používa sa na označenie zábavy a rozptýlenia, ale i divadelného či hudobného diela, alebo ľahkomyseľnej činnosti – napr. „hrať sa na hrdinu“.

Rozdielne chápanie pojmu hra pozorujeme i z hľadiska rôznych národov. U starovekých Grékov znamenalo slovo hra činnosti vlastné deťom, predovšetkým to, čo dnes označujeme ako šantenie, zatiaľ čo Židia chápali pod slovom hra žartovanie a smiech. Rímske „ludo“ znamenalo hra, radosť a veselosť, v sanskrite „kliada“ je hra, radosť. V súčasných európskych jazykoch sa pod hrou rozumie široký okruh ľudských činností, ktoré na jednej strane nesúvisia s ťažkou prácou a na druhej strane poskytujú ľuďom veselosť a uspokojenie. Takto sa do tohto výrazu začalo zaraďovať množstvo pojmov, začínajúc od detskej hry na vojačikov až po stvárňovanie hrdinov na scéne divadla, od hĺbavej šachovej hry až po vrcholné umenie huslistu. (**Eľkonin, 1983**)

Základné významy slova hra prehľadne zachytil **G. Brousseau** (1997, s. 48–49), významný francúzsky didaktik, zaoberajúci sa teóriou didaktických situácií:

Vymedzenie pojmu hra:

1) Dobrovoľná fyzická alebo mentálna aktivita, všeobecne založená na konvencii alebo fikcii, ktorá v mysli toho, kto ju vykonáva, nemá žiaden iný účel ako samu seba, žiaden iný cieľ ako radosť, ktorú poskytuje.

Táto definícia prezentuje hráča, ktorému hra prináša radosť a to vytváraním fikcie, resp. aplikovaním konvencií a kontaktom s prostredím. Brousseau pripúšťa existenciu iných účelov a významov hry pre hrajúceho sa okrem potešenia. Tieto významy ale nefigurujú v hráčovom vedomí.

2) Organizácia tejto aktivity v rámci systému pravidiel definujúcich úspech a neúspech, zisk a stratu.

Tento význam má hra v spojení „ovládať hru šach, pexeso a pod.“, kde pod hrou rozumieme systém pravidiel.

3) Čokoľvek používané na hranie, nástroje potrebné k hre, alebo tiež jeden zo stavov hry určený konkrétnym usporiadaním nástrojov hry.

V spojení „podaj mi hru šach“ sa pod hrou rozumie súbor nástrojov potrebných k hre. Ale keď niekto pri pohľade na hraciu plochu šachovej hry dvoch súperov skonštatuje, že je to „pekná hra“, má na mysli usporiadanie nástrojov hry, konkrétnu hernú situáciu.

4) Spôsob akým sa hrá. V tomto prípade, týkajúcom sa postupov, preferujeme pojmy taktika a stratégia.

Tento význam je použitý napr. v tvrdení: „Hra Kašparovského je veľmi nápaditá.“

5) Množina pozícií z ktorej si môže hráč vybrať v danom stave hry.

Napr. v konštatovaní: „Ďalšia hra je obmedzená postavením figúr.“

Tieto rozdielne významy slova hra sú dané kontextom a bežne sa používajú bez potreby ich presnejšieho vyjadrenia. Pre nás je ale nutné hru bližšie špecifikovať vo význame metódy práce na vyučovaní. Ak nahliadneme do pedagogického slovníka (**Průcha, Walterová a Mareš, 1998, s. 82**) pod heslom hra tu nájdeme:

Hra: Forma činnosti, ktorá sa líši od práce aj od učenia. Človek sa hrou zaoberá celý život, avšak v predškolskom veku má špecifické postavenie – je hlavným typom činnosti. Hra má množstvo aspektov: aspekt poznávací, precvičovací, emocionálny, pohybový, motivačný, tvorivostný, fantazijný, sociálny, rekreačný, diagnostický, terapeutický. Zahrňuje činnosti jednotlivca, dvojice, malej i veľkej skupiny. Existujú hry, k uskutočňovaniu ktorých sú nutné špeciálne pomôcky (hračky, herné pomôcky, športové

náčinie, nástroje, prístroje). Väčšina hier má podobu sociálnej interakcie s explicitne formulovanými pravidlami (danými dohodou aktérov alebo konvenciami). V hre sa mnoho pozornosti venuje jej priebehu (hry s prevahou spolupráce, súťaže). Východiskovú situáciu, priebeh a výsledky niektorých hier možno formalizovať a rozhodovanie hráčov exaktne študovať. Týmito otázkami sa zaoberá špeciálna matematická disciplína – teória hier.

Daná definícia obsahuje odlíšenie hry od práce a učenia. To spočíva najmä v skutočnostiach, že účasť na hre nie je povinná a na rozdiel od práce popudom ku hre nebýva hmotné ohodnotenie. Účasť v hre je motivovaná najmä pozitívnymi pocitmi a radosťou z jej priebehu. Dôležité je, že prostredníctvom hry sa dajú rozvíjať niektoré aspekty potrebné i v práci a učení. V nasledujúcej definícii hry (**Böhm, 1988, s. 556–557**), ktorá sa vo význame tohto slova zhoduje s predchádzajúcim ponímaním, sú stručne uvedené názory na funkciu hry:

Hra: Spontánna aktivita, ktorej účel a cieľ je ona sama a nesleduje vedome iné ciele (ako práca). Každá ľudská činnosť môže získať charakter hry, keď sa koná len pre potešenie a radosť z jej konania. Tak existujú hry: zmyslové, pohybové, fantazijné, napodobňovacie, jazykové, spoločenské, ľúbostné, myšlienkové atd. Neustále sú pokusy mnohorakosť hier rozčleniť a objasniť podľa ich funkcií. Najčastejšie sa vyskytujú tieto poňatia hry:

– ako prejav nadbytku energie (Spencer),

– ponímanie hry ako návratu na predošlé vývojové stupne (Stanley, Hall),

– uvoľnenie (Carr, Freud, Adler),

– nevedomá príprava na budúcnosť (Groos, Claparede),

– spôsob poznávania (Volpicelli, Fink).

Okrem didaktickej funkčnosti a s tým spojeným zaujatím zmyslov (napríklad učebné a didaktické hry) má hra podľa Fröbela a Schillera hlboké pedagogicko – antropologické odôvodnenie. Pre Fröbela presahuje hra ako „aktivita súčasne orientovaná z vnútra jedinca navonok a prijímajúc vonkajšie podnety smerujúca do vnútra“ jednostrannosť zamerania učenia a práce a vedie k symbolickému poznávaniu a stvárňovaniu sveta. Schiller vidí v hre formu ľudského života. Podľa jeho názoru človek cez hru napĺňa nielen svoje pudy a túžby, ale tiež sa zbavuje moci okolitých podmienok a zväzujúcich povinností a pravidiel, čím dospieva ku krajšiemu životu.

Ako vidno z definície, hre sa prisudzujú funkcie priamo spojené so vzdelávaním: príprava na budúcnosť, spôsob poznávania sveta. **J. Piaget**, ktorý sa podrobne zaoberal funkciou hry v rozvoji psychológie dieťaťa pripisuje hre biologickú funkciu aktívneho opakovania

a experimentovania, ktorými sa mentálne spracovávajú a pripravujú nové situácie a skúsenosti (**Piaget a Inhelder, 1997**). Hra sa teda podľa jej funkcií javí ako prirodzený nástroj získavania vedomostí a osvojovania nových myšlienkových postupov. Je preto pochopiteľné, že sa po nej siahlo i v rámci vyučovania. Už **Platón** vo svojom diele *Zákony* odporúča pri učení aritmetiky dať deťom na hranie jablká; vhodné stavebné hračky odporúča pre výchovu budúcich staviteľov. Známa je výzva **J. A. Komenského –** „Škola hrou“. Niektoré teórie učenia považujú hru za jednu z hlavných vyučovacích metód (napr. Progresivizmus, Walfdorská škola, Francúzska skupina novej výchovy GFEN).

Aby sme spresnili charakteristiky hry ako didaktickej metódy, používa sa štandardne pojem *didaktická hra.*

Pod didaktickou hrou sa rozumie hra s pravidlami, ktorá spĺňa istý didaktický cieľ (**Kárová, 1996; Foltinová a Novotná, 1997**). Jej hlavnými odlišnosťami od spontánnej detskej hry sú:

– povinná účasť žiakov,

– jej využitie na dosiahnutie istých vzdelávacích cieľov,

– vonkajšie riadenie hry (často prostredníctvom pravidiel).

Pedagogický slovník (**Průcha, Walterová a Mareš, 1998, s. 48**) podáva opisnú charakteristiku didaktickej hry:

> *Didaktická hra: Analógia spontánnej činnosti detí, ktorá sleduje (pre žiakov nie vždy zjavným spôsobom) didaktické ciele. Môže sa odohrávať v učebni, v telocvični, na ihrisku, v prírode. Má svoje pravidlá, vyžaduje priebežné riadenie a záverečné vyhodnotenie. Je určená jednotlivcom aj skupinám žiakov, pričom rola pedagogického vedúceho má široké rozpätie od hlavného organizátora až po pozorovateľa. Jej prednosťou je stimulačný náboj, lebo prebúdza záujem, zvyšuje angažovanosť žiakov na vykonávaných činnostiach, podnecuje ich tvorivosť, spontánnosť, spoluprácu aj súťaživosť, núti ich využívať rôzne poznatky a schopnosti, zapájať životné skúsenosti. Niektoré didaktické hry sa približujú modelovým situáciám z reálneho života.*

Všimnime si danú definíciu bližšie. Didaktická hra je činnosť žiakov a učiteľa, ktorá vedie k dosiahnutiu istých didaktických cieľov. Porovnajme toto tvrdenie s vymedzením vyučovacej metódy, pod ktorou sa chápe usporiadanie učiva, činností učiteľa a žiakov za účelom dosiahnutia stanovených didaktických cieľov (**Stračár, 1979; Pavlík a kol., 1984; Zelina a Nelešovská, 1983**). Vidíme, že didaktickú hru možno považovať za vyučovaciu metódu. V svojom prehľade vyučovacích metód uvádza samostatne hru ako vyučovaciu metódu už **L. Mojžíšek** v roku 1975.

Predošlá definícia tiež vymedzuje istú štandardnú štruktúru didaktickej hry. Najdôležitejšími časťami didaktickej hry sú:

– prostredie hry,

– ciele hry,

– samotná hravá činnosť, determinovaná pravidlami,

– záverečné vyhodnotenie hry.

Prostredím hry rozumieme jednak materiálne prostredie: potrebné pomôcky a vybavenie. Ďalšou zložkou tohto prostredia je samotná hra, jej pravidlá, zadania úloh, priebeh a forma aktivít žiakov a učiteľa. Najdôležitejšou časťou prostredia hry sú samozrejme zúčastnení žiaci a učitelia. Žiaci do hry prinášajú svoje očakávania, skúsenosti, postoje k matematike a tiež svoje vedomosti a zručnosti. Učiteľ má spravidla kontrolnú a organizačnú funkciu. Jeho úlohou je zabezpečiť hladký a úspešný priebeh hry. Usporiadanie prostredia hry má byť faktorom, ktorý motivuje žiakov a vedie ich k aktívnej účasti na hre a k snahe o realizáciu cieľov hry.

Ciele didaktickej hry sú determinované edukačným cieľom, ktorý chceme pomocou hry realizovať. Na základe daného cieľa vyberáme vhodný typ a formu didaktickej hry. Použitie hry ako vyučovacej metódy má význam len ak umožňuje dosiahnutie stanovených edukačných cieľov.

Samotná hravá činnosť je realizáciou didaktickej hry v rámci činností žiakov a učiteľa. Je nevyhnutné, aby táto činnosť bola pre žiakov zaujímavá a motivovala ich k aktivite. Musí byť primeraná veku a schopnostiam žiakov, rešpektovať ich potreby. Zároveň ale musí viesť k dosiahnutiu vzdelávacieho cieľa. Práca smerujúca k realizácii zámeru hry je zaistená pravidlami. **Pravidlá hry** určujú charakter a spôsob činností žiakov, organizujú ich aktivitu. V pravidlách sú obyčajne skryté hravé prvky ako súťaživosť, snaha dosiahnuť lepší výsledok.

Záverečné vyhodnotenie hry overuje dosiahnutie vzdelávacieho cieľa, má za úlohu odmeniť žiakov a motivovať ich k ďalšej činnosti.

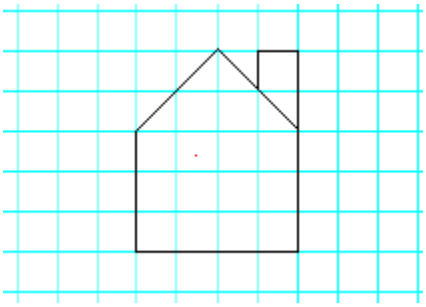
Uvedené časti štruktúry didaktickej hry sú totožné so štruktúrou ľubovolnej didaktickej situácie. Pre podrobnejšie informácie o teórii didaktických situácií pozri **Brousseau, 1997; Spagnolo, 1998; Trenčanský, 2001**.

Didaktická hra môže za istých okolností mať charakter *a-didaktickej* situácie. Pod a-didaktickou situáciou rozumieme situáciu, v ktorej žiaci budujú svoje vedomosti na základe vlastných skúseností a praktického používania matematických poznatkov a zručností. Toto „budovanie vedomostí“ sa deje z vlastného záujmu žiakov, mimo štandardného kontextu

vyučovania. Uvedené skúsenosti a záujem žiakov vznikajú na základe ich interakcie s prostredím hry. (**Brousseau, 1997, str. 30;Vankúš, 2005**)

Na ilustráciu si uvedieme konkrétny príklad didaktickej hry:

V rámci učiva 5. ročníku ZŠ – *Obsah obrazca (obdĺžnik, štvorec)* preberáme látku: *Obsah obrazca v štvorcovej sieti*. Príklady v tomto učive vedú k určovaniu obsahu jednoduchých útvarov v štvorcovej sieti (*obrázok 1.1*). Rozhodneme sa, že v rámci automatizácie daného učiva použijeme didaktickú hru. Cieľom tejto hry bude precvičenie daného učiva riešením úloh a spätná väzba o kvalite poznatkov pre žiakov aj pre učiteľa. Na základe stanovenia daného cieľa, úrovne žiakov a charakteru učiva vyberieme vhodnú didaktickú hru.



obrázok 1.1 úlohou je nájsť obsah obrazca
(jeden štvorec siete má 1 cm^2)

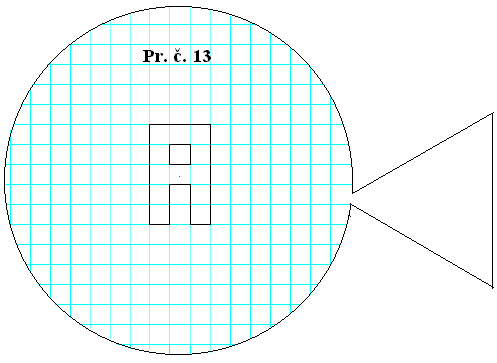
Názov hry: Matematický rybolov (**Foltinová a Novotná, 1997**)

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Celá trieda je rozdelená na družstvá po 5 žiakov. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Karty úloh s príslušným bodovým hodnotením (10 b., 5 b., môžu byť v tvare ryby – pozri *obrázok 1.2*) pre každé družstvo.

Čas trvania hry: 10–15 min.



obrázok 1.2 hracia karta k hre *Matematický rybolov*

Herná činnosť:

Učiteľ karty rozdelí podľa obtiažnosti do dvoch skupín (karty rôznej obtiažnosti sa líšia farebne). Žiaci určujú obsah obrazcov na kartách. Žiak si volí obtiažnosť sám tým, z ktorej skupiny si vyberie úlohu. Za správne vyriešenú úlohu získava na konto svojho družstva príslušný počet bodov. Správnosť riešenia úloh posudzuje a bodové skóre družstiev zaznamenáva vyučujúci. Kvôli rýchlejšej kontrole sú úlohy očíslované, k číslu má učiteľ priradený výsledok. Žiaci zaznamenávajú riešenia na osobitný papier, po istom čase (10–15 min.) sa robí kontrola. Úlohou družstiev je získať čo najvyšší počet bodov.

Záverečné vyhodnotenie:

Po ukončení hry sa zistí skóre jednotlivých družstiev, určí sa poradie na základe dosiahnutého počtu bodov. Žiaci sú odmenení bodmi za aktivitu – najviac bodov získajú žiaci z víťazného družstva, najmenší, ale nie nulový počet bodov dostanú žiaci z družstva na poslednom mieste.

Prednosti danej hry:

Diferencovaná náročnosť úloh, vnútorná motivácia žiakov prostredníctvom súťaživosti medzi skupinami, možnosť aj pre slabších žiakov prispieť k úspechu skupiny, aktívna práca celej triedy, práca žiakov v pre nich príťažlivom kontexte, spätná väzba o úrovni vedomostí žiakov v jednotlivých skupinách, interakciou žiakov v skupine sa rozvíjajú ich sociálne zručnosti.

Na základe predtým uvedených ponímaní didaktickej hry sme sformulovali našu pracovnú definíciu tohto pojmu:

Pod didaktickou hrou rozumieme činnosť žiakov a učiteľa, ktorá sleduje isté didaktické ciele. Žiaci si spravidla tieto ciele neuvedomujú. Motiváciou ich činnosti je radosť z jej vykonávania, súťaživosť, možnosť práce pre prospech tímu, sebarealizácia…Didaktická hra má pravidlá, ktoré organizujú činnosť žiakov. Táto činnosť, jej obsah a pravidlá didaktickej hry vedú k realizácii edukačných cieľov hry. Charakteristické pre didaktickú hru je vysoká angažovanosť a motivácia žiakov, potešenie z priebehu hravej aktivity.

1.1.2 Efektívnosť vyučovacieho procesu a jeho zložiek

Pojem efektívnosť je ďalším z kľúčových pojmov pre našu prácu. Ak sa pozrieme do slovníka cudzích slov (**Petráčková a Kraus, 1997**), pod heslom efektívnosť tu nájdeme:

Efektívnosť – efektivita: ekonom. e. výroby je účinnosť prostriedkov vložených do výroby hodnotená z hľadiska výsledkov;

ekolog. e. je účinnosť opatrení v krajine z hľadiska optimálnych podmienok ďalšieho rozvoja živej prírody;

e. vo výp. tech. je uskutočniteľnosť výpočtu alebo procesu daná existenciou algoritmu.

Najväčší význam pre nás má poňatie efektívnosti v rámci ekonómie, odkiaľ pedagogika a didaktika tento pojem prebrali. Ak si všimneme túto časť predošlej definície, vidíme, že meradlom efektívnosti je dosiahnutie cieľov konania pri maximálnej účinnosti použitých prostriedkov. V podobnom duchu sa nesie aj definícia efektívnosti z pedagogického slovníka (**Průcha, Walterová a Mareš, 1998, s. 60**):

Efektívnosť vzdelávania: Komplexný pojem vyjadrujúci za akých podmienok vedú určité vstupy vzdelávacích procesov k určitým výstupom. Vstupy predstavujú faktory dané charakteristikou subjektov a obsahu vzdelávania, podmienky tvoria charakteristiky procesu vyučovania a výstupy sú vzdelávacie výsledky a efekty vzdelávania (t.j. dlhodobé výsledky v sociálnej i osobnej sfére).

Podľa tejto definície je vzdelávanie efektívne, ak za daných podmienok vedie k dosiahnutiu stanovených vzdelávacích výsledkov a efektov vzdelávania. Analýzou pôvodu a významov slova efektívnosť (ako synonymum sa používa efektivita) dospel **I. Turek** v diele *Zvyšovanie efektívnosti vyučovania* k takémuto vymedzeniu:

Efektívnosť vyučovacieho procesu = účelnosť (miera dosiahnutia cieľov vyučovacieho procesu) + hospodárnosť (miera využitia finančných nákladov na vyučovací proces). … Pretože finančné ohodnotenie spoločenského prínosu absolventov konkrétnej školy je veľmi obtiažne zisťovať, efektívnosť v zmysle hospodárnosti sa v pedagogike používa len veľmi obmedzene. … Preto chápeme efektívnosť vyučovacieho procesu ako jeho účelnosť, t. j. efektívnosť vyučovacieho procesu je miera dosiahnutia jeho cieľov.

*Širšie poňatie efektívnosti vyučovania nájdeme v štúdii Zvyšování efektivnosti výchovně vzdělávacího procesu ve vyučování (**Skalková a kol., 1988**). Podľa nej miera efektívnosti vyučovania závisí na využití možností jeho základných komponentov:*

– cieľa výchovno-vzdelávacieho procesu,

– jeho obsahu,

– súčinnosti učiteľa a žiakov,

– metód, organizačných foriem a používaných didaktických prostriedkov,

– podmienok, za ktorých daný proces prebieha.

Predovšetkým je dôležité dosiahnutie čo najpriaznivejších vzťahov medzi týmito komponentmi. Efektívnosť predpokladá také fungovanie celého systému, ktoré zaistí čo najtesnejšie priblíženie výsledkov výchovno-vzdelávacieho procesu stanoveným cieľom.

V posledne uvedenej definícii nájdeme i návod na dosiahnutie efektívneho vyučovania. Je ním potreba čo najlepšie využiť možnosti spomenutých základných komponentov vyučovania a vzájomne ich zosúladiť.

Na záver uvedieme detailný zoznam možných aspektov efektívnosti edukačného procesu (**Kulič, 1980, s. 680–681**):

Pokus o vymedzenie pojmu efektivity učenia, vyučovania a vzdelávania vôbec pomocou klasifikácie jej hlavných zložiek, stránok a tried pôsobiacich aj podmieňujúcich faktorov:

Efektivita učenia a vzdelávania (i jeho zložiek):

1a) Cieľová (obsahová) je daná spoločenskou a individuálnou hodnotou (užitočnosťou) cieľov a obsahu vzdelávania, ktoré je daný systém schopný realizovať.

1b) Subjektová (populačná) je závislá na počte, type a úrovni osôb (populácie), ktoré môžu byť vzdelávané (vyučované).

2) Rezultatívna (výsledková, produktová) je vyjadrená bezprostredným aj dlhodobým výsledkom učenia, chápaným ako súbor zmien vo vedení, schopnostiach, spôsobilostiach a vlastnostiach učiaceho sa subjektu; býva určovaná ako výsledok porovnania počiatočného stavu s konečným reálnym alebo aj s predpokladaným (cieľovým) stavom – ako tzv. absolútny alebo relatívny efekt učenia. Ak ide o dosahovanie výsledkov celou populáciou, je výstupný stav a efekt charakterizovaný aj štatistickým rozložením dosahovaných hodnôt v danej populácii.

3) *Procesuálna je daná kvantitatívnymi a kvalitatívnymi parametrami a znakmi procesu učenia a vyučovania, ktorý viedol k danému výsledku; ide o nasledujúce triedy týchto dát:*
    a) *vonkajšie procesuálne charakteristiky: množstvo základných a pomocných informácií, inštrukcií, opakovaní, operácií, krokov potrebných k dosiahnutiu cieľa,*
    b) *psycho-fyzické nákladové charakteristiky: čas, intenzita činnosti, záťaž, únava, výdaj energie a pod.,*
    c) *subjektívne zážitkové charakteristiky: zážitky úspechu a neúspechu, emocionálne prežívanie, názory a postoje, preferencie a pod..*
4) *Nákladová je závislá na hodnote spoločenských prostriedkov, ktoré boli použité k dosiahnutiu daného výsledku (ľudská pracovná sila a materiálno technické prostriedky); tvorí niekoľko kategórií, ktoré je väčšinou možné previesť na peňažný index:*
    a) *priamo použitá ľudská pracovná sila: učiteľ, majster výcviku, tréner, vychovávateľ, administratíva vzdelávacích zariadení a pod.,*
    b) *nepriamo použitá pracovná sila: pri príprave učiteľov, pri tvorbe učebníc, programov, pomôcok, strojov, budov a pod.,*
    c) *materiálno technické zaistenie: zošity, knihy, pomôcky, prístroje a stroje, budovy, športové zariadenia a pod.,*
    d) *finančné náklady: zriaďovacie (sčasti zahrnuté aj v kategóriách a–c; prevádzkové: spotreba elektrickej energie, vykurovanie, údržby, opravy a pod..*

Ako sám autor konštatuje, ani tento podrobný zoznam neobsahuje všetky faktory a aspekty podieľajúce sa na efektivite výchovy a vzdelávania. Aj keď opomenieme všetky prvky daného zoznamu súvisiace s hospodárnosťou (chápanou ako mierou využitia finančných nákladov na vyučovací proces) t. j. body 1a) a 4), vidíme, že pri určovaní efektívnosti treba pracovať s množstvom kritérií, ktoré sú navzájom nesúmerateľné. Preto je problematické vyjadriť efektivitu nejakým všeobecným indexom. Že je ale nevyhnutné snažiť sa efektívnosť výchovy a vzdelávania zisťovať a zlepšovať, svedčí i tento výrok **Jána Ámosa Komenského:**

Začiatkom a koncom našej didaktiky nech je hľadať a nachádzať spôsob, podľa ktorého by učitelia menej učili, ale žiaci sa viacej naučili, aby bolo v školách menej zhonu, nechuti a márnej práce, no viac voľného času, potešenia a zaručeného úspechu.

Pre potreby našej práce sme na základe uvedených definícií stanovili našu koncepciu efektívnosti vyučovacieho procesu a vyučovacích metód. Pri výbere kritérií efektívnosti sme prihliadali na realizovateľnosť ich zisťovania a porovnávania pre potreby nášho experimentu. Podľa tejto koncepcie je efektívnosť vyučovacieho procesu a vyučovacích metód daná týmito kritériami:

– *mierou dosiahnutia edukačných cieľov,*
– *časom potrebným na vyučovací proces,*
– *počtom, typom a úrovňou osôb, ktoré môžu byť vyučované,*
– *subjektívnymi zážitkami žiakov: vývojom názorov a postojov k predmetu a priebehu výučby.*

V tejto našej koncepcii neberieme do úvahy faktory súvisiace s finančnou efektivitou. Z procesuálnych charakteristík uvedených v definícii **V. Kuliča** berieme do úvahy len časové trvanie vyučovacieho procesu. V časovom faktore sa ale odzrkadľuje väčšina ostatných kritérií (množstvo základných a pomocných informácií, inštrukcií, opakovaní, operácií, krokov potrebných k dosiahnutiu cieľa; intenzita činnosti).

1.2 Teória problematiky

1.2.1 Zisťovanie efektívnosti vyučovacích metód

Pozrime sa najprv na teoretické pozadie zisťovania efektívnosti vyučovacích metód. Podľa **V. Kuliča** (1980, s. 681–695) existujú tri spôsoby získania úsudku o efektívnosti vyučovacích metód:

1. Deduktívny úsudok z teórie.
2. Na základe bežnej skúsenosti.
3. Pomocou experimentu.

V prvom prípade sa pokladá nejaká metóda za efektívnu na základe jej identifikácie s istými aspektmi konkrétnej teórie vyučovania. Napríklad metódu programového učenia vytvoril **Skinner** na základe svojej teórie inštrumentálneho podmieňovania. Kooperatívne vyučovanie je založené na psychologických poznatkoch o úlohe sociálnych kontaktov v rozvoji dieťaťa,

koncepcia integrovaného tematického vyučovania bola vytvorená na základe výskumov mozgu z 60.–80. rokov (**Turek, 2002**). Je zrejmé, že v tomto prípade je tvrdenie o efektívnosti metódy na základe takejto identifikácie s nejakou teóriou priamo závislé na kvalite a komplexnosti danej teoretickej koncepcie.

Úsudok o efektívnosti vyučovacej metódy založený na bežnej skúsenosti je veľmi dôležitý hlavne v pedagogickej praxi. Jeho výhodou je najmä jednoduchá realizácia a široký rozsah faktorov, ktoré môže zohľadniť. K nevýhodám patrí jeho subjektivita, nemožnosť zovšeobecnenia záverov na iné skupiny žiakov, iné podmienky a pod.

Odstrániť niektoré nevýhody predchádzajúceho postupu umožňuje experiment. Je potrebné snažiť sa o čo najvyššiu validitu a reliabilitu experimentu použitím štandardných experimentálnych postupov, vrátane štatistického spracovania.

Existujú viaceré typy výskumných projektov na určovanie efektívnosti vyučovacej metódy (**Kulič, 1980**). Cieľom môže byť:

– Určiť efektívnosť metódy.

– Porovnať efektívnosť dvoch metód.

– Analytická štúdia – okrem úsudku o efektívnosti umožňuje kauzálnu analýzu vzťahov medzi podmienkami, procesom a výsledkom vyučovacieho procesu v rámci danej metódy.

Pri praktickej realizácii každého z týchto projektov autori vychádzajú z ich vlastnej koncepcie efektívnosti. Na základe tejto koncepcie sa potom rôznia aj spôsoby určovania efektívnosti. Ako príklad môžeme uviesť rôzne kritériá pri výskumoch efektívnosti problémového vyučovania (**Turek, 1982, s. 152–156**):

T. V. Kudrjavcev (1974) použil ako kritériá efektívnosti objem a kvalitu vedomostí a úspešnosť aplikácie vedomostí. **C. Kupisiewicz** (1973) a **M. Pasćiak** (1975) ako kritériá efektívnosti použili trvalosť vedomostí žiakov, rozvoj ich poznávacích schopností a samostatného myslenia. **G. Jocz** (1964) stanovila za kritériá stav vedomostí a zručností žiakov na konci experimentu a ich trvalosť po piatich mesiacoch. Pre **L. Kolkowského** (1975) kritériami efektívnosti boli objem vedomostí, schopnosť riešiť problémy, rozvoj zručností a trvalosť vedomostí. Podľa **R. Gagného** (1975) by sa efektívnosť edukačného procesu mala stanoviť podľa úrovne dosiahnutia bezprostredných cieľov vyučovania a schopnosťou žiakov aplikovať získané vedomosti a zručností. **J. A. Kulik** a **Ch. C Kulik** (1975) za kritériá efektívnosti stanovili výkony žiakov na konci vyučovania, trvalosť získaných poznatkov, schopnosť aplikácie a postoje žiakov k učeniu. **I. Turek** (1982) ako kritériá efektívnosti problémového vyučovania použil mieru pamäťového osvojenia vedomostí, schopnosť ich

aplikácie v rámci riešenia úloh, trvalosť vedomostí a zručností žiakov, rýchlosť riešenia úloh a objem vedomostí a zručností osvojených žiakmi priamo na vyučovacích hodinách.

Na základe našej koncepcie efektívnosti (pozri kapitolu *Efektívnosť vyučovacieho procesu a jeho zložiek*) pokladáme pri zisťovaní efektívnosti vyučovacej metódy za potrebné:

– zistiť mieru dosiahnutia edukačných cieľov,
– preskúmať psychologické pôsobenie (zážitky úspechu a neúspechu, emocionálne prežívanie, vplyv na názory a postoje žiakov),
– prihliadnuť pre akú množinu subjektov je daná metóda vhodná,
– zohľadniť náročnosť metódy (časovú, výkonnostnú, intelektuálnu).

V praxi sa dosiahnutie cieľov edukačného procesu v prípade štúdií zameraných na určovanie efektívnosti vyučovania zisťuje pomocou didaktických testov (v oblasti kognitívnej i psychomotorickej). Psychologické pôsobenie možno zisťovať pomocou dotazníkov, rozhovormi, pozorovaním žiakov atď. Aby sa zistila zmena v postojoch, treba ich zisťovať pred i po experimente. (**Hrdina a kol., 1985; Turek, 1984**)

V našej práci budeme pomocou experimentu porovnávať efektívnosť dvoch metód: vyučovania s používaním didaktických hier a vyučovania bez hier. V rámci porovnávania efektívnosti metód musíme porovnať jednak dosiahnutie edukačných cieľov – pomocou výsledkov výstupného didaktického testu. Dôležitý je tiež čas, za aký sa daný stav podarilo zrealizovať.

Ako dané metódy vplývajú na postoje žiakov a ich názory na priebeh vyučovania určíme na základe porovnania výsledkov dotazníka zaradeného na začiatku a na konci experimentu. Ostatné procesuálne charakteristiky (intelektuálna a výkonnostná náročnosť metód, množina subjektov pre akú je metóda vhodná) určíme priamym pozorovaním.

Kvalita zisťovania efektívnosti vyučovacích metód je determinovaná množstvom faktorov: korektnou formuláciou cieľov vzdelávania a následne vhodne zostavenými didaktickými testmi, kvalitou zisťovania názorov a postojov žiakov. Práve tieto faktory určujú validitu a reliabilitu určovania efektívnosti.

V zisťovaní a porovnávaní efektívnosti vyučovacích metód existujú isté problémy. Sú to hlavne:

– Nedostatočné definovanie cieľov vyučovacieho procesu sťažuje zisťovanie ich splnenia. Ciele je potrebné definovať v jednoznačnej a kontrolovateľnej podobe.
– Reprezentatívnosť konkrétnej realizácie vyučovacej metódy, ktorá má zastupovať túto metódu vo všeobecnosti. Problém sa rieši zvýšením množstva skúmaných prípadov a aplikovaním štatistického aparátu.

– Zaistenie, aby porovnávané metódy smerovali k realizácii rovnakého cieľa za rovnakých vonkajších podmienok. Riešenie daného problému je súčasťou štandardnej metodológie pedagogického experimentu.

Zisťovanie efektívnosti je veľmi komplexný a preto dosť obtiažny proces. Zároveň je ale nevyhnutnou podmienkou cieleného zlepšovania vyučovania.

2 Vlastný výskum

Táto kapitola obsahuje prehľad cieľov a hypotéz výskumu. Podrobne sa tu venujeme metodológii overovania jednotlivých pracovných hypotéz. Ďalej uvádzame organizáciu experimentálnej časti výskumu a popisujeme jej priebeh v rámci experimentálnych a kontrolných tried.

2.1 Ciele a hypotézy výskumu

Cieľom nášho výskumu bolo posúdiť, či sa zaradením didaktických hier do vyučovacieho procesu v rámci matematiky zvýši jeho efektívnosť.

Východisková hypotéza:

Vyučovanie matematiky, ktorého súčasťou sú didaktické hry, je efektívnejšie ako vyučovanie bez používania hier.

Podkladom pre toto tvrdenie sú úsudky založené na skúsenostiach z praktického používania didaktických hier na hodinách matematiky.

Keďže východisková hypotéza je tvrdenie všeobecného charakteru, jej validácia spočíva v overení pracovných hypotéz – tvrdení ekvivalentných s východiskovou hypotézou, formulovaných v tvare overiteľnom výskumnými metódami. Vzhľadom na chápanie efektívnosti vyučovania a štandardné postupy pri jej verifikácii sme pracovné hypotézy sformulovali nasledovne.

Pracovné hypotézy:

H1: *Vhodnou integráciou didaktických hier do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania zlepšenie postojov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.*

H2 *Vďaka aktívnej práci žiakov v rámci didaktických hier integrovaných do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania*

vyššiu úroveň vedomostí z prebratého učiva a lepšiu schopnosť riešiť matematické úlohy súvisiace s daným učivom ako žiaci vyučovaní bez používania hier.

H3: *Adekvátne didaktické hry budú ako edukačná metóda vhodné na priamu integráciu do vyučovacieho procesu v rámci predmetu matematika. Ich použitie v triedach štandardnej veľkosti a úrovne žiakov povedie k realizácii edukačných cieľov v kratšom resp. rovnakom čase ako v triedach kde hry nie sú používané.*

Podkladom k tvorbe pracovných hypotéz výskumu sú informácie a názory uvedené v predošlých kapitolách tejto práce. Pri formulácii prvej pracovnej hypotézy sme vychádzali z potenciálu didaktickej hry ako deťmi obľúbenej a preto motivujúcej aktivity. Hry sú schopné zaujať žiakov a vnútorne ich motivovať pre činnosť na hodinách matematiky. Za týchto okolností dochádza k vzniku všeobecne dobrých psychickým postojov súvisiacich s hravými aktivitami v rámci vyučovania matematiky. Tento kladný vzťah žiakov k práci v rámci didaktických hier sa môže odraziť všeobecne v ich vzťahu k matematike a k priebehu jej vyučovania.

Druhá pracovná hypotéze je založená na aktívnej činnosti všetkých žiakov v triede počas didaktickej hry. Takáto aktívna činnosti môže pozitívne pôsobiť na úroveň vedomostí, ktoré žiaci získajú na hodine. Adekvátna činnosť každého žiaka kladne ovplyvňuje jeho schopnosť riešiť úlohy z daného učiva matematiky.

Tretia pracovná hypotéza vychádza z predpokladu, že správne zvolená didaktická hra je metóda vhodná na realizáciu edukačných cieľov na hodinách matematiky v rámci bežných podmienok slovenských škôl. Táto hypotéza odráža aj historický vývoj názorov na hru ako metódu edukácie a jej vhodnosť v rámci ontogenetického vývinu.

Spôsob realizácie výskumu a overenia vytýčených hypotéz je náplňou nasledujúcich kapitol.

2.2 Metodika a organizácia výskumu

2.2.1 Forma a ciele výskumu, predmet výskumu, výberový súbor výskumu.

Výskum bol realizovaný formou experimentu. Skúmali sme vzťah medzi nezávisle premennou – zaradením didaktických hier do výučby a závisle premennou – efektívnosťou vyučovania. Manipulovaním s nezávisle premennou (t. j. zaradením resp. nezaradením didaktických hier do vyučovania) sme určili jej vplyv na závisle premennú.

Predmetom výskumu bola teda efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier. Vzhľadom na reálne časové, materiálne a realizačné obmedzenia bolo potrebné predmet výskumu zúžiť. Preto sme sa rozhodli v našej práci testovať efektívnosť vyučovania matematiky s integrovanými didaktickými hrami v rámci 5. ročníka základnej školy. Výber tohto predmetu výskumu bol daný hlavne psychologickým hľadiskom. Pre deti vo veku 10-11 rokov je hra prirodzene vhodnou a pútavou aktivitou. Samozrejme uvedené obmedzenie predmetu znižuje všeobecnosť výskumu. Pre rigorózne stanovenie efektívnosti metódy didaktickej hry by bolo potrebné jej otestovanie na všetkých úrovniach školskej dochádzky. Takýto rozsiahli projekt je preto výzvou pre budúce spracovanie tejto problematiky.

Ďalšie obmedzenie sa týka rozsahu učiva. Výskum zahrňuje určovanie efektívnosti vyučovania s použitím didaktických hier v 5. ročníku ZŠ v rámci celku *Obsah obrazca (obdĺžnik, štvorec).* Výber daného celku minimálne ovplyvnil metodiku výskumu. Vzhľadom na rôznorodosť obsahu daného tematického celku (premeny jednotiek, počítanie obsahov pomocou vzorcov, riešenie slovných úloh, riešenie geometrických úloh) považujeme tento tematický celok za dostatočne reprezentatívny. Umožnil nám testovať rôznorodé didaktické hry zamerané na široké spektrum matematických vedomostí, zručností a schopností. Výsledky získané v rámci daného tematického celku je možné vďaka rôznorodosti aktivít a použitých didaktických hier s dostatočnou validitou zovšeobecniť i pre iné tematické celky 5. ročníka ZŠ.

Druhým rozhodujúcim prvkom pre výskum je výberový súbor. Je zrejmé, že výskum s celým základným súborom, t. j. za účasti všetkých žiakov piateho ročníka základnej školy

na Slovensku, je nemožný. Bolo nevyhnutné vybrať z daného základného súboru reprezentatívnu vzorku – výberový súbor.

Náš výskum prebiehal v dvoch fázach: v školskom roku 2002/2003 a v školskom roku 2004/2005. V rámci experimentu sme ako výberový súbor v oboch prípadoch vybrali žiakov dvoch piatych tried ZŠ Majerníkova v Bratislave. Určenie danej školy bolo náhodné. Ako výberový súbor sme zvolili vždy po dve triedy daného ročníka ZŠ, v ktorých učil matematiku rovnaký vyučujúci, jedna tvorila experimentálnu skupinu, druhá kontrolnú skupinu.

Výber tried sme realizovali podľa nasledovných kritérií (**Turek, 1998, s. 35**):

a) Najmenšia homogénna trieda podrobená výskumu by mala mať najmenej 25 žiakov (t. j. 25 žiakov v experimentálnej i kontrolnej triede).

b) V prípade viacerých tried daného ročníka sa experimentálna a kontrolná skupina určí nasledovne: Vo všetkých triedach daného ročníka sa vypočíta priemerný prospech žiakov z matematiky. Pomocou niektorého zo štatistických testov sa určí štatistická významnosť rozdielu medzi jednotlivými triedami.

Do experimentu sa vyberú tie dve triedy, v ktorých nie je medzi priemerným prospechom štatisticky významný rozdiel. Určenie, ktorá trieda bude experimentálna a ktorá kontrolná, sa robí náhodne.

Ak je medzi triedami štatisticky významný rozdiel, experimentálnou by mala byť tá trieda, ktorá má slabší prospech.

Opíšme náš výberový súbor podrobnejšie. V prvej fáze (školský rok 2002/2003) sme ako výberový súbor vybrali triedy 5.B a 5.C. Obe triedy učil matematiku rovnaký vyučujúci – pani RNDr. Marta Petrášová. Vyhovujúca bola tiež veľkosť daných tried: 5.B mala 25 a 5.C mala 26 žiakov. V rámci prospechu z matematiky sa dané triedy líšili: v triede 5.B bol priemerný prospech 2,68; žiaci v 5. C mali priemerný prospech 2,27.

Na základe prospechu sme preto rozhodli, že 5.B bude experimentálnou triedou. V nej sme vyučovali s integrovanými didaktickými hrami. 5.C bola kontrolná trieda, kde sa vyučovala rovnaké učivo, rovnakým vyučujúcim, ale bez hier. Vo vyhodnocovaní výsledkov výskumu je potrebné uvážiť vstupné rozdiely v úrovni tried vyjadrené rozdielmi v prospechu.

V druhej fáze výskumu (školský rok 2004/2005) tvorili výberový súbor triedy 5.C a 5.D. Obe triedy učil matematiku opäť rovnaký vyučujúci – pani Mgr. Milka Saigová. Triedy mali zhodne po 26 žiakov. Priemerný prospech z matematiky bol: v 5.C 1,96; žiaci v 5.D mali priemerný prospech 2,27.

Na základe želania vyučujúcej sme vybrali ako experimentálnu triedu 5.C, 5.D bola kontrolná trieda, kde sa analogicky s prvou fázou experimentu vyučovala rovnaké učivo,

rovnakým vyučujúcim, ale bez hier. (Takýto výber tried na základe želania vyučujúcej bol možný na základe relatívne malej významnosti rozdielov priemerov oboch tried, pričom tieto rozdiely zohľadníme pri vyhodnocovaní výsledkov.)

2.2.2 Metodika výskumu

Cieľom výskumu je overenie resp. popretie východiskovej hypotézy výskumu. Za týmto účelom je potrebné verifikovať jednotlivé pracovné hypotézy výskumu. (Pozri kapitolu *Ciele a hypotézy výskumu).*

Na overenie jednotlivých pracovných hypotéz sme použili tieto metódy:

Dotazník skúmajúci postoj žiakov k matematike a k priebehu jej vyučovania, zaradený na začiatku a na konci experimentu na overenie pracovnej hypotézy **H1**.

Didaktický test skúmajúci úroveň vedomostí a zručností žiakov z prebraného učiva matematiky na konci experimentu na overenie pracovnej hypotézy **H2**.

Na overenie hypotézy **H3** sme použili údaje získané **pozorovaním**.

Na overenie pravdivosti hypotéz **H1** a **H2** bola použitá metóda **štatistickej verifikácie.**

Venujme sa teraz spomenutým metódam bližšie.

2.2.2.1 Didaktický test

Ako jedna zo základných charakteristík efektívnosti vyučovania sa uvádza miera dosiahnutia cieľov vyučovacieho procesu. Za účelom jej zistenia sme použili didaktický test. Výber tejto metódy bol daný faktom, že didaktický test sa považuje za štandardný nástroj zisťovania výsledkov vyučovacieho procesu, ktorý má pri vhodnom vyhotovení a použití vysokú validitu a reliabilitu.

Pri zostavovaní, používaní a následnom spracovaní testu, ktorý sme aplikovali v našom výskume, sme vychádzali z literatúry týkajúcej sa tejto oblasti (**Turek, 1982, 1996**). Keďže účelom daného testu malo byť zistenie vedomostí z matematiky na konci preberania vyučovacieho celku, jedná sa o výstupný, kognitívny test. Dané vedomosti sme chceli porovnať s istým štandardom, to znamená, že test je CR test absolútneho výkonu. Tieto charakteristiky podmienili spôsob tvorby a štatistického spracovania výsledkov didaktického testu.

Pri tvorbe položiek testu sme vychádzali zo zoznamu špecifických cieľov (*príloha 1*) a špecifickej tabuľky, ktoré sme zostavili pre testovaný tematický celok (*tabuľka 1*).

Tabuľka 1 Špecifická tabuľka k didaktickému testu

Téma učiva	Počet vyučovacích hodín		Celkový počet úloh			
			priebežný		konečný	
	absolútny	relatívny	absolútny	relatívny	absolútny	relatívny
1. Obsah obrazca, určovanie obsahu útvaru v štvorcovej sieti	2.2	*0.15*	2.05	*0.15*	2	*0.14*
2. Jednotky obsahu, premeny jednotiek	3.2	*0.21*	2.99	*0.21*	2	*0.14*
3. Obsah obdĺžnika	2.95	*0.20*	2.75	*0.20*	3	*0.21*
4. Obsah štvorca	2.95	*0.20*	2.75	*0.20*	4	*0.29*
5. Slovné úlohy	3.7	*0.25*	3.45	*0.25*	3	*0.21*
Spolu	15	*1.00*	14	*1.00*	14	*1.00*

Komentár:

V kolónke absolútny počet vyučovacích hodín sme hodnoty určili nasledovne:

Prvá téma – vyučovala sa v rámci prvých dvoch hodín + 0,2 hodiny na opakovanie celého učiva
Druhá téma – 3., 4., 5. vyučovacia hodina + 0,2 hodiny na opakovanie celého učiva
Tretia téma – 6., 7. hodina + 0,5 z 10. vyučovacej hodiny +0,25 z 11. vyučovacej hodiny + 0,2 hodiny na opakovanie celého učiva
Štvrtá téma – 8., 9. hodina + 0,5 z 10. vyučovacej hodiny + 0,25 z 11. vyučovacej hodiny + 0,2 hodiny na opakovanie celého učiva
Piata téma – 0,5 z 11. vyučovacej hodiny + 12., 13., 14. hodina + 0,2 hodiny na opakovanie celého učiva

Následne sme utvorili banku úloh na overenie dosiahnutia jednotlivých špecifických cieľov. Formu úloh sme vyberali na základe taxonomickej úrovne daného špecifického cieľa. (Použili sme Nemierkovú taxonómiu. Bližší postup pozri v **Turek, 1996, s. 31**). Po stanovení dĺžky testovacieho času 30 minút sme definitívne určili úlohy vhodné na zaradenie.

Keďže test riešia žiaci v laviciach, kde sedia dvojice, bolo potrebné vytvoriť dve verzie daného testu. Rovnocennosť týchto verzií sme dosiahli charakterom zmien v rámci rozdielnych verzií. Išlo o zmenu poradia úloh, zmenu hodnôt veličín v úlohách (táto zmena nemala vplyv na postup riešenia úloh). V prípade obrázka sme použili jeho zväčšenie a zrkadlové obrátenie. V niektorých prípadoch sme uvedené postupy kombinovali.

Po vytvorení predbežnej podoby didaktického testu sme určili váhu významu a skóre jednotlivých úloh. Nasledovalo posúdenie testu vyučujúcim (RNDr. M. Petrášovou) a jeho úprava do definitívnej podoby (*príloha 2*).

Žiaci boli na riešenie testu upozornení týždeň dopredu. Pred samotným riešením testu sme ich oboznámili so spôsobom jeho vyplňovania a charakterom jednotlivých úloh. Po podpísaní sa žiaci pristúpili k riešeniu. Všetky riešenia žiaci zapisovali priamo do testu.

Podstatou opravy jednotlivých didaktických testov je prideľovanie bodov za riešenie jednotlivých úloh. Úlohy 1,2,3,6,7,9,10,11,12 vo verzii A testu sú jednobodové. Žiak v nich

získal bod za uvedenie správneho výsledku resp. úplnej odpovede. Úloha 4 verzie A pozostávala zo šiestich podúloh na premenu jednotiek obsahu. Za každú správnu premenu získal žiak pol bodu – za úlohu 4 teda bolo možné získať 3 body. V úlohách 5 a 8 vo verzii A bolo požadované napísať vzorec na výpočet obsahu obdĺžnika resp. štvorca, vysvetliť význam jednotlivých symbolov a znázorniť situáciu na obrázku. Za správne uvedenie vzorca žiaci získali pol bodu, za znázornenie na obrázku tiež pol bodu. Celkovo za úlohy 5 a 8 mohli získať 1 bod. V prípade úloh 13 a 14 ide o slovné úlohy. Každú z nich sme hodnotili 3 bodmi: 1 bod za správny zápis zadania slovnej úlohy, 1 bod za výpočet a 1 bod za uvedenie správnej odpovede.

Vo verzii B sme určili spôsob bodovania na základe verzie A. Pritom sme mali na pamäti, že pri tvorbe verzie B sme v záujme jej odlíšenia od verzie A vymenili poradie niektorých úloh. Preto napr. úlohe 1 verzie A zodpovedá úloha 3 verzie B.

Prehľad navzájom ekvivalentných úloh a počtu bodov za ne dáva nasledovná tabuľka.

Tabuľka 2 Navzájom ekvivalentné úlohy testu, bodovanie a váha jednotlivých úloh

Skupina A:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Skupina B:	3	2	1	4	9	10	11	5	6	7	8	12	14	13
Počet bodov*:	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3
Váha úlohy:	1	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2

váha 1: úlohy na zapamätanie a porozumenie
váha 2: úlohy na špecifický a nešpecifický transfér
(Vychádzame z Niemierkovej taxonómie)

* Jedná sa o maximálny možný bodový zisk za danú úlohu

Pri štatistickom spracúvaní výsledkov testu budeme postupovať nasledovne: Ako skóre dosiahnuté v úlohe 1 uvedieme pre žiaka riešiaceho verziu A skutočné skóre za tento príklad. Pre žiaka, ktorý riešil verziu B didaktického testu uvedieme skóre dosiahnuté v úlohe ekvivalentnej s úlohou 1, to znamená skóre udelené za úlohu 3. Na základe tohto postupu pri ďalšom spracovávaní údajov nebude záležať na tom, ktorú verziu didaktického testu žiak riešil.

Pri štatistickom spracúvaní výsledkov testu začneme určením relatívnej–percentuálnej úspešnosti riešenia jednotlivých úloh podľa vzťahu:

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\max\ j}} \cdot 100\%$$

p_{ij} percentuálna relatívna úspešnosť riešenia j–tej úlohy i–tym žiakom

x_{ij} počet bodov, ktoré získal i–ty žiak z j–tej úlohy

$x_{max\ j}$ maximálny počet bodov za j–tu úlohu

(V1)

Na základe relatívnej–percentuálnej úspešnosti riešenia všetkých testových úloh určíme vážené skóre pre každého žiaka, na základe vzorca:

$$p_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} p_{ij} v_j}{\sum_{j=1}^{m} v_j}$$

p_i vážené skóre i–teho žiaka
p_{ij} percentuálna relatívna úspešnosť riešenia j–tej úlohy i–tym žiakom
v_j váha j–tej úlohy
m počet úloh didaktického testu

(V2)

Váha jednotlivých úloh je uvedená v rámci *tabuľky 2, str. 179*.

Reprezentáciou výsledkov didaktického testu v rámci experimentálnej a kontrolnej triedy je aritmetický priemer skóre didaktického testu:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i}{n}$$

$\bar{p}$ aritmetický priemer skóre didaktického testu
p_i vážené skóre i–teho žiaka
n počet riešiteľov didaktického testu

(V3)

Hodnoty aritmetického priemeru skóre žiakov experimentálnej a kontrolnej triedy umožňujú štatistickými metódami porovnať úroveň vedomostí týchto tried z preberaného učiva. Na určenie priemeru hodnôt pri ich spracúvaní je výhodné použiť program MICROSOFT EXCEL a v ňom zabudovanú funkciu AVERAGE. Jej argumentom sú hodnoty údajov, výstupom je ich aritmetický priemer.

Okrem hodnoty aritmetického priemeru skóre je dôležitou charakteristikou i rozloženie skóre didaktického testu jednotlivých žiakov. Pre posúdenie rozloženia skóre určíme smerodajnú odchýlku skóre pre obe triedy. Vychádzame zo vzťahu:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(p_i - \bar{p}\right)^2}{n}$$

s smerodajná odchýlka (pre s^2 sa používa názov rozptyl)
p_i vážené skóre i–teho žiaka
$\bar{p}$ aritmetický priemer skóre didaktického testu
n počet riešiteľov didaktického testu

(V4)

Smerodajná odchýlka je druhou odmocninou rozptylu. Čím väčšia je smerodajná odchýlka, tým viac sú skóre žiakov rozptýlené okolo aritmetického priemeru skóre didaktického testu pre danú triedu. Pri výpočte smerodajnej odchýlky súboru hodnôt v tabuľke sme použili

v programe MICROSOFT EXCEL funkciu STDEVP. Jej argumentom je pole údajov, výstupom je ich smerodajná odchýlka.

Na posúdenie veľkosti smerodajnej odchýlky vzhľadom k priemeru sa zavádza veličina variačný koeficient:

$$V = \frac{s}{\bar{p}} \cdot 100\%$$

V variačný koeficient
s smerodajná odchýlka skóre didaktického testu
$\bar{p}$ aritmetický priemer skóre didaktického testu

(V5)

Variačný koeficient udáva mieru kolísania skóre didaktického testu okolo aritmetického priemeru skóre. V prípade ak $V > 50\%$, súbor je taký nesúrodý, že ho aritmetický priemer nemôže reprezentovať. Potom sa namiesto aritmetického priemeru udáva medián. Medián je hodnota skóre, ktorá rozdeľuje usporiadaný súbor skóre didaktického testu danej triedy na dve polovice. Pri jeho určovaní usporiadame vážené skóre jednotlivých žiakov od najväčšieho po najmenšie. Mediánom bude hodnota skóre žiaka, rozdeľujúca daný zoznam na dve polovice. Na jej určenie pre údaje v tabuľke možno použiť funkciu programu MICROSOFT EXCEL s názvom MEDIAN. Jej argumentom je pole údajov. Výstupom je hodnota mediánu tohto súboru.

Medzi dôležité charakteristiky didaktického testu patrí jeho validita a reliabilita.

Validitou sa rozumie miera, do akej didaktický test meria to, čo merať má. Poznáme obsahovú validitu a kritériovú validitu.

Didaktický test s dobrou obsahovou validitou rovnomerne pokrýva učivo, ktoré má byť jeho náplňou. To znamená, že ak sa napr. *20%* rozsahu učiva počítali úlohy istého typu, tieto úlohy by mali tvoriť i *20%* z úloh výstupného testu po prebraní daného učiva. Pre náš didaktický test sme obsahovú validitu zabezpečili spôsobom zostrojovania testu. Pri výbere úloh sme vychádzali zo špecifickej tabuľky pre dané učivo (*tabuľka 1, str. 178*). Táto tabuľka obsahuje počet hodín venovaných na preberanie jednotlivých častí učiva, čo umožňuje určiť podiel týchto častí v rámci úloh didaktického testu.

Kritériová validita je mierou korelácie medzi výsledkami didaktického testu a iným akceptovaným kritériom vedomostí žiakov. V prípade ohodnotenia didaktického testu známkami je možné vypočítať koreláciu medzi známkami z testu a známkami z predmetu matematika na polročnom vysvedčení. Použijeme pri tom Pearsonov koeficient korelácie:

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{\left\{n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2\right\}\cdot\left\{n\sum y_i^2 - \left(\sum y_i\right)^2\right\}}}$$

n	počet riešiteľov testu
x_i	známka i–teho žiaka z testu
y_i	známka z matematiky na polročnom vysvedčení i–teho žiaka

(V6)

Hodnoty Pearsonovho koeficientu sú čísla z intervalu $\langle -1,1\rangle$. Čím viac sa absolútna hodnota *r* blíži k jednotke, tým väčšia je kritériová validita nášho didaktického testu. Pri výpočte Pearsonovho koeficientu môžeme použiť program MICROSOFT EXCEL. Hodnotu Pearsonovho koeficientu určujeme prostredníctvom funkcie PEARSON. Argumentom je pole údajov 1 a pole údajov 2. Výstupom je hodnota Pearsonovho koeficientu korelácie medzi týmito poľami údajov.

Reliabilita didaktického testu je ukazovateľom presnosti a spoľahlivosti didaktického testu. Test je reliabilný, ak by pri viacerých meraniach na rovnakej vzorke dával štatisticky rovnaké výsledky. V praxi sa reliabilita testu určuje výpočtom.

Pre náš didaktický test sa na určenie reliability hodí Cronbachov vzťah (Tento vzťah je určený pre didaktické testy skórované zložene – takým je i náš didaktický test.):

$$r = \frac{m}{m-1}\cdot\left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{m} s_j^2}{s^2}\right)$$

r	koeficient reliability
m	počet úloh didaktického testu
s^2	rozptyl skóre testu
s_j^2	rozptyl skóre j–tej úlohy testu

(V7)

V uvedenom vzorci použijeme hodnoty rozptylu váženého skóre testu resp. váženého skóre j–tej úlohy. Pre hodnotu reliability blížiacu sa k jednej možno test považovať za presný a spoľahlivý. Ak je hodnota koeficientu reliability nízka, výsledky testu sú nespoľahlivé – nemožno ich použiť pre klasifikáciu ani pre výskumné účely.

2.2.2.2 Dotazník

Na overovanie postojov žiakov k predmetu matematika a k priebehu vyučovania matematiky sme použili dotazník. Výber tejto výskumnej metódy bol daný jednak charakterom získavaných informácií – jednalo sa o subjektívne názory žiakov, jednak veľkosťou výberového súboru.

Nami použitý dotazník (*príloha 3*) sme vytvorili na základe predlohy z diela **R. F. Magera** zaoberajúceho sa zisťovaním postojov žiakov (**Mager, 1971**).

V úvodnej časti dotazníka je žiakom vysvetlený jeho účel. Ďalej je tu uvedená prosba o úprimné odpovede a zdôraznenie anonymity odpovedí. Tieto informácie, ako aj spôsob vyplňovania dotazníka, sme žiakom podali tiež ústne priamo pred samotným vyplňovaním.

Prvá otázka dotazníka má formu polootvorenej položky. Zisťuje obľúbené školské predmety žiakov. Účelom danej otázky je určiť, pre aký počet žiakov matematika predstavuje obľúbený predmet. Ak žiak označí v tejto otázke predmet matematika, možno predpokladať, že jeho postoj k tomuto predmetu resp. k priebehu jeho vyučovania je kladný.

Druhá otázka dotazníka má formu položky s výberom odpovede. Jej cieľom je určiť stupeň atraktivity predmetu matematika pre žiaka.

Tretia otázka má typ Thurstoneovej postojovej škály, t.j. predstavuje rad samostatných výrokov. Tieto vyjadrujú rôznu polaritu postojov žiakov k matematike.

Štvrtá otázka zisťuje, ktoré metódy práce na hodinách matematiky sú pre žiakov atraktívne. Čím viac metód žiak v tejto položke uvedie, tým pozitívnejší je jeho postoj k priebehu vyučovania matematiky.

Piata a šiesta otázka zisťujú niektoré charakteristiky respondenta: jeho pohlavie a známku z matematiky na polročnom vysvedčení.

Siedma otázka skúma pocitové stanovisko žiaka k vyučovaniu predmetu matematika formou položky s výberom odpovede. Umožňuje zistiť tiež intenzitu tohto postoja.

Aby sme stanovili zmenu skúmaných faktorov, zaradili sme tento dotazník na začiatku experimentu i na jeho konci. Pred vyplňovaním dotazníka sme vždy žiakov oboznámili s účelom dotazníka a spôsobom práce s ním. Následne žiaci v neobmedzenom čase písali odpovede na položky dotazníka.

Za účelom štatistického vyhodnotenia dotazníka sme priradili jednotlivým odpovediam číselné hodnoty, uvedené v nasledujúcej *tabuľke 3*.

Tabuľka 3 Skórovanie jednotlivých položiek dotazníka

Položka č.	Odpoveď	Počet bodov
1	ak žiak uviedol predmet matematika	2
	ak žiak neuviedol predmet matematika	0
2	2a	2
	2b	1
	2c	0
	2d	-1
	2e	-2
3	*za každé slovo z množiny:* zaujímavý, užitočný, žartovný, veľmi ľahký, vzrušujúci, veľmi dôležitý, jednoduchý, potrebný.	1
	za každé slovo z množiny: nudný, bezcenný, jednotvárny, zložitý chladný, neužitočný, veľmi ťažký,	-1
4	za každú uvedenú činnosť	1
7	7a	2
	7b	1
	7c	-1
	7d	-2

Po vyplnení dotazníka žiakmi priradíme body jednotlivým odpovediam podľa hore uvedeného počtu bodov. Súčet dosiahnutých bodov je mierou postoja žiaka k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania. V prípade, že výsledné skóre je záporné, veľkosť jeho absolútnej hodnoty udáva mieru negatívneho postoja žiaka. V prípade nulového výsledného skóre žiakove postoje k predmetu matematika sú neutrálne. Kladné výsledné skóre ukazuje, že u žiaka prevládajú pozitívne postoje. Veľkosť kladného skóre je teda mierou pozitívnych postojov žiakov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.

Aby sme mohli charakterizovať experimentálnu a kontrolnú triedu z hľadiska výsledkov v dotazníku, potrebujeme určiť ich štatistické parametre. Hodnotou skóre charakterizujúcou triedu bude aritmetický priemer skóre jednotlivých žiakov:

$$\overline{S} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i}{n}$$

$\overline{S}$ aritmetický priemer skóre pre danú triedu

S_i skóre dotazníka i–teho žiaka

n počet žiakov triedy

(V8)

Pre zistenie rozdielov medzi výsledkami skóre jednotlivých žiakov určíme smerodajnú odchýlku týchto výsledkov. Použijeme vzťah:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(S_i - \bar{S}\right)^2}{n}}$$

s	smerodajná odchýlka
S_i	vážené skóre i–teho žiaka
$\bar{S}$	aritmetický priemer skóre dotazníka
n	počet žiakov vyplňujúcich dotazník

(V9)

Na posúdenie veľkosti smerodajnej odchýlky vzhľadom k priemeru použijeme ako pri didaktickom teste veličinu variačný koeficient:

$$V = \frac{s}{\bar{S}} \cdot 100\%$$

V	variačný koeficient
s	smerodajná odchýlka skóre dotazníka
$\bar{S}$	aritmetický priemer skóre dotazníka

(V10)

Ak je hodnota variačného koeficientu do *50%*, triedu možno charakterizovať priemernou hodnotou skóre dotazníka. V prípade, že variačný koeficient je väčší ako *50%*, na charakteristiku skúmanej vzorky sa používa medián. Postup jeho určenia ako aj určenia ostatných štatistických parametrov pomocou programu EXCEL je uvedený pri opise spracovania didaktického testu.

Dotazník, rovnako ako iné výskumné nástroje, je charakteristický jeho validitou a reliabilitou.

Validita, t. j. odpoveď na otázku, či náš dotazník určuje to, čo určovať má, je daná jeho konštrukciou. Vychádzali sme pri nej z predlohy, vytvorenej odborníkom na určovanie postojov žiakov k vyučovaniu (**Mager, 1971**). Obdobne konštruované dotazníky boli použité aj vo výskumoch slovenských vedcov (**Turek, 1984**).

Reliabilitu použitého dotazníka možno určiť na základe vzťahu:

$$r = \frac{m}{m-1} \cdot \left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{m} s_j^2}{s^2} \right)$$

r	koeficient reliability
m	počet položiek dotazníka
s^2	rozptyl skóre dotazníka
s_j^2	rozptyl skóre j–tej položky dotazníka

(V11)

Pre hodnotu reliability, ktorej absolútna hodnota je blízka jednej, možno dotazník považovať za presný a spoľahlivý.

2.2.2.3 Štatistická verifikácia hypotéz výskumu

Na overenie hypotéz výskumu **H1** a **H2** použijeme ich štatistickú verifikáciu. Jej podstatou je snaha ukázať, že platia uvedené vzťahy:

H1: $D_{E2} > D_{E1,}$ kde D_{E1} je stredná hodnota (priemer resp. medián) skóre úvodného dotazníka v experimentálnej triede. D_{E2} je stredná hodnota skóre dotazníka zaradeného v experimentálnej triede na konci experimentu.

Táto nerovnosť je vlastne vyjadrením našej pracovnej hypotézy H1.

H1: *Vhodnou integráciou didaktických hier do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania zlepšenie postojov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.*

Oproti našej hypotéze stojí tzv. nulová hypotéza (viz. **Kerlinger, 1972, s. 178; Spagnolo a Čižmár, 2003, s. 149**). Jej vyjadrením je vzťah:

$H1_0$: $D_{E2} = D_{E1}$

Nulová hypotéza je očakávanie, že medzi nezávislou premennou v experimente a meranou závislou premennou nie je nijaký vzťah. V našom prípade je to predpoklad, že používanie didaktických hier v rámci vyučovania nemá vplyv na postoje žiakov k matematike a k priebehu jej vyučovania.

Týmto spôsobom zapíšeme i druhú pracovnú hypotézu nášho výskumu, ktorá znela:

H2 *Vďaka aktívnej práci žiakov v rámci didaktických hier integrovaných do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania vyššiu úroveň vedomostí z prebratého učiva a lepšiu schopnosť riešiť matematické úlohy súvisiace s daným učivom ako žiaci vyučovaní bez používania hier.*

Zápis tejto hypotézy a k nej nulovej hypotézy:

H2: $T_E > T_{K,}$ kde T_E je stredná hodnota skóre didaktického testu v experimentálnej triede. T_K je stredná hodnota skóre tohto testu v kontrolnej triede.

$H2_0$: $T_E = T_K$

Cieľom štatistickej verifikácie je ukázať, že dosiahnuté výsledky ukazujú štatisticky významnú odchýlku od nulových hypotéz a to smerom ku predpokladom pracovných hypotéz.

Na tento účel použijeme **t-test**. Jedná sa o parametrický test, slúžiaci na určenie štatistickej významnosti rozdielnosti stredných hodnôt dvoch súborov údajov. (Predpokladom

použitia t-testu je rovnaké pravdepodobnostné rozdelenie oboch súborov, čo je pri údajoch získaných v našom experimente splnené.) Vstupnými parametrami testu sú stredné hodnoty oboch súborov údajov a smerodajné odchýlky týchto súborov. Keďže tieto hodnoty v rámci experimentu získame, zvolili sme t-test ako metódu štatistickej verifikácie.

Parametrami t-testu budú v prípade nami testovaných hypotéz nasledovné hodnoty:

Pre **H1** bude charakteristikou prvého súboru údajov stredná hodnota skóre dotazníka na začiatku experimentu v experimentálnej triede, smerodajná odchýlka týchto skóre a počet respondentov. Druhý súbor bude charakterizovaný strednou hodnotou skóre dotazníka na konci experimentu, smerodajnou odchýlkou a počtom respondentov; to všetko v rámci experimentálnej triedy.

Pre **H2** sú vstupnými údajmi vážené percentuálne skóre žiakov experimentálnej a kontrolnej triedy. Za účelom parametrickej analýzy týchto údajov pomocou t-testu je potrebné upraviť dané údaje pomocou arkussínusovej transformácie (používanej na vyrovnanie rozptylu údajov, ktoré sú vo forme percent resp. pomerov). Vzťah pre túto transformáciu je:

$$Y' = \sin^{-1}\sqrt{Y}$$

Y pôvodná hodnota skóre didaktického testu

Y' transformovaná hodnota Y

(V12)

Potom pre verifikáciu hypotézy **H2** budú parametrami t-testu pre prvý súbor údajov stredná hodnota transformovaných výsledkov didaktického testu, smerodajná odchýlka týchto výsledkov a počet riešiteľov testu v experimentálnej triede. Parametrami pre druhý súbor sú tie isté hodnoty v kontrolnej triede.

Opíšeme si teraz postup pri t-teste. Vychádzame pritom z diela **F. Kerlingera** *Základy výzkumu chování*, uvedený postup nájdeme tiež vo väčšine literatúry zaoberajúcej sa štatistickým vyhodnocovaním údajov. (Niekedy sa uvedený postup nazýva *dvojvýberový t-test*, resp. *Studentov test*, resp. *Studentov t-test*. Pri uvedenom teste sa obyčajne používa *Studentovo t-rozdelenia pravdepodobnosti*. Toto pravdepodobnostné rozdelenie vychádza z normálneho Gaussovho rozdelenia, zohľadňujúc menší počet údajov.) Budeme opisovať všeobecný prípad. Aplikácia tohto postupu na naše hypotézy **H1** a **H2** je triviálna.

Majme dva súbory údajov. Charakteristikami prvého súboru je priemerná hodnota údajov (resp. medián), označíme ju M_A, ďalej je to smerodajná odchýlka týchto údajov, označíme je SD_A. Poslednou charakteristikou prvého súboru bude počet v ňom obsiahnutých údajov, N_A. Podobne charakteristikami druhého súboru bude postupne jeho stredná hodnota (priemer resp. medián), smerodajná odchýlka a počet údajov; označenie: M_B, SD_B a N_B.

Ako prvý krok v t-teste určíme hodnotu výberových chýb priemerov na základe vzťahov:

$$SE_A = \frac{SD_A}{\sqrt{N_A - 1}}$$

SE_A výberová chyba priemeru prvého súboru M_A
SD_A smerodajná odchýlka hodnôt súboru
N_A počet údajov obsiahnutých v prvom súbore

(V13a)

$$SE_B = \frac{SD_B}{\sqrt{N_B - 1}}$$

SE_B výberová chyba priemeru druhého súboru M_B
SD_B smerodajná odchýlka hodnôt súboru
N_B počet údajov obsiahnutých v druhom súbore

(V13b)

Objasníme si význam výberovej chyby priemeru. Predstavme si, že by sme náš experiment robili na veľkom počte skupín, každá má N_A žiakov. Pre každú skupinu dostaneme inú hodnotu priemeru (M_{A1}, M_{A2}, ...). Stredná hodnota súboru týchto čiastkových priemerov je vlastne charakteristikou základného súboru (celej populácie). Výberová chyba priemeru je odhadom smerodajnej odchýlky súboru čiastkových priemerov. Hovorí nám teda o miere kolísania súboru priemerov, ak by sme robili postupne experiment pre celú populáciu.

Nás zaujíma štatistická významnosť rozdielu medzi strednou hodnotou prvého a druhého súboru. Za týmto účelom zistíme výberovú chybu rozdielov medzi priemermi M_A a M_B. Vychádzame zo vzťahu:

$$SE_{A-B} = \sqrt{SE_A{}^2 + SE_B{}^2}$$

SE_{A-B} výberová chyba rozdielov medzi priemermi M_A a M_B
SE_A výberová chyba priemeru prvého súboru M_A
SE_B výberová chyba priemeru druhého súboru M_B

(V14)

Objasnime si zmysel výberovej chyby rozdielov medzi priemermi M_A a M_B. Ak by sme urobili náš výskum pre veľký počet skupín dostaneme hodnoty priemerov M_{A1}, M_{B1}, M_{A2}, M_{B2}, ... Pre každú takúto dvojicu urobíme rozdiel priemerov ($M_{A1} - M_{B1}$, $M_{A2} - M_{B2}$, ...). Výberová chyba rozdielov medzi priemermi je odhadom smerodajnej odchýlky súboru týchto rozdielov urobeným pre celú populáciu. Jej hodnota udáva mieru kolísania hodnôt priemerov, ktorá je daná náhodou. To znamená, že vplyvom náhody budú hodnoty rozdielu $M_A - M_B$ kolísať o hodnotu výberovej chyby rozdielov medzi priemermi M_A a M_B.

Teraz sme pripravení vykonať t-test dosiahnutých hodnôt priemerov M_A a M_B. Vypočítame nasledovný pomer:

$$t = \frac{M_A - M_B}{SE_{A-B}}$$

t hodnota t-testu
M_A priemerná hodnota údajov prvého testovaného súboru
M_B priemerná hodnota údajov druhého testovaného súboru
SE_{A-B} výberová chyba rozdielov medzi priemermi M_A a M_B

(V15)

Hodnota t-testu udáva, o koľko násobkov smerodajnej odchýlky vybočil nameraný rozdiel medzi M_A a M_B od hypotetickej strednej hodnoty (tou je nulový rozdiel medzi priemermi).

Ak by sme v oboch náhodne vybraných skupinách nevykonali žiadne experimentálne manipulácie, nemali by sme zaznamenať nijaké významné rozdiely medzi priemermi M_A a M_B. Prípadné rozdiely by boli spôsobené len náhodným kolísaním a ich vybočenia by boli približne na úrovni hodnoty SE_{A-B}. Hodnota t-testu by neprekračovala jednotku.

V prípade, že hodnota t-testu je väčšia ako jedna, možno predpokladať vplyv niečoho iného ako náhody. Je to pravdepodobne vplyv experimentálnej podmienky, teda manipulácia s nezávislou premennou. (Či naozaj ide o vplyv manipulácie s touto premennou závisí od správnej realizácie experimentu.)

Hladina významnosti odchýlky medzi M_A a M_B je daná hodnotou t-testu. Pri väčšine výskumov možno vychádzať z jednoduchého pravidla:

Pri hodnote t-testu pohybujúcej sa okolo čísla *2* je rozdiel významný na hladine blízkej *0,05*. Je to postačujúca významnosť pre väčšinu experimentov. Hodnoty t-testu v okolí čísla *2,7* ukazujú významnosť rozdielu na hladine blízkej *0,01*. Jedná sa o štatisticky veľmi významný rozdiel medzi súbormi. Pre hodnoty t-testu v okolí čísla *3,5* a vyššie sa jedná o štatisticky veľmi vysoko významný rozdiel medzi skúmanými súbormi. Hladina významnosti je v tomto prípade pod *0,001*. (Tieto hodnoty zodpovedajú Studentovmu rozdeleniu pre celkový počet údajov v testovaných súborov vyšší ako 50.)

Pre väčšiu presnosť posúdenia hladiny významnosti je potrebné použiť tabuľky pre dvojstranné Studentovo t-rozdelenie s príslušným stupňom voľnosti. (Počet stupňov voľnosti je daný počtom údajov v prvom súbore plus počtom údajov v druhom súbore zmenšený o počet skupín t.j. o dva. Pri našom označení je teda stupňom voľnosti $N_A + N_B - 2$.) Tieto tabuľky sú súčasťou väčšiny literatúry zaoberajúcej sa štatistickým spracovaním údajov. Hladinu významnosti prislúchajúcu hodnote t-testu možno určiť tiež pomocou programu MICROSOFT EXCEL. Použijeme funkciu TDIST. Jej argumentmi sú hodnota t-testu (v danej funkcii označená ako *X*), počet stupňov voľnosti a strany (Ak má argument *strany* hodnotu 1

jedná sa o jednostranné, pri hodnote 2 o obojstranné Studentovo rozdelenie. V našom výskume údaje vyhovujú obojstrannému Studentovmu rozdeleniu.).

Jednoduchým spôsobom možno určiť hodnotu t-testu pomocou programu MICROSOFT EXCEL. Slúži na to funkcia TTEST. Jej argumentmi sú pole údajov jedna, pole údajov dva (teda testované súbory údajov), strany (Pri hodnote tohto argumentu rovnej 1 sa jedná o jednostranné Studentovo rozdelenie, v našom prípade treba použiť hodnotu 2, prislúchajúci obojstrannému Studentovmu rozdeleniu.) a typ (Pre hodnotu tohto argumentu 1 ide o párový t-test, kde vždy dvojice údajov z oboch súborov zodpovedajú – napr. pochádzajú od jedného respondenta. Hodnota 2 prislúcha dvojvýberovému testu s rovnakým rozptylom, v našom prípade treba použiť hodnotu argumentu 3 prislúchajúcu dvojvýberovému testu s nerovnakým rozptylom v rámci daných súborov údajov.). Výstupom funkcie TTEST je priamo hladina štatistickej významnosti rozdielu stredných hodnôt testovaných súborov.

2.2.3 Výber použitých didaktických hier

Výber didaktických hier použitých počas experimentu sme realizovali po dôkladnej analýze daného tematického celku. Podľa obsahu učiva jednotlivých tém tematického celku a na základe osnov pre daný ročník základnej školy sme stanovili edukačné ciele. Podľa týchto cieľov sme vybrali hry vyhovujúce na ich realizáciu. Čerpali sme z literatúry obsahujúcej didaktické hry určené na použitie v rámci vyučovania matematiky (**Brincková, 1994; Burjan, Bachratý a Bachratá, 1989; Burjan a Burjanová, 1991; Foltinová a Novotná, 1997; Ivančíková, 2002; Kárová, 1994; Kárová, 1996; Krejčová a Volfová, 1994; Môťovská, 1994; Roth, 1980; Vankúš, 2002; Žmuráň, 1985**).

Po zvážení pútavosti daných hier, formy a spôsobu ich realizácie a primeranosti pre žiakov sme vybrali hry najvhodnejšie pre zaradenie do experimentu.

2.2.4 Organizácia výskumu

V rámci tejto kapitoly opíšeme organizáciu a priebeh výskumu.

Ako sme už spomínali výskum efektívnosti matematických hier sme realizovali v dvoch fázach. Prvá sa uskutočnila v školskom roku 2002/2003 od 28. apríla 2003 do 23. mája 2003. Druhá fáza výskumu prebehla v školskom roku 2004/2005 od 27. apríla 2005 do 26. mája 2005. Počas prvej fázy výskumu som počas tohto obdobia vyučoval v experimentálnej ako aj v kontrolnej triede ja. Tento postup sme zvolili jednak pre úplnú kontrolu priebehu experimentu, ďalšou príčinou bola snaha zaistiť čo najvyššiu validitu a reliabilitu experimentu (korektné oddelenie postupov v rámci experimentálnej a kontrolnej triedy). V druhej fáze experimentu sme výučbu v oboch triedach prenechali vyučujúcej, my sme sa postarali o integráciu didaktických hier do vyučovacieho procesu. Týmto spôsobom sme dosiahli jednak maximálnu prirodzenosť vyučovacieho procesu počas experimentu, overili sme tiež vhodnosť použitých hier v oproti prvej fáze mierne odlišných spôsoboch výučby.

Pri preberaní učiva sme v oboch fázach výskumu vychádzali z osnov pre 5. ročník ZŠ a z používanej učebnice *Matematika pre 5. ročník základných škôl. 2. časť. Bratislava, SPN 1998* od **O. Šedivého** a **M. Malperovej**. Ak v opise hodín spomíname učebnicu bez ďalšieho upresnenia, myslí sa tým uvedená učebnica.

Pri samotnom experimente bolo v experimentálnej i kontrolnej triede učivo preberané v rovnakom časovom i obsahovom slede. Postup v experimentálnej triede sa líšil tým, že isté aktivity prebiehajúce v kontrolnej triede štandardným spôsobom sme realizovali s použitím didaktických hier. Pri opise jednotlivých hodín preto uvedieme spoločnú časť a následne opíšeme rozdielne postupy v rámci tried.

Nasleduje opis priebehu výskumu v rámci jednotlivých hodín. Tento opis zachytáva časový sled jednotlivých aktivít, tak ako prebiehali v skutočnosti v rámci prvej fázy experimentu. Výučba v druhej fáze sa ale vzhľadom na používanie rovnakej učebnice a porovnateľnej metodike výučby líši len nepatrne. Použité didaktické hry, ich začlenenie do učiva, ako aj ich priebeh a obsah boli v oboch fázach výskumu totožné. Totožné boli aj náhradné aktivity slúžiace namiesto hier v rámci kontrolnej triedy.

Dotazníkový prieskum

Cieľ hodiny: Zoznámenie sa so žiakmi, uskutočnenie vstupného dotazníkového prieskumu.

Pomôcky: **dotazníky** (*príloha 3*).

Priebeh výskumnej činnosti:

Na hodine sme sa zoznámili so žiakmi. Nasledovali úlohy na určovanie obsahu útvarov v štvorcovej sieti. Tieto úlohy majú za cieľ jednak priblížiť žiakom pojem obsah, jednak tvoria propedeutiku vzorcov na výpočet obsahu obdĺžnika a štvorca.

Na záver hodiny žiaci vyplnili dotazník, zisťujúci ich postoje k vyučovaniu predmetu matematika (*príloha 3*).

Komentár k hodine:

Prvá hodina mala v experimentálnej i kontrolnej triede rovnaký priebeh. V experimentálnej triede sme navyše žiakov informovali o tom, že v najbližšom období bude v ich triede prebiehať experiment, týkajúci sa používania didaktických hier v matematike.

Hra Kruhy

Cieľ hodiny: Upevnenie pojmu obsah. Precvičovanie určovania obsahu obrazcov v štvorcovej sieti.

Pomôcky: Učebnica, súbor úloh k hre Kruhy a výsledková listina (experimentálna trieda – *exp*.), zadania úloh (kontrolná trieda – *kont.*).

Štruktúra vyučovacej hodiny:

1. Zápis do triednej knihy	2 min
2. Opakovanie učiva z minulej hodiny	5 min
3. Kontrola DÚ	3 min
4. Riešenie úlohy 2, s. 68 učebnice	5 min
5. Úloha 3, s. 68 učebnice	10 min
6. Cvičenie 1, s. 69 učebnice	5 min
7a. Hra Kruhy (exp.)	15 min
7b. Riešenie úloh štandardne (kont.)	15 min

Priebeh výskumnej činnosti:

Na začiatku hodiny sme zopakovali učivo minulej hodiny. Po následnej kontrole DÚ sme pristúpili k riešeniu úloh na určovanie obsahu obrazcov v štvorcovej sieti. Precvičenie sme robili formou samostatnej práce žiakov. V experimentálnej triede sme túto prácu

realizovali formou didaktickej hry **Kruhy**. Žiaci v kontrolnej triede riešili tie isté úlohy ako žiaci v hre samostatne v laviciach. Aktivity v jednotlivých triedach teraz opíšeme oddelene.

Experimentálna trieda:

Na úvod sme žiakov oboznámili s obsahovou náplňou a formou práce počas nasledujúcej činnosti. Žiaci boli rozdelení do skupín po šesť (resp. sedem) hráčov – podľa ich usadenia v laviciach. Ústne sme im prezentovali pravidlá didaktickej hry:

Kruhy

Cieľ danej hry: Aktívne riešenie úloh týkajúcich sa určovania obsahu obrazca v štvorcovej sieti. Oboznámenie žiakov s metódou práce formou didaktických hier.

Počet hráčov: Celá trieda, 3 skupiny po 6 hráčoch a 1 skupina 7 hráčov.

Pomôcky: Sada úloh rôznej obtiažnosti, rovnaká pre každú skupinu (*príloha 4*). Úlohy sú na kruhových papieroch, rozdielnu obtiažnosť signalizuje farba opačnej strany papiera: zelená 4 bodovú úlohu, modrá 7 bodovú a červená 12 bodovú. Výsledková listina pre skupinu.

Čas trvania hry : 15 – 20 min.

Pravidlá: Žiakom do každej skupiny pridelíme sadu úloh, ktorá obsahuje úlohy rôznej obtiažnosti. Počas hracieho času si každý žiak zo skupiny vyberá a rieši úlohy. Riešenia spolu s číslami úloh zapisuje skupina na výsledkovú listinu. Na základe výsledkovej listiny sa urobí kontrola riešení a vyhodnotenie. Správne vypočítaná úloha je ohodnotená príslušným počtom bodov, cieľom skupín je získať čo najviac bodov.

Pozitívne črty danej hry:

– diferencovaná náročnosť úloh

– aj slabší žiak má možnosť prispieť k úspechu skupiny

– vnútorná motivácia žiakov súťaživosťou

Priebeh hry a záverečné vyhodnotenie:

Po vysvetlení pravidiel sme žiakom v rámci skupiny rozdali sadu nami vytvorených úloh a výsledkovú listinu. Sada úloh pozostávala z úloh na určovanie obsahov útvarov v štvorcovej sieti (*príloha 4*). Výsledková listina obsahovala čísla úloh a voľné miesto na pripísanie výsledkov. Skupina na ňu napísala svoje mená a získané výsledky – to umožnilo vyučujúcemu kontrolu riešení.

Pre motiváciu žiakov k aktívnej práci sme sa rozhodli, že získané body z tejto hry sa pripíšu každému z členov skupiny. Následne sa budú k nim pripočítavať aj body získané v rámci ďalších hier. Piati žiaci s najlepším skóre získajú na konci tematického celku jednotku za aktivitu. So správnosťou riešení úloh a s dosiahnutým súčtom bodov oboznámil žiakov vyučujúci na nasledujúcej hodine.

Samotné rátanie úloh trvalo okolo 15 minút. Žiakom sa podarilo vyriešiť väčšinu úloh, veľká bola tiež úspešnosť ich riešení.

Kontrolná trieda:

Žiaci v lavici riešili vybranú časť z úloh použitých v rámci hry Kruhy (*príloha 6*). Počet úloh je menší ako v hre, keďže úlohy riešia žiaci samostatne. Riešenia úloh sa skontrolujú hromadne na nasledujúcej hodine.

Komentár k hodine:

Hra zaradená v experimentálnej skupine mala bezproblémový priebeh. Žiakov táto forma práce zaujala. Boli motivovaní súťaživosťou medzi skupinami, pracovali aktívne. (*Postreh: Vyučujúci sa nesmie zľaknúť skutočnosti, že pri tvorbe skupín a pracovného prostredia (spájanie lavíc) je v triede väčší hluk. Rovnako aj činnosť počas hry je spojená s istým „pracovným šumom“.)*

Hra Domino

Cieľ hodiny: Zavedenie základných jednotiek obsahu a ich premeny.

Pomôcky: Učebnica, sady k hre Domino (exp.), zadania úloh (kont.).

Štruktúra vyučovacej hodiny:

1. Zápis do triednej knihy	2 min
2. Opakovanie učiva z minulej hodiny	3 min
3. Kontrola DÚ	5 min
4. Zavedenie áru, hektáru a km^2 (s. 71 učebnice)	10 min
5. Premeny medzi árom, hektárom, km^2 a ostatnými jednotkami (úlohy 9 a 10, s. 73 učebnice)	15 min
6a. Hra Domino (exp.)	10 min
6b. Riešenie rovnakých úloh ako v hre štandardne (kont.)	10 min.

Priebeh hodiny:

Po prebraní všetkých základných jednotiek obsahu sme cvičili ich vzájomné premeny. V rámci experimentálnej triedy sme to robili prostredníctvom hry **Domino**. V kontrolnej triede žiaci namiesto toho počítali úlohy prevzaté z tejto hry samostatne v laviciach. Postupy v jednotlivých triedach opíšeme osobitne.

Experimentálna trieda:

Za účelom precvičenia premien jednotiek obsahu sme zaradili didaktickú hru Domino. Na úvod sme objasnili žiakom cieľ tejto aktivity. Následne sme žiakom ústne prezentovali pravidlá hry Domino. Pravidlá sme tiež ilustrovali na ukážkovej hre.

Domino

Cieľ danej hry:	Aktívne precvičovanie premeny jednotiek obsahu celou triedou. Spätná väzba pre žiakov aj učiteľa o zvládnutí daného učiva.
Počet hráčov:	Celá trieda, žiaci pracujú v skupinách po 2 hráčoch.
Pomôcky:	Sada hracích dominových kameňov s hodnotami jednotiek obsahu (*príloha6*).
Čas trvania hry :	10 min – 20 min
Pravidlá:	Dominová kamene sa premiešajú a rozložia obrátené číslami k stolu. Jeden z kameňov sa obráti. Následne sa žiaci striedajú v ťahu. Ťah spočíva v obrátení jedného z predtým neobrátených kameňov. Ak je možné priložiť ho k ostatným vyloženým, žiak tak môže urobiť (nemusí), inak si ho ponechá. Priložiť možno kameň s rovnakou hodnotou obsahu na priloženej strane (tieto hodnoty sú uvedené v rôznych jednotkách). Víťazí hráč, ktorý má najmenej kameňov, ktoré sa na konci hry už nedajú k ostatným na stole pridať.

Pozitívne črty danej hry:

– vnútorná motivácia žiakov súťaživosťou

– vzájomná kontrola žiakov v skupine

– aktivizácia celej triedy

Priebeh hry a záverečné vyhodnotenie:

Po vysvetlení pravidiel sme rozdali hracie sady – dominové kamene z tvrdého papiera s hodnotami obsahu (*príloha 6*). Žiaci hrali danú hru v laviciach. Dosiahnuté skoré zapisovali. Samotné hranie trvalo zhruba 10 minút. Žiaci stihli odohrať dve až tri partie. Následne odovzdali vyučujúcemu podpísané zápisy skóre. Za každú výhru žiak dostal 10 bodov do našej súťaže o jednotku za aktivitu na konci tematického celku.

Kontrolná trieda:

V kontrolnej triede sme namiesto hry Domino riešili úlohy na premenu jednotiek obsahu. Tieto úlohy boli totožné s premenami jednotiek, potrebných v didaktickej hre. Žiaci dostali zadania, na ktorých boli v dvoch stĺpcoch hodnoty obsahu (*príloha 7*). Potrebné bolo určiť navzájom si zodpovedajúce dvojice hodnôt. Žiaci pracovali samostatne v laviciach. Kontrolu riešení sme urobili na nasledujúcej vyučovacej hodine.

Komentár k hodine:

Hra v experimentálnej triede prebiehala celkovo bez problémov. Žiakov herná činnosť zaujala, pracovali aktívne a s chuťou. Obmedzením bol krátky čas na samotnú hernú aktivitu. Ako veľmi dôležité sa ukázalo zaradenie ukážkových ťahov – pre lepšie pochopenie pravidiel hry. Ako sa ukázalo v prvej fáze experimentu 10 minút nestačilo na úplné vyžitie sa žiakov v hre. V druhej fáze experimentu bolo preto hre venovaných 20 minút na začiatku hodiny určenej na opakovanie premien jednotiek obsahu.

Hra Šifrovaná 1

Cieľ hodiny: Aplikácia vzorcov na výpočet obsahu štvorca a obdĺžnika v jednoduchých úlohách.

Pomôcky: Sada k hre Šifrovaná (exp.), zadania úloh (kont.).

Štruktúra vyučovacej hodiny:

1. Zápis do triednej knihy	2 min
2. Kontrola DÚ	3 min
3. Opakovanie vzorcov na výpočet obsahov a obvodov štvorca a obdĺžnika	5 min
4a. Hra Šifrovaná (exp.)	30 min
4b. Riešenie rovnakých úloh ako v hre štandardne (kont.)	30 min.

Priebeh hodiny:

Na úvod hodiny sme skontrolovali riešenia DÚ. Pokračovali sme zopakovaním vzorcov na výpočet obsahov a obvodov štvorca a obdĺžnika. Používanie týchto vzťahov v rámci riešenia úloh bolo ďalšou náplňou hodiny. V experimentálnej triede sme to realizovali prostredníctvom hry **Šifrovaná.** V kontrolnej triede žiaci namiesto toho počítali úlohy, totožné s úlohami použitými v hre, samostatne v laviciach. Postupy v jednotlivých triedach opíšeme osobitne.

Experimentálna trieda:

Za účelom precvičenia riešenia úloh s použitím vzťahov na výpočet obsahov a obvodov štvorca a obdĺžnika sme zaradili didaktickú hru Šifrovaná.

Šifrovaná

Cieľ hry: Pútavé precvičenie danej látky formou didaktickej hry; spätná väzba o zvládnutí učiva pre žiakov aj učiteľa.

Počet hráčov: Celá trieda, družstvá po 2 hráčoch.

Pomôcky: Sada úloh pre každé družstvo (*príloha 8*); jedná sa o úlohy s použitím vzťahov na výpočet obsahov a obvodov štvorca a obdĺžnika. Pri každej úlohe je uvedené jedno písmeno abecedy. Zašifrovaný text (*príloha 9*) sa skladá s čísel, oddelených čiarkami. Tieto čísla sú výsledkami daných úloh. Text odšifrujeme zámennou čísiel za písmená, napísané pri príkladoch, pre ktorých sú dané čísla výsledkami.

Čas trvania hry: 30 min

Pravidlá: Družstvá riešia úlohy, čím získavajú kľúč na riešenie šifry. Cieľom hry je odkódovať zašifrovaný odkaz (hádanku). Vyhráva družstvo, ktorému sa to podarí prvému.

Pozitívne črty danej hry:

– aktívna práca celej triedy

– ľahká kontrola správnosti práce (dešifrovaný odkaz)

– učenie sa spolupráci v rámci skupiny

– vnútorná motivácia žiakov súťaživosťou

Priebeh a záverečné vyhodnotenie hry:

Na úvod sme žiakom rozdali zadania úloh a hárky na odpovede. Následne sme žiakom ústne vysvetlili pravidlá hry, spôsob odkódovania a bodovanie. Zaradili sme ukážkový postup pre odkódovanie písmena *A*. Žiaci potom samostatne pokračovali v odkódovaní ďalších písmen. Vyhodnotenie sme spravili na nasledujúcej hodine. Za každé správne odkódované písmeno sme dali 5 bodov do našej súťaže. Za správny text odkódovanej správy sme pridelili ďalších 20 bodov. Ako bonus sme udelili 20 bodov pre žiakov, ktorí uviedli správnu odpoveď na zašifrovanú hádanku.

Kontrolná trieda:

V kontrolnej triede žiaci namiesto hry Šifrovaná riešili úlohy, pričom spolupracovali dvojice v laviciach. Zadania úloh boli zhodné s tými, čo boli použité v rámci hry. Kontrolu riešení sme urobili na nasledujúcej vyučovacej hodine.

Komentár k hodine:

Hra v experimentálnej triede prebiehala bez problémov. Žiaci pracovali aktívne a s nadšením. Väčšine žiakov sa nepodarilo odšifrovať celý odkaz. Kvôli ich záujmu sme to dokončili na ďalšej vyučovacej hodine, po bodovom vyhodnotení súťaže. Tiež sme prepočítali najťažšie úlohy. Kontrolu výsledkov a prepočítanie problémových úloh sme urobili na ďalšej hodine aj v kontrolnej triede. V druhej fáze experimentu sme hre venovali celých 45 minút vyučovacieho času. Väčšina žiakov riešila všetky úlohy, veľký počet žiakov odkódoval celý odkaz.

Hra Šifrovaná 2

Cieľ hodiny: Odstránenie nedostatkov v riešení úloh na výpočet obsahov a obvodov štvorca a oblžnika. Postup riešenia slovných úloh.

Pomôcky: Sada k hre Šifrovaná (exp.), zadania úloh z predošlej hodiny (kont.), učebnica.

Štruktúra vyučovacej hodiny:

1. Zápis do triednej knihy	2 min
2a. Vyhodnotenie hry Šifrovaná (exp.)	20 min
2b. Kontrola riešení úloh z predošlej hodiny (kont.)	20 min
3. Ukážkové riešenie slovnej úlohy (s. 85 učebnice)	15 min
4. Zadanie DÚ (s. 85, cvičenie 1)	3 min

Priebeh hodiny:

Na úvod hodiny sme sa v experimentálnej triede vrátili k hre Šifrovaná. Prepočítali sme úlohy, ktoré robili v hre najväčšie problémy. Následne sme žiakom odovzdali obodované hárky s odpoveďami. Pre záujem žiakov sme na tabuľu uviedli všetky zodpovedajúce dvojice písmen a čísel. Žiaci si samostatne dokončili odkódovanie správy a uvažovali nad riešením hádanky, ktorú správa predstavovala. Po jej uhádnutí sme prešli k ďalším aktivitám.

V kontrolnej triede sme v rámci úvodu hodiny skontrolovali správne riešenia úloh z minulej hodiny. Úlohy, ktoré robili problém, sme vyriešili.

Hra Športka

Cieľ hodiny: Precvičenie riešenia slovných úloh na výpočet obsahov a obvodov útvarov zložených zo štvorcov a obdĺžnikov.

Pomôcky: Učebnica, príslušenstvo k hre Športka (exp.), zadania úloh (kont.).

Štruktúra vyučovacej hodiny:

1. Zápis do triednej knihy	2 min.
2. Kontrola DÚ	5 min.
3. Riešenie cvičenia 11, s. 87 učebnice	10 min.
4a. Hra Športka (exp.)	25 min.
4b. Riešenie rovnakých úloh ako v hre štandardne (kont.)	25 min.

Priebeh hodiny:

Na úvod hodiny sme skontrolovali riešenia DÚ. Pokračovali sme riešením cvičenia 11 zo strany 87 učebnice (jedná sa o slovnú úlohu). Po vyriešení tohto cvičenia sme prešli k precvičovaniu riešenia slovných úloh. V rámci experimentálnej triedy sme to realizovali prostredníctvom hry **Športka.** V kontrolnej triede žiaci namiesto toho počítali úlohy, totožné s úlohami použitými v hre, samostatne v laviciach. Postupy v jednotlivých triedach opíšeme osobitne.

Experimentálna trieda:

Didaktickú hru sme zaradili za účelom precvičenia riešenia slovných úloh na výpočty obvodov a obsahov obrazcov zložených zo štvorcov a obdĺžnikov. Jednalo sa o didaktickú hru Športka.

Športka

Didaktický cieľ hry: Aktívne počítanie slovných úloh celou triedou. Spätná väzba o zvládnutí daného učiva pre žiakov aj pre učiteľa.

Počet hráčov: Celá trieda, spolupracujú dvojice v laviciach.

Pomôcky: Sada úloh pre každú dvojicu (*príloha 10*), tiket (papier s okienkami, kde sa k číslu príkladu pripíše výsledok).

Čas trvania hry: 20 min.

Pravidlá: Žiaci riešia úlohy a výsledky zapisujú do tiketu. Úlohy aj okienka tiketu sú očíslované. Výsledok úlohy sa zapisuje do okienka s rovnakým číslom ako mala táto úloha. Po skončení práce si vždy po dve lavice navzájom skontrolujú výsledky. Správny výsledok označia krížikom; nesprávny resp. žiadny

výsledok nechajú bez označenia. Cieľom dvojíc v lavici je získať čo najväčší počet krížikov vo svojom tikete.

Pozitívne črty danej hry:

– aktivizácia celej triedy

– vnútorná motivácia žiakov súťaživosťou

– vzájomná kontrola žiakov odbremeňuje učiteľa

– rozvoj schopnosti spolupráce

Priebeh a záverečné vyhodnotenie hry:

Na úvod sme žiakom rozdali do lavice po dve zadania úloh (*príloha 10*) a jednu výsledkovú listinu (tiket). Potom sme žiakom ústne vysvetlili pravidlá hry a spôsob jej bodovania. Nasledovala realizácia samotnej hernej aktivity. Vyhodnotenie hry sme prezentovali na nasledujúcej hodine. V rámci vyhodnotenia sme za každý krížik v tikete, t. j. za každý správne vyriešený príklad, udelili 10 bodov do súťaže.

Kontrolná trieda:

Žiaci namiesto hry riešili úlohy zo zadaní totožných so zadaniami k hre (*príloha 10*). Dvojice v laviciach si mohli pri riešení pomáhať. Pre spätnú väzbu sme s istým časovým odstupom riešili úlohy, ktoré už riešili všetci žiaci v laviciach, aj na tabuli.

Komentár k hodine:

Didaktická hra prebehla bez problémov. Žiaci pracovali s elánom, niektorí dokonca prejavili záujem doriešiť si úlohy z hry samostatne doma! Pre budúcu realizáciu možno zmenšiť počet zadaných úloh, keďže žiadnemu družstvu sa ich nepodarili vyriešiť všetky. Druhou alternatívou je predĺženie trvania hry (napr. na 30 min.). V rámci druhej fáze výskumu sme hre venovali 40 minút. Väčšina žiakov stihla riešiť všetky úlohy.

Didaktický test

Cieľ hodiny: Otestovanie zvládnutia učiva danej témy formou didaktického testu.

Pomôcky: Zadania **didaktických testov** (*príloha 2*)

Štruktúra vyučovacej hodiny:

1. Zápis do triednej knihy	2 min
2. Pokyny k didaktickému test	10 min
3. Riešenie didaktického testu	30 min

Priebeh hodiny:

Cieľom hodiny bolo otestovať vedomosti žiakov z učiva. Realizovali sme to formou didaktického testu (*príloha 2*). Na úvod hodiny sme žiakov oboznámili s pokynmi k testu,

spôsobom riešenia úloh a ich skórovaním. Po rozdaní testov do lavíc žiaci pristúpili k riešeniu. Kvôli odstráneniu možnosti opisovania žiaci v lavici dostali vždy rôzne varianty testu (Sú dve: skupina A, skupina B.) Samotné riešenia zapisovali žiaci priamo do zadaní. Bližšie informácie o spôsobe tvorby, skórovaní a štatistickom vyhodnotení testu obsahuje kapitola *Didaktický test*.

Komentár k hodine:

Hodina prebehla rovnako v kontrolnej aj experimentálnej triede.

Záverečná hodina

Cieľ hodiny: Vyhodnotenie zvládnutia učiva tematického celku *Obsah obrazca*.

Pomôcky: Vyhodnotené didaktické testy, dotazníky na zistenie postojov žiakov k vyučovaniu predmetu matematika, výsledky súťaže (exp.)

Štruktúra vyučovacej hodiny:

1. Vyplňovanie dotazníka	5 min
2. Vyhodnotenie súťaže v experimentálnej triede	5 min
3. Vyhodnotenie didaktických testov	15 min

Priebeh hodiny:

Na začiatku hodiny žiaci vyplňovali dotazníky na zistenie postojov k vyučovaniu predmetu matematika. Tieto dotazníky boli totožné s tými, čo sme použili na 1. hodine (*príloha 3*).

V experimentálnej triede sme pokračovali vyhodnotením súťaže. Na základe počtu bodov, ktorý žiaci získali z jednotlivých hier, sme určili celkový počet bodov každého žiaka. Piati žiaci s najvyšším počtom bodov získali jednotku za aktivitu. Aj všetci ostatní žiaci dostali „sladkú odmenu“.

Nasledovalo vyhodnotenie didaktických testov písaných na minulej hodine – táto aktivita prebehla v kontrolnej i experimentálnej triede. Žiakom sme rozdali obodované a oznámkované didaktické testy. Okomentovali sme najčastejšie sa vyskytujúce chyby a urobili sme správne riešenie niektorých problematických úloh.

Poďakovali sme žiakom za účasť na experimente a spoluprácu a rozlúčili sme sa.

Komentár k hodine:

Hore uvedené aktivity netrvali celú vyučovaciu hodinu. Po našom odchode vyučujúci pokračoval v ďalšom vedení hodiny.

3 Výsledky výskumu

V tejto kapitole uvedieme výsledky realizovaných experimentov. Na základe týchto údajov sa pokúsime verifikovať jednotlivé pracovné hypotézy. Týmto overíme resp. poprieme pravdivosť východiskovej hypotézy výskumu, čo je cieľom výskumu.

3.1 Výsledky na overenie hypotézy H1

Pripomenieme si prvú pracovnú hypotézu nášho výskumu.

H1: *Vhodnou integráciou didaktických hier do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania zlepšenie postojov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.*

Na overenie tejto hypotézy sme použili dotazník skúmajúci postoj žiakov k vyučovaniu matematiky (*príloha 3*). Tento dotazník sme zaradili na začiatku a na konci experimentálneho vyučovania, aby bolo možné porovnávať vývoj postojov žiakov k vyučovaniu predmetu matematika a to v experimentálnej i v kontrolnej triede. Podrobnejšie informácie o použitom dotazníku sú v kapitole *Dotazník*. Teraz si uvedieme prehľad získaných výsledkov.

Skóre žiakov experimentálnej a kontrolnej triedy dosiahnuté v dotazníku zaradenom na **začiatku experimentu** v prvej a v druhej fáze výskumu je obsahom *príloh 11A a 11B.*

Na základe týchto skóre určíme aritmetický priemer a smerodajnú odchýlku pre experimentálnu a kontrolnú triedu v oboch fázach výskumu (pomocou vzťahov **V8 a V9**). Dosiahnuté hodnoty:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu		*II. fáza výskumu*	
Aritmetický priemer skóre:	*1,04*	Aritmetický priemer skóre:	*6,58*
Smerodajná odchýlka:	*4,34*	Smerodajná odchýlka:	*4,33*

Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu		*II. fáza výskumu*	
Aritmetický priemer skóre:	*2,42*	Aritmetický priemer skóre:	*5,72*
Smerodajná odchýlka:	*5,06*	Smerodajná odchýlka:	*4,33*

Na základe veľkosti smerodajných odchýlok vidíme, že vo všetkých prípadoch ide o značne nesúrodé súbory. Ak určíme hodnotu variačného koeficientu (**V10**) dostaneme v prvej fáze výskumu pre experimentálnu triedu hodnotu *417%* a pre kontrolnú triedu hodnotu *209%*. V druhej fáze je to *66%* pre experimentálnu a *76%* pre kontrolnú triedu. Keďže veľkosť variačného koeficientu prevyšuje *50%*, na charakteristiku tried nemožno použiť aritmetický priemer skóre dotazníka. Namiesto neho použijeme medián. Číselnými charakteristikami výsledkov dotazníka zaradeného na začiatku experimentu sú potom hodnoty:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu		*II. fáza výskumu*	
Medián:	*1*	Medián:	*6*
Smerodajná odchýlka:	*4,34*	Smerodajná odchýlka:	*4,33*

Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu		*II. fáza výskumu*	
Medián:	*4*	Medián:	*7*
Smerodajná odchýlka:	*5,06*	Smerodajná odchýlka:	*4,33*

Náš dotazník sme konštruovali na základe už v praxi odskúšaných predlôh. Preto predpokladáme jeho validitu. Na určenie jeho reliability použijeme vzťah **V11**.

Vypočítané koeficienty reliability dotazníka sú:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu	*II. fáza výskumu*
r = 0,72	*r = 0,69*

Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu	*II. fáza výskumu*
r = 0,71	*r = 0,64*

Uvedené hodnoty ukazujú, že výsledky dosiahnuté v úvodnom dotazníku sú dostatočne presné a spoľahlivé.

Venujme sa teraz výsledkom dosiahnutých v našom dotazníku **na konci experimentu**. Prehľad o skóre žiakov experimentálnej a kontrolnej triedy v prvej a v druhej fáze výskumu dávajú *prílohy 12A* a *12B*. Údaje spracujeme analogicky ako v prípade vstupného dotazníka. Dosiahnuté hodnoty:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu		*II. fáza výskumu*	
Aritmetický priemer skóre:	*2,86*	Aritmetický priemer skóre:	*7,76*
Smerodajná odchýlka:	*4,98*	Smerodajná odchýlka:	*3,95*

Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu		*II. fáza výskumu*	
Aritmetický priemer skóre:	*4,39*	Aritmetický priemer skóre:	*5,00*
Smerodajná odchýlka:	*5,06*	Smerodajná odchýlka:	*3,64*

Za účelom posúdenia rozptylu skóre okolo hodnoty aritmetického priemeru určíme opäť variačný koeficient (**V10**). V prvej fáze výskumu má pre experimentálnu triedu hodnotu *174%* a pre kontrolnú triedu *115%*. V druhej fáze je pre experimentálnu triedu *51%* a pre kontrolnú triedu *73%*. Kvôli takýmto veľkým fluktuáciám musíme triedy namiesto aritmetického priemeru charakterizovať týmito hodnotami mediánov:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu		*II. fáza výskumu*	
Medián:	*3*	Medián:	*8*
Smerodajná odchýlka:	*4,98*	Smerodajná odchýlka:	*3,95*

Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu		*II. fáza výskumu*	
Medián:	*3*	Medián:	*5*
Smerodajná odchýlka:	*5,06*	Smerodajná odchýlka:	*3,64*

Aj presnosť a spoľahlivosť dotazníka zaradeného na konci experimentu možno overiť pomocou vzťahu **V11**. Vypočítané koeficienty reliability sú:

Experimentálna trieda:

I. fáza výskumu — *II. fáza výskumu*

r = 0,63 — *r = 0,65*

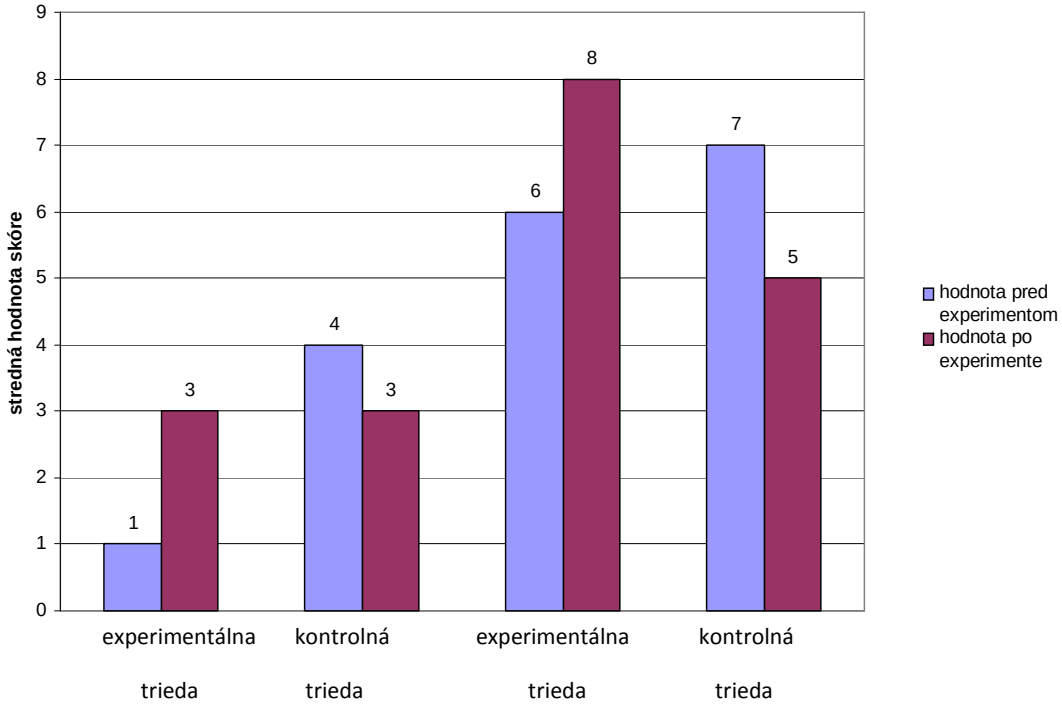
Kontrolná trieda:

I. fáza výskumu — *II. fáza výskumu*

r = 0,77 — *r =0,57*

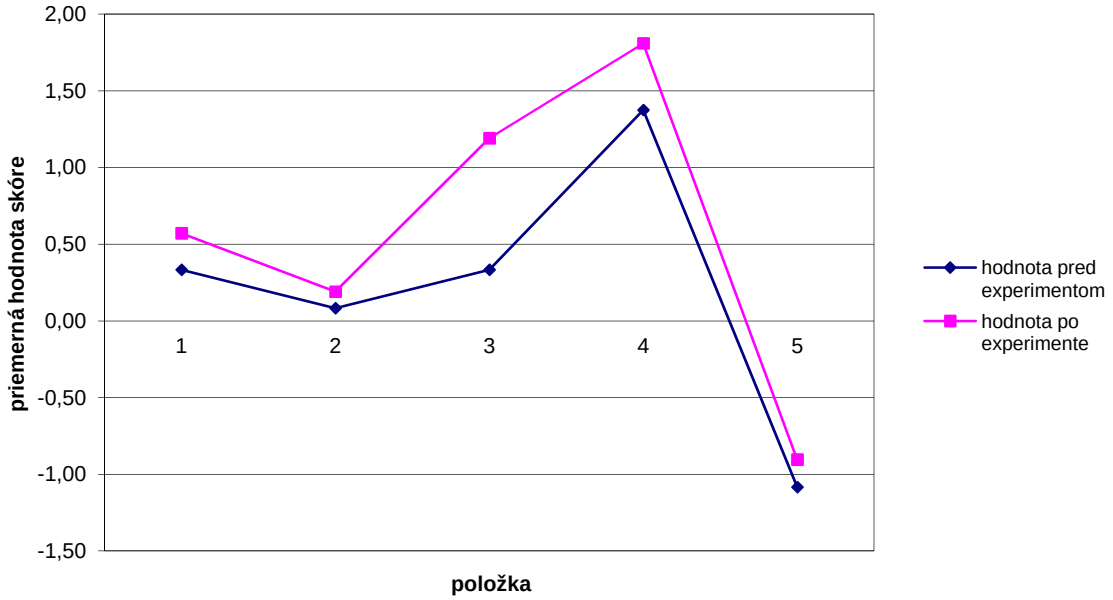
Na základe uvedených hodnôt koeficientov reliability možno považovať náš dotazník za spoľahlivý na dostatočne vysokej úrovni. (Za hranicu reliability po ktorú možno považovať dotazník za vhodný pre použitie v rámci jednorázových výskumov sa považuje hodnota *r = 0,6*. Priemerná hodnota koeficientu reliability nášho dotazníka za obidve fázy výskumu je *r = 0,67*.)

Názorné zobrazenie strednej hodnoty skóre dotazníka v experimentálnej a kontrolnej triede v prvej a druhej fáze výskumu predstavuje nasledovný graf na obrázku 3.1. Tento nám ilustruje, že v prvej aj druhej fáze výskumu došlo k nárastu strednej hodnoty skóre dotazníka v experimentálnej triede. V kontrolnej triede sme naopak zaznamenali v oboch fázach výskumu pokles tejto hodnoty.

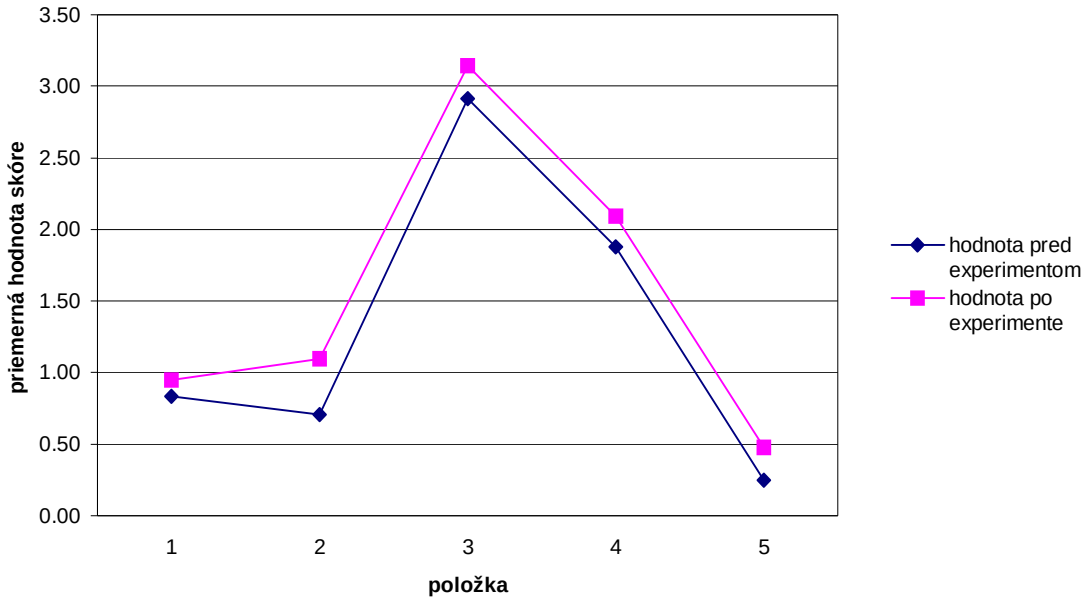


obrázok 3.1 Porovnanie strednej hodnoty skóre dotazníka

Ilustráciu zmien priemernej hodnoty skóre pred experimentom a po experimente v jednotlivých položkách dotazníka v experimentálnej triede predstavujú nasledovné grafy na obrázku 3.2 a 3.3.



obrázok 3.2 Porovnanie strednej hodnoty skóre jednotlivých položiek dotazníka; experimentálna trieda, I. fáza výskumu



obrázok 3.3 Porovnanie strednej hodnoty skóre jednotlivých položiek dotazníka; experimentálna trieda, II. fáza výskumu

Z grafov na obrázkoch 3.2 a 3.3 vidíme, že pri porovnaní situácie pred experimentom a po experimente došlo v experimentálnej triede k nárastu strednej hodnoty skóre vo všetkých položkách dotazníka.

3.2 Výsledky na overenie hypotézy H2

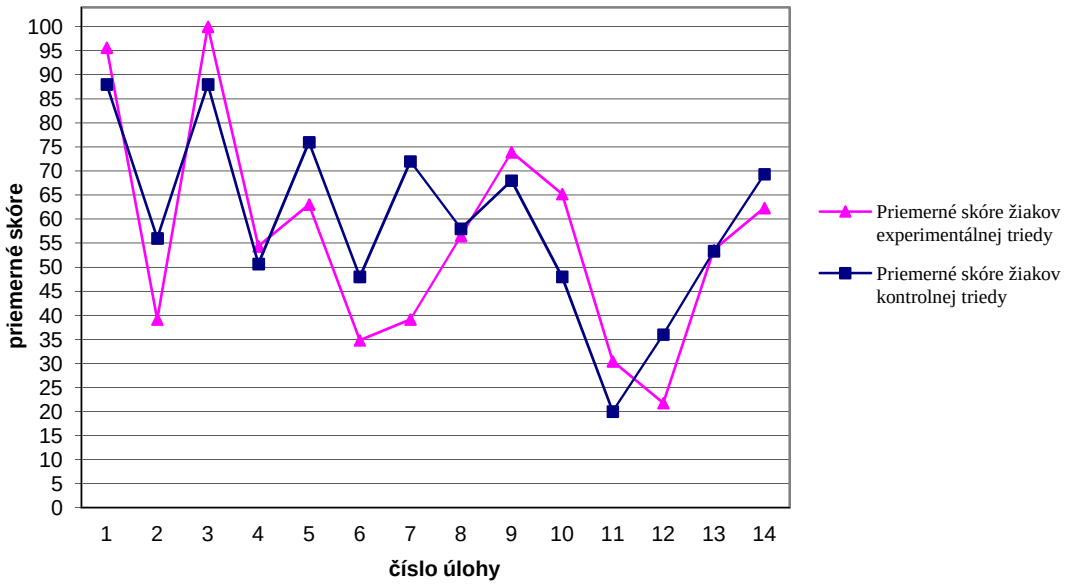
Druhá pracovná hypotéza nášho výskumu bola:

H2 *Vďaka aktívnej práci žiakov v rámci didaktických hier integrovaných do vyučovania matematiky dosiahnu žiaci na konci experimentálneho vyučovania vyššiu úroveň vedomostí z prebratého učiva a lepšiu schopnosť riešiť matematické úlohy súvisiace s daným učivom ako žiaci vyučovaní bez používania hier.*

Za účelom overenie tejto hypotézy sme na konci experimentálneho vyučovania zaradili didaktický test skúmajúci úroveň vedomostí žiakov z učiva prebratého počas experimentu (*príloha 2*). Podrobnejšie informácie o tomto teste, spôsobe jeho vyhodnocovania a štatistickej analýze výsledkov sú v kapitole *Didaktický test.* Teraz si uvedieme výsledky daného testu dosiahnuté v experimentálnej a kontrolnej triede v rámci prvej a druhej fázy výskumu.

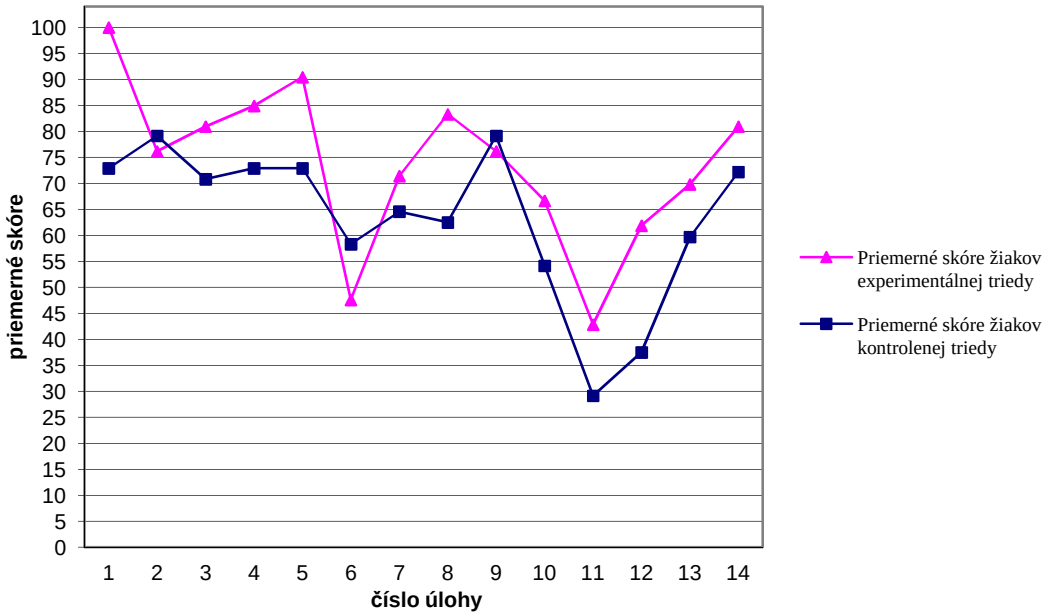
Prehľad bodových ziskov žiakov experimentálnej a kontrolnej triedy v prvej a druhej fáze výskumu je uvedený v tabuľkách *príloh 13A* a *13B*. Na základe týchto hodnôt určíme relatívne–percentuálne skóre žiakov (podľa vzťahu **V1**). Tabuľky obsahujúce relatívne–percentuálne skóre žiakov v jednotlivých úlohách sú umiestnené v *prílohách 14A* a *14B*.

Názorné zobrazenie priemerných hodnôt relatívneho skóre jednotlivých úloh, dosiahnutých žiakmi v rámci tried, predstavujú nasledovné grafy.



obrázok 3.4 Porovnanie priemernej hodnoty skóre jednotlivých úloh didaktického testu; I. fáza výskumu

Z grafu na obrázku 3.4 vidíme, že žiaci experimentálnej triedy dosiahli lepšie priemerné skóre v rámci úloh didaktického testu č. 1, 3, 4, 9, 10 a 11. Nepatrné rozdiely boli v priemernom skóre žiakov kontrolnej a experimentálnej triedy v úlohe č. 13. Žiaci kontrolnej triedy dosiahli lepšie priemerné skóre v rámci úloh č. 2, 5, 6, 7, 8, 12 a 14.



obrázok 3.5 Porovnanie priemernej hodnoty skóre jednotlivých úloh didaktického testu; II. fáza výskumu

Z obrázku 3.5 vidíme, že v druhej fáze experimentu dosiahli žiaci experimentálnej triedy lepšie priemerné skóre v úlohách didaktického testu č. 1, 3, 4, 7, 8, 10, 11, 12, 13 a 14. Lepšie priemerné skóre dosiahli žiaci kontrolnej triedy v úlohách č. 2, 6 a 9.

Keď zohľadníme váhu jednotlivých úloh testu (*tabuľka 2, str. 179*), určíme z hodnôt relatívneho–percentuálneho skóre podľa vzťahu **V2** vážené skóre každého žiaka (*tabuľka 4, tabuľka 5*).

Tabuľka 4 Vážené a transformované hodnoty žiackych skóre didaktického testu v experimentálnej a kontrolnej triede; I. fáza výskumu

	Experimentálna trieda		Kontrolná trieda	
	vážené skóre	transformované skóre	vážené skóre	transformované skóre
1	24,31	0,52	80,56	1,11
2	27,78	0,56	45,83	0,74
3	42,36	0,71	75,00	1,05
4	62,50	0,91	47,22	0,76
5	22,22	0,49	27,78	0,56
6	64,58	0,93	62,50	0,91
7	31,94	0,60	63,89	0,93
8	54,86	0,83	70,83	1,00
9	22,92	0,50	20,83	0,47
10	50,00	0,79	25,00	0,52
11	29,17	0,57	22,22	0,49
12	84,72	1,17	72,22	1,02
13	76,39	1,06	33,33	0,62
14	83,33	1,15	70,83	1,00
15	90,28	1,25	11,81	0,35
16	70,83	1,00	61,11	0,90
17	29,86	0,58	63,89	0,93
18	45,83	0,74	90,28	1,25
19	42,36	0,71	48,61	0,77
20	36,81	0,65	79,17	1,10
21	59,03	0,88	31,94	0,60
22	83,33	1,15	97,92	1,43
23	76,39	1,06	60,42	0,89
24			79,17	1,10
25			66,67	0,96
Aritmetický priemer:	*52,69*	*0,82*	*56,36*	*0,86*
Smerodajná odchýlka:	*22,18*	*0,24*	*23,16*	*0,26*

Tabuľka 5 Vážené a transformované hodnoty žiackych skóre didaktického testu v experimentálnej a kontrolnej triede; II. fáza výskumu

	Experimentálna trieda		Kontrolná trieda	
	vážené skóre	transformované skóre	vážené skóre	transformované skóre
1	81.942	1.132	72.220	1.016
2	79.165	1.097	70.831	1.000
3	83.331	1.150	99.998	1.566
4	72.220	1.016	79.164	1.097
5	87.498	1.209	73.609	1.031
6	29.166	0.571	26.388	0.539
7	90.275	1.254	27.777	0.555
8	37.499	0.659	19.444	0.457
9	39.582	0.680	84.720	1.169
10	80.554	1.114	83.331	1.150
11	91.664	1.278	74.998	1.047
12	87.498	1.209	9.721	0.317
13	99.998	1.566	76.388	1.063
14	77.776	1.080	66.665	0.955
15	83.331	1.150	91.664	1.278
16	87.498	1.209	99.998	1.566
17	33.332	0.615	83.331	1.150
18	61.109	0.897	61.110	0.897
19	72.220	1.016	76.387	1.063
20	66.665	0.955	25.694	0.532
21	55.553	0.841	59.026	0.876
22			30.555	0.586
23			15.277	0.402
24			84.721	1.169
Aritmetický priemer:	*71.33*	*1.034*	*62.21*	*0.94*
Smerodajná odchýlka:	*20.37*	*0.24*	*27.70*	*0.34*

Štatistickým spracovaním hodnôt váženého skóre určíme aritmetický priemer skóre didaktického testu v experimentálnej aj v kontrolnej triede (využijeme vzťah **V3**). Aritmetický priemer spolu s hodnotou štatistickej odchýlky pre danú triedu (určenou na základe **V4**) je úplnou charakteristikou výsledkov didaktického testu. Dosiahnuté výsledky:

Experimentálna trieda:

I. fáza experimentu		*II. fáza experimentu*	
Aritmetický priemer skóre:	*52,69%*	Aritmetický priemer skóre:	*71,33%*
Smerodajná odchýlka:	*22,18%*	Smerodajná odchýlka:	*20,37%*

Kontrolná trieda:

I. fáza experimentu		*II. fáza experimentu*	
Aritmetický priemer skóre:	*56,36%*	Aritmetický priemer skóre:	*62,21%*
Smerodajná odchýlka:	*23,16%*	Smerodajná odchýlka:	*27,70%*

Pre všetky triedy určíme na základe **V5** variačný koeficient. V prvej fáze výskumu má pre experimentálnu triedu hodnotu *42%*, v kontrolnej triede má hodnotu *41%*. V druhej fáze výskumu je v experimentálnej triede variačný koeficient *29%*, v kontrolnej triede je *45%*. Na základe týchto čísel vidíme, že hodnoty skóre mali pomerne veľkú fluktuáciu. Keďže ale hodnota variačného koeficientu je pod *50%*, na charakteristiku súboru budeme naďalej využívať hodnotu aritmetického priemeru.

Obsahová validita didaktického testu bola zabezpečená jeho konštrukciou na základe analýzy učiva a vzdelávacích cieľov. Prehľad tejto analýzy učiva dáva zoznam špecifických cieľov pre dané učivo (*príloha 1*) a špecifická tabuľka (*tabuľka 1, str. 178)*.

Za účelom určenia súbežnej validity testu potrebujeme priradiť celkovému skóre žiakov známky. Vychádzali sme pri tom zo stupnice používanej vyučujúcim, ktorý učí matematiku v oboch triedach. Voľba tento stupnice je daná potrebou zachovať aj pri didaktickom teste spôsob hodnotenia, ktorý viedol k stanoveniu prospechu žiakov. Len tak možno objektívne hodnotiť súbežnú validitu známok z didaktického testu a známok z matematiky na polročnom vysvedčení. Známky z tohto vysvedčenia berieme ako ukazovateľa prospechu žiakov z matematiky. Stupnica klasifikácie didaktického testu, známky žiakov z testu a známky z matematiky na polročnom vysvedčení sú uvedené pre prvú a pre druhú fázu výskumu v *prílohe 15A* a *15B*. Na základe týchto údajov určíme podľa vzorca **V6** stupeň súbežnej validity použitého didaktického testu. Jeho absolútna hodnota je v prvej fáze výskumu *0,32* pre experimentálnu triedu a *0,16* pre kontrolnú triedu. V druhej fáze výskumu má hodnotu *0.78* v experimentálnej a *0.68* v kontrolnej triede.

Pri overení reliability použitého didaktického testu budeme vychádzať z postupu uvedených v kapitole *Didaktický test.* Vypočítame koeficient reliability pomocou Cronbachovho vzťahu (**V7**) na základe hodnôt váženého skóre žiakov (určených na základe relatívneho–percentuálneho skóre a váhy jednotlivých úloh testu). Dostaneme nasledovné hodnoty:

Experimentálna trieda:

I. fáza experimentu	*II. fáza experimentu*
r = 0,78	*r = 0,75*

Kontrolná trieda:

I. fáza experimentu	*II. fáza experimentu*
r = 0,79	*r = 0,87*

Ideálna hodnota koeficientu reliability didaktického testu je *1*. To by znamenalo, že výkon žiakov v didaktickom teste neovplyvnila tréma, únava, strach, nesústredenosť, nepozornosť, vyrušovanie, odpisovanie, hádanie odpovedí, nepochopenie niektorých slov či viet, chytáky v úlohách, kvalita úloh a testovacích pokynov, časové obmedzenie, nepresnosti pri oprave didaktického testu atď. Pri reálnych testoch je hodnota reliability vždy nižšia ako *1*. Pre hodnotu koeficientu reliability väčšiu ako *0,6* sa test považuje za dostatočne spoľahlivý na využitie v rámci vyučovania (**Turek, 1996**). Vzhľadom na hodnoty koeficientov reliability v experimentálnej a kontrolnej triede možno povedať, že nami použitý test sa ukázal ako dostatočne reliabilný.

3.3 Štatistická verifikácia hypotéz výskumu

Na základe uvedených výsledkov dotazníka a didaktického testu sme pripravení testovať pracovné hypotézy výskumu **H1** a **H2** pomocou metódy štatistickej verifikácie. Vychádzame pritom z postupov uvedených v kapitole *Štatistická verifikácia výsledkov výskumu.*

Ako prvú budeme analyzovať hypotézu **H1** na základe údajov z prvej fázy výskumu. Vychádzame pritom z týchto experimentálnych hodnôt:

1. **Dotazník zaradený na začiatku experimentu v experimentálnej triede**

   Stredná hodnota skóre $D_{E1} = 1$

   Smerodajná odchýlka skóre $S_{E1} = 4,34$

   Počet respondentov $N_{E1} = 24$

2. **Dotazník zaradený v experimentálnej triede na konci experimentu**

   Stredná hodnota skóre dotazníka $D_{E2} = 3$

   Smerodajná odchýlka skóre $S_{E2} = 4,98$

   Počet respondentov $N_{E2} = 21$

Pre hodnoty D_{E1} a D_{E2} platí nerovnosť $D_{E2} > D_{E1}$, čo je vzťah vyjadrujúci našu pracovnú hypotézu **H1**. Či rozdiel medzi D_{E1} a D_{E2} je štatisticky významný a nejedná sa len o náhodu, zistíme pomocou štatistickej verifikácie. Na úvod určíme výberové chyby stredných hodnôt. Použijeme vzťahy **V13a** a **V13b**. Dostaneme hodnoty:

1. Dotazník zaradený na začiatku experimentu v experimentálnej triede

   Výberová chyba je $V_{E1} = 0,90$.

2. Dotazník zaradený v experimentálnej triede na konci experimentu

   V tomto prípade nám vyšla výberová chyba $V_{E2} = 1,11$.

Na základe týchto dvoch hodnôt výberových chýb určíme výberovú chybu rozdielov medzi strednými hodnotami skóre dotazníka D_{E1} a D_{E2}. Vychádzame zo vzťahu **V14**. Ako výsledok dostaneme hodnotu výberovej chyby rozdielov medzi strednými hodnotami oboch súborov, $V_{E2-E1} = 1,43$.

Teraz máme všetky potrebné údaje na vykonanie t-testu. Jeho hodnota určená na základe vzťahu **V15**:

$$t = \frac{D_{E2} - D_{E1}}{V_{E2-E1}} = \frac{3-1}{1,43} \approx 1,39$$

Na základe hodnoty t-testu vidíme, že posun medzi skóre dotazníka na začiatku a na konci experimentu predstavuje nárast o *1,39* násobok smerodajnej odchýlky. V prípade

Studentovho obojstranného rozdelenia zo stupňom voľnosti 43 to predstavuje hladinu významnosti *0,17*. Teda s pravdepodobnosťou *83%* sa nejedná o náhodu.

Rovnaký postup použijeme pri testovaní **H1** na základe údajov z druhej fázy výskumu. Vstupnými parametrami t-testu budú nasledovné hodnoty:

1. Dotazník zaradený na začiatku experimentu v experimentálnej triede

   Stredná hodnota skóre $D_{E1} = 6$

   Smerodajná odchýlka skóre $S_{E1} = 4,33$

   Počet respondentov $N_{E1} = 24$

2. Dotazník zaradený v experimentálnej triede na konci experimentu

   Stredná hodnota skóre dotazníka $D_{E2} = 8$

   Smerodajná odchýlka skóre $S_{E2} = 3,95$

   Počet respondentov $N_{E2} = 21$

Pre hodnoty D_{E1} a D_{E2} platí nerovnosť $D_{E2} > D_{E1}$, čo je vzťah vyjadrujúci našu pracovnú hypotézu **H1**. Štatistickú významnosť rozdielu medzi D_{E1} a D_{E2} určíme pomocou t-testu. Na základe vzťahov **V13a** a **V13b** určíme výberové chyby a z nich na základe vzťahu **V14** vypočítame výberovú chybu rozdielov medzi strednými hodnotami skóre dotazníka D_{E1} a D_{E2}. Získame nasledovné hodnoty:

$V_{E1} = 0,90$

$V_{E2} = 0,88$

$V_{E2\text{-}E1} = 1,26$

Za účelom štatistickej verifikácie vypočítame z daných údajov hodnotu t-testu na základe vzťahu **V15**:

$$t = \frac{D_{E2} - D_{E1}}{V_{E2-E1}} = \frac{8-6}{1,26} \approx 1,58$$

Pre daný počet stupňov voľnosti ($N_{E1} + N_{E2} - 2 = 43$) sme na základe obojstranného Studentovho t-rozdelenia verifikovali našu hypotézu na hladine významnosti *0,12*.

Teraz podrobíme analýze údaje, ktoré sme získali pri experimentálnom testovaní hypotézy **H2** v prvej fáze výskumu. Jedná sa o výsledky didaktického testu zaradeného na konci experimentálneho vyučovania v experimentálnej aj v kontrolnej triede. Uveďme si ich:

Experimentálna trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_E = 52,69\%$

Smerodajná odchýlka: $S_E = 22,18\%$

Počet riešiteľov testu: $N_E = 23$

Kontrolná trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_K = 56,36\%$

Smerodajná odchýlka: $S_K = 23,16\%$

Počet riešiteľov testu: $N_K = 25$

Naša pracovná hypotéza znela, že skóre v experimentálnej triede bude na konci experimentu vyššie ako skóre v kontrolnej triede ($T_E > T_K$). Je zrejmé, že uvedené tvrdenie neplatí. Skóre žiakov v experimentálnej triede je nižšie ako skóre v kontrolnej triede. Jednou z možných príčin je úvodný náskok kontrolnej triedy – jednalo sa o triedu s lepším priemerným prospechom z matematiky. V rámci štatistickej verifikácie môžeme zistiť, nakoľko významné sú dosiahnuté rozdiely skóre. Za týmto účelom musíme vykonať arkussínusovú transformáciu skóre jednotlivých žiakov na základe **V12**. Transformované hodnoty skóre sú obsahom *tabuľky 4, str. 209.* Vstupnými parametrami štatistickej verifikácie danej hypotézy budú nasledovné hodnoty:

Experimentálna trieda:

Stredná hodnota skóre: $T'_E = 0,82$

Smerodajná odchýlka: $S'_E = 0,24$

Počet riešiteľov testu: $N_E = 23$

Kontrolná trieda:

Stredná hodnota skóre: $T'_K = 0,86$

Smerodajná odchýlka: $S'_K = 0,26$

Počet riešiteľov testu: $N_K = 25$

Ako prvý krok t-testu určíme z horeuvedených hodnôt výberové chyby pre experimentálnu aj kontrolnú triedu, na základe vzťahov **V13a, V13b**. Vypočítané hodnoty sú:

Pre experimentálnu triedu je výberová chyba $V_E = 0,051$

V kontrolnej triede má výberová chyba hodnotu $V_K = 0,053$

Následne určíme výberovú chybu rozdielov stredných hodnôt skóre experimentálnej a kontrolnej triedy. Počítame na základe vzťahu **V14**. Dostaneme hodnotu $V_{K\text{-}E} = 0,074$.

Prikročíme k výpočtu hodnoty t-testu:

$$t = \frac{T_K^{'} - T_K^{'}}{V_{K-E}} = \frac{0,86 - 0,82}{0,074} \approx 0,54$$

Na základe t-testu možno povedať, že rozdiely medzi triedami nie sú štatisticky významné. (Pri počte stupňov voľnosti $N_E + N_K - 2 = 46$ je hladina významnosti prislúchajúca danej hodnote t-testu *0,59*).

Teraz podrobíme štatistickej verifikácii údaje získané v rámci didaktického testu počas druhej fázy výskumu. Vychádzame pritom z týchto hodnôt:

Experimentálna trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_E = 71,33\%$

Smerodajná odchýlka: $S_E = 20,37\%$

Počet riešiteľov testu: $N_E = 21$

Kontrolná trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_K = 62,21\%$

Smerodajná odchýlka: $S_K = 27,70\%$

Počet riešiteľov testu: $N_K = 24$

Vidíme, že platí nerovnosť $T_E > T_K$, čo je vyjadrením našej hypotézy **H2**.

Štatistickú významnosť rozdielu medzi T_E a T_K určíme opäť t-testom. Vychádzame pritom z hodnôt skóre didaktického testu upravených arkussínusovou transformáciou (*tabuľka 5, str. 209*):

Experimentálna trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_E^{'} = 1{,}034$

Smerodajná odchýlka: $S_E^{'} = 0{,}24$

Počet riešiteľov testu: $N_E = 21$

Kontrolná trieda:

Stredná hodnota skóre: $T_K^{'} = 0{,}94$

Smerodajná odchýlka: $S_K^{'} = 0{,}34$

Počet riešiteľov testu: $N_K = 24$

Z uvedených hodnôt na základe vzťahov **V13a** a **V13b** určíme výberové chyby a z nich na základe vzťahu **V14** vypočítame výberovú chybu rozdielov medzi strednými hodnotami skóre didaktického testu. Získame tieto hodnoty:

$V_E = 0{,}054$

$V_K = 0{,}071$

$V_{E\text{-}K} = 0{,}089$

Pomocou vzťahu **V15** teraz určíme hodnotu t-testu:

$$t = \frac{T_E^{'} - T_K^{'}}{V_{E-K}} = \frac{1{,}034 - 0{,}94}{0{,}089} \approx 1{,}056$$

Podľa Studentovho t-rozdelenia pre stupeň voľnosti 43 ($N_E + N_K - 2$) zodpovedá danej hodnote t-testu hladina významnosti *0,30*.

3.4 Zhrnutie výsledkov výskumu

V tejto kapitole vykonáme analýzu získaných výsledkov. Odpovieme na otázku, či sa potvrdili hypotézy výskumu. Zhodnotíme realizáciu výskumu, stanovíme kroky potrebné na vylepšenie jeho priebehu.

Výsledky vzťahujúce sa k hypotéze **H1** ukazujú, že naozaj došlo k zlepšeniu postojov žiakov k predmetu matematika a priebehu jeho vyučovania. Štatistická verifikácia nám ukázala, že uvedené zmeny hodnôt skóre dotazníka sú na hladine významnosti *0,17* v prvej

fáze výskumu a na hladine významnosti *0,12* v druhej fáze výskumu. Teda s pravdepodobnosťou blízkou *85%* možno povedať, že hypotéza **H1** je pravdivá.

Podľa nášho názoru je tento výsledok dostatočný na akceptovanie tvrdenia o zlepšovaní postojov testovaných žiakov k matematike na základe práce s didaktickými hrami. Uvedená hladina významnosti a veľkosť vzorky výskumu nám ale neumožňujú toto tvrdenie zovšeobecniť. Potrebné je vykonať ďalšie experimenty na štatisticky významnejšej vzorke.

To, že k zlepšeniu postojov došlo na základe používania didaktických hier, usudzujeme aj na základe skutočnosti, že v kontrolnej triede nedošlo k zlepšeniu postojov žiakov k predmetu matematika. (V prvej fáze výskumu je stredná hodnota skóre dotazníka v kontrolnej triede pred experimentom $D_{K1} = 4$, na záver experimentu je $D_{K2} = 3$. V druhej fáze výskumu je stredná hodnota skóre dotazníka pred experimentom $D_{K1} = 7$, na záver experimentu je $D_{K2} = 5$.)

Použitá experimentálna metóda – dotazník, sa ukázala ako celkovo validná a reliabilná.

Teraz sa venujme údajom a výsledkov vzťahujúcim sa k verifikácii hypotézy **H2**. Túto hypotézu sa nám nepodarilo verifikovať na dostatočne vysokej hladine významnosti. Znamená to, že sa hypotéza **H2** nepotvrdila? Odpoveď na túto otázku dáme po zvážení viacerých skutočností.

Triedy tvoriace vzorku výskumu neboli z hľadiska prospechu z matematiky rovnocenné. V prvej fáze výskumu bol priemerný prospech v experimentálnej triede *2,68;* v kontrolnej triede mali žiaci priemerný prospech *2,27*. V druhej fáze výskumu bol priemerný prospech *1,96* v experimentálnej triede a *2,27* v kontrolnej triede. Pre porovnávanie výsledkov týchto tried v didaktickom teste je potrebné uvážiť rozdiely v úrovni tried vyjadrené rozdielmi v prospechu. V tomto smere sa stretávame s problémom. Nízke hodnoty súbežnej validity známok žiakov na polroku a skóre didaktického testu (najmä v prvej fáze výskumu) ukazujú, že známky nie sú vždy vyjadrením skutočnej úrovne vedomostí a zručností žiakov. Príčinou môže byť špecifickosť tvorenia výslednej známky z predmetu – napríklad berie sa tu do úvahy i správanie na vyučovaní. Metódy na elimináciu rozdielnej úrovne oboch tried nemôžu byť v tomto prípade korektne založené na štatistickom upravení skóre didaktického testu vzhľadom na prospech žiakov. Vystačíme tu preto s úvahou, že v prípade rovnocennej experimentálnej a kontrolnej triedy by sme zaznamenali v prvej fáze výskumu pravdepodobne nárast strednej hodnoty skóre didaktického testu v experimentálnej triede. V druhej fáze výskumu by za predpokladu rovnocennosti experimentálnej a kontrolnej triedy v prospechu

z matematiky došlo pravdepodobne k miernemu nárastu strednej hodnoty skóre didaktického testu v kontrolnej triede.

Pre budúci výskum by bolo vhodné zvoliť ako kritérium na posudzovanie rovnocennosti experimentálnej a kontrolnej triede výsledky IQ testu resp. iného validného testu na meranie schopností potrebných pre učenie sa matematiky. Ak by sme použili takéto objektívnejšie kritérium, prípadné rozdiely medzi experimentálnou a kontrolnou triedou možno eliminovať metódou kovariancie (**Kerlinger, 1972, s. 117–118**).

Štatistická analýza dosiahnutých skóre didaktického testu nám ukázala, že výkony experimentálnej a kontrolnej triedy sa štatistický málo líšia. Ako záver preto možno prijať tvrdenie: *Výkony žiakov v experimentálnej triede boli štatisticky rovnocenné ako výkony žiakov kontrolnej triedy.*

Hypotéza **H2** sa nám v našom výskume nepotvrdila. Nemôžme ju ani presvedčivo vyvrátiť. Výsledky nám ale umožňujú povedať, že žiaci vyučovaní s používaním didaktických hier mali štatisticky rovnocenné výsledky, ako žiaci vyučovaní bez používania hier. Aj v prípade hypotézy **H2** by bolo prínosom jej otestovanie na štatisticky významnejšej vzorke.

Použitý didaktický test sa ukázal ako validný a reliabilný. Postup jeho konštrukcie, realizácie a vyhodnocovania sa ukázal ako vhodný.

Na základe uvedených výsledkov získaných v rámci verifikácie pracovných hypotéz teraz posúdime platnosť východiskovej hypotézy výskumu:

> *Vyučovanie matematiky, ktorého súčasťou sú didaktické hry, je efektívnejšie ako vyučovanie bez používania hier.*

Výsledky experimentu potvrdili, že práca s didaktickými hrami zlepšuje postoje žiakov k predmetu matematika a priebehu jej vyučovania. Táto skutočnosť je významným argumentom v prospech efektívnosti vyučovania s použitím didaktických hier. Význam postojov pre konanie človeka je veľmi dôležitý (**Boroš, 1995, s. 67)**:

> *V našom nazeraní postoj človeka môžeme charakterizovať ako pohotovosť k určitej činnosti vo vzťahu k danej situácii, javu, objektu. To znamená, že postoj je bezprostredne spojený s rozhodovacím aktom, za ktorým nasleduje konkrétna činnosť v konkrétnej situácii. Postoje spravidla sledujeme prostredníctvom subjektívnych výpovedí...*
>
> *Súhrnne uvádzame, že postoje je potrebné považovať za dôležité motivačné činitele, pretože v mnohom determinujú každodennú činnosť a postupy človeka.*

Didaktické hry môžu teda zlepšovať postoje žiakov k matematike a tým ich motivovať k intenzívnejším prácam na hodinách matematiky a v rámci domácej prípravy z predmetu matematika. Motivácia je považovaná za štartovaciu silu celého učebného procesu. Je

predpokladom zefektívňovania práce na hodinách. Jej význam bol zdôraznený i v štúdii o zvyšovaní efektívnosti edukačného procesu vo vzdelávaní (**Skalková a kol., 1988**):

> *Motivácia je jedným z najdôležitejších predpokladov pre rozvoj aktivity a pre úspešné riešenie učebných úloh. Motivácia významne ovplyvňuje všetky fázy učebnej činnosti žiaka, počnúc vysvetľovaním učiva, cez jeho vnútorné spracovanie (porozumenie, zapamätanie), až po použitie v učebných úlohách a v bežnom živote.*
>
> *Vysoká motivácia do učenia umožňuje dosiahnuť výborné učebné výsledky. Na druhej strane výborné učebné výkony spätne pôsobia na motiváciu a vzťah žiakov k učeniu sa. Motivácia spolupôsobí v záujme žiaka. Vyučovanie by malo na jednej strane využívať existujúce záujmy žiaka, na druhej strane by malo tieto záujmy formovať a rozvíjať v súlade s profilom absolventa školy.*

Dosiahnuté výsledky didaktického testu nám neumožňujú povedať, že vyučovanie s použitím didaktických hier sprostredkovalo žiakom viac vedomostí ako vyučovanie bez hier. Môžeme ale konštatovať, že v experimentálnej triede sme dosiahli vyučovaním s použitím didaktických hier za rovnaký čas rovnocennú úroveň vedomostí žiakov ako v kontrolnej triede. Pritom obe triedy boli rovnocenné počtom žiakov, dotáciou hodín matematiky, používanou učebnicou a vyučoval v nich tej istý vyučujúci. Naviac, na základe charakteru didaktických hier použitých počas experimentu môžeme predpokladať, že vďaka nim došlo k rozvoju niektorých kompetencií považovaných za kľúčové aj strategickými plánmi Európskej únie v oblasti edukácie – jedná sa najmä o kompetencie z kategórie interpersonálnych (sociálnych) a komunikačných kompetencií (**Turek, 2005**).

Didaktické hry sa ukázali ako vhodné na integráciu do vyučovania, pričom sme zachovali časový plán a obsah učiva ako v rámci štandardného vyučovania.

Ak zhrnieme výsledky nášho výskumu, použitie didaktických hier priaznivo ovplyvnilo postoje žiakov k predmetu matematika. Zlepšenie týchto postojov je kľúčom k vnútornej motivácii žiakov pre štúdium matematiky.

Čo sa týka vedomostí, v experimentálnej a kontrolnej triede sme dosiahli ich rovnocennú úroveň, za rovnaké časové obdobie a pri rovnakom objeme učiva.

Didaktické hry sa ukázali ako prínosné pre vyučovanie. Môžeme konštatovať, že vyučovanie s používaním didaktických hier je efektívnejšie ako vyučovanie bez hier. Tým sa nám potvrdila pravdivosť východiskovej hypotézy. Na úplné zovšeobecnenie týchto záverov je ale potrebné uskutočniť ďalšie výskumy širšieho tematického aj časového rozsahu.

Ak zhodnotíme výsledky nášho výskumu, môžeme povedať, že sú v súlade so subjektívnymi úsudkami ľudí pracujúcimi s didaktickými hrami. Tí na základe pozorovaní

považujú hry za vhodnú metódu práce na hodinách matematiky (pozri *Doterajšie výskumy zvoleného problému*). Naša práca je experimentálnym potvrdením takýchto úsudkov.

4 Záver

V tejto práci sme čitateľovi predložili výsledky výskumu, zaoberajúceho sa efektívnosťou vyučovania predmetu matematika metódou didaktických hier. Cieľom výskumu bolo posúdiť, či zaradenie didaktických hier do vyučovacieho procesu v predmete matematika zvýši jeho efektívnosť.

Samotný výskum mal experimentálny charakter. Prebiehal v dvoch fázach, v školskom roku 2002/2003 a v školskom roku 2004/2005. Vzorkou výskumu v oboch fázach boli dve triedy piateho ročníka ZŠ, jedna bola experimentálna, druhá kontrolná. (Spolu sa na výskume podieľalo 103 žiakov). V experimentálnej triede sme žiakov vyučovali matematiku s integrovaním didaktických hier do vyučovacieho procesu, v kontrolnej triede sme vyučovali bez didaktických hier. Experiment prebiehal v rámci tematického celku *Obsah obrazca*. Po skončení experimentu sme porovnali edukačné výsledky v oboch triedach.

Pre posúdenie vplyvu zaradenia didaktických hier na postoje žiakov k matematike a k priebehu jej vyučovania sme použili dotazník. Zaradili sme ho na začiatku a na konci experimentu. Pre posúdenie vedomostí a zručností žiakov z učiva matematiky, prebraného počas experimentu, sme použili didaktický test. Získané výsledky nám umožnili stanoviť vývoj skúmaných ukazovateľov u žiakov vo vyučovaní s používaním didaktických hier a porovnať situáciu s vyučovaním bez prítomnosti hier.

Na základe výsledkov použitých výskumných metód a štatistickej verifikácie hypotéz výskumu môžeme sformulovať závery:

Potvrdilo sa, že práca s didaktickými hrami zlepšuje postoje žiakov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania. Zlepšenie postojov je dôležité z hľadiska vnútornej motivácie žiakov pre aktívne štúdium matematiky. Táto skutočnosť je významným argumentom v prospech efektívnosti vyučovania s používaním didaktických hier.

Výsledky didaktického testu ukazujú rovnocennú úroveň vedomostí a zručností žiakov v experimentálnej a kontrolnej triede. Táto úroveň bola dosiahnutá v oboch triedach za rovnaký čas, pri rovnakom objeme učiva. Pritom triedy boli rovnocenné aj čo sa týka počtu žiakov. (V prvej fáze výskumu mala experimentálne trieda 25 žiakov, kontrolná trieda mala 26 žiakov, v druhej fáze mali obe triedy zhodne 26 žiakov.) Naviac, na základe charakteru práce žiakov počas didaktických hier môžeme predpokladať, že v experimentálnej triede

došlo u žiakov k rozvoju niektorých dôležitých kľúčových kompetencií (sociálnych a komunikačných).

Ak zhrnieme výsledky nášho experimentu, používanie didaktických hier sa ukázalo ako prínosné pre vyučovanie. Môžeme povedať, že vyučovanie s používaním didaktických hier je efektívnejšie ako vyučovanie bez integrovaných hier.

Celkovo možno konštatovať, že sa nám podarilo splniť ciele výskumu. Výsledky výskumu sú v súlade s doterajšími štúdiami skúmanej problematiky a predstavujú ich experimentálne overenie. Získané závery predstavujú výzvu pre učiteľov matematiky na širšie používanie didaktických hier v rámci vyučovania.

Všeobecnosť záverov nášho výskumu je obmedzená veľkosťou vzorky a predmetu výskumu. Je preto potrebné urobiť ďalšie výskumy na väčších výskumných vzorkách. Tiež je potrebné testovať danú problematiku pre iné celky učiva a vo väčšom časovom rozsahu. Závery získané takýmto rozsiahlejším výskumom budú presnejšou odpoveďou na otázku efektívnosti vyučovania matematiky metódou didaktických hier.

Použitá literatúra

[1] Boroš, J.: *Motivácia a emocionalita človeka*. Bratislava, Vydavateľstvo ODKAZ v Bratislave 1995.

[2] Böhm, W.: *Wörterbuch der Pädagogik*. Stuttgart, Verlag Alfred Kröner 1988.

[3] Brincková, J.: *Didaktická hra v geometrii*. Banská Bystrica, Metodické centrum Banská Bystrica 1994.

[4] Brousseau, G.: *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Edited and translated by Balacheff, N. et al. Kluwer academic publishers 1997.

[5] Burjan, V. – Bachratá, K. – Bachratý, H.: *Odborný program matematických kroužků na 2. stupni základní školy*. Praha, Státní pedagogický nakladatelství 1989.

[6] Burjan, V. – Burjanová, Ľ.: *Matematické hry*. Bratislava, Pytagoras 1991.

[7] Eľkonin, D. B.: *Psychológia hry*. Bratislava, SPN 1983.

[8] Foltinová, K. – Novotná, J.: *Matematické hry a soutěže na druhém stupni základní školy*. Praha, Pedagogické centrum 1997.

[9] Gagné, R. M.: *Podmínky učení*. Praha, SPN 1975.

[10] GFEN (Groupe Francais d'éducation nouvelle) *Všichni na jedničku! Alternativní didaktické postupy*. Praha, UK, Vydavatelství Karolinum 1991.

[11] Hrdina, Ľ. a kol.: *K problematike zvyšovania efektívnosti vyučovania na základnej škole*. Čiastková expertíza. Bratislava, Ústav experimentálnej pedagogiky SAV 1985.

[12] Ivančíková, D.: *Hry ako súčasť vyučovania matematiky. Hry odbúravajúce stres*. Diplomová práca. Bratislava, UK, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky 2002.

[13] Jocz, G.: *W poszukiwaniu najlepszych warunków rozwiazyvania problemów fizycznych*. In: Studia pedagogiczne, tom XI, 1964.

[14] Kárová, V.: *155 her ve vyučování matematice a ve školní družině na 1. stupni základní školy. 1. a 2. část*. Praha, Pražské centrum vzdělávání pedagogických pracovníků 1994.

[15] Kárová, V.: *Didaktické hry ve vyučování matematice v 1. - 4. ročníku základní a obecné školy. Část aritmetická*. Plzeň, Pedagogická fakulta 1996.

[16] Kolkowski, L.: *Nauczanie problemowe v szkole zawodovej*. Warszawa, WSiP 1975.

[17] Komenský, J. Á.: *Vybrané spisy II*. Bratislava 1957.

[18] Kerlinger, F. N.: *Základy výzkumu chování*. Praha, Academia 1972.

[19] Krejčová, E. – Volfová, M.: *Didaktické hry v matematice*. Hradec Králové, Gaudeamus 1994.

[20] Kudrjavcev, T. V.: *O problemnom obučenii*. Moskva, Vysšaja škola 1974.

[21] Kulič, V.: *Některá kritéria efektivity učení a vyučování a metody jejího zjišťování*. Pedagogika. 30, 1980, č. 6, s. 677–698.

[22] Kulik, J. A. – Kulik, Ch. C.: *Effectiveness of the Personalized System of Instruction Engineering Education*, 3, 1975.

[23] Kupisiewicz, C.: *O efektywności nauczania problemowego*. Warszawa, PWN 1973.

[24] Mager, R. F.: *Rozvíjanie postojov k učeniu*. Bratislava, SPN 1971.

[25] Mojžíšek L.: *Vyučovací metody*. Praha, SPN 1975.

[26] Môťovská, D.: *Netradičné metódy vyučovania matematiky na základnej škole a v nižších triedach osemročných gymnázií*. Bratislava, Agentúra DONY 1994.

[27] Pasćiak, M.: *Przyklady lekcji problemowych*. Warszawa, WsiP 1975.

[28] Pavlík, O. a kol.: *Pedagogická encyklopédia Slovenska. I. zväzok*. Bratislava, Univerzita Komenského. Encyklopedický ústav SAV a Veda, vydavateľstvo SAV 1984.

[29] Petráčková, V. - Kraus, J.: *Slovník cudzích slov*. Bratislava, SPN 1997.

[30] Piaget, J. – Inhelder, B.: *Psychológia dieťaťa*. Bratislava, SOFA 1997.

[31] Platón: *Zákony*. Praha, Oikoymenh 1997.

[32] Průcha, J. – Walterová, E. - Mareš, J.: *Pedagogický slovník*. Praha, Portál 1998.

[33] Roth, F.: *Matematická hra ako prostriedok rozvoja kognitívnych funkcií*. Diplomová práca. Bratislava, UK, Prírodovedecká fakulta 1980.

[34] Skalková, J. a kol.: Zvyšování efektivnosti výchovně vzdělávacího procesu ve vyučování. Studie ČSAV. Praha, Academia 1988.

[35] Spagnolo, F.: Insegnare le matematiche nella scuola secondaria. Firenze, 1998

[36] Spagnolo, F. – Čižmár, J.: *Komunikácia v matematike na strednej škole*. Brno, Masarykova univerzita 2003.

[37] Stračár, E.: Systém kontroly a hodnotenia učebných výsledkov v ZŠ a SŠ. Bratislava, SPN 1979.

[38] Šedivý, O. – Malperová, M.: *Matematika pre 5. ročník základných škôl. 2. časť*. Bratislava, SPN 1998.

[39] Trenčanský, I.: *Možností teórie didaktických situácií na zefektívnenie učenia sa*. In: Zborník 4 Bratislavského seminára z teórie vyučovania matematiky. Bratislava, Univerzita Komenského 2001. s. 81–90.

[40] Turek, I.: *O problémovom vyučovaní*. Bratislava, SPN 1982.

[41] Turek, I.: O efektívnosti vyučovania mechaniky na SPŠ. Prešov, KPÚ 1984.

[42] Turek, I.: *Učiteľ a didaktické testy*. Bratislava, Metodické centrum v Bratislave 1996.

[43] Turek, I.: *Učiteľ a pedagogický výskum*. Bratislava, Metodické centrum v Bratislave 1998.

[44] Turek, I.: *Zvyšovanie efektívnosti vyučovania*. Bratislava, Metodické centrum v Bratislave 2002.

[45] Turek, I.: *Inovácie v didaktike*. Bratislava, Metodické centrum v Bratislave 2005.

[46] Vankúš, P.: *Hry ako súčasť vyučovania matematiky*. Diplomová práca. Bratislava, UK, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky 2002.

[47] Vankúš, P.*: Efficacy of teaching mathematics with method of didactical games in a–didactic situation*. In: Quaderni di Ricerca in Didattica, No. 15, G.R.I.M, University of Palermo 2005, s. 90–105.

[48] Vankúš, P.: *Didaktické hry v matematike*. Bratislava, KEC FMFI UK Bratislava 2012.

[49] Zelina, L. - Nelešovská A.: *K soustavě didaktických zásad a vyučovacích metod*. Olomouc, Pedagogická fakulta Univerzity Palackého 1983.

[50] Žmuráň, V.: *Matematické hry*. Diplomová práca. Bratislava, UK, Matematicko fyzikálna fakulta 1985.

Prílohy

Príloha 1

Zoznam špecifických cieľov učiva testovaného didaktickým testom

Príloha obsahuje zoznam jednotlivých špecifických cieľov testovaného učiva *Obsah obrazca (Obdĺžnik, štvorec).*

Špecifické ciele jednotlivých kapitol učiva témy: Obsah obrazca (Obdĺžnik, štvorec)

1 Obsah obrazca, určovanie obsahu útvaru v štvorcovej sieti

Špecifické ciele	Dôležitosť*	Testovateľnosť*	Úroveň osvojenia*
1. Vedieť, čo je obsah. Kde v praxi pužívame meranie obsahu.	Z	A	po
2. Vedieť určiť obsah obrazca v štvorcovej sieti.	N	A	št

2 Jednotky obsahu, premeny jednotiek

Špecifické ciele	Dôležitosť	Testovateľnosť	Úroveň osvojenia
1. Poznať základné jednotky obsahu.	Z	A	pa
2. Použitie vzťahov: $1m^2 = 100dm^2$, $1dm^2 = 100cm^2$, $1cm^2 = 100mm^2$.	Z	A	št
3. Použitie ďalších vzájomných vzťahov jednotiek: m^2,dm^2, cm^2, mm^2.	Z	A	št
4. Poznať jednotky obsahu a, ha, km^2 a ich veľkosť v m^2.	Z	A	pa
5. Vedieť navzájom premieňať jednotky m^2, a, ha, km^2.	Z	A	št

** pozri legendu uvedenú v závere tejto prílohy*

3 Obsah obdĺžnika

Špecifické ciele	Dôležitosť	Testovateľnosť	Úroveň osvojenia
1. Vedieť vzorec na výpočet obsahu obdĺžnika a čo hovorí.	Z	A	po
2. Vedieť vypočítať obsah oblžnika, ak poznáme veľkosť jeho susedných strán.	Z	A	št
3. Vedieť určiť veľkosť strany obdĺžnika, ak poznáme jeho druhú stranu a jeho obsah.	Z	A	št
4. Vedieť určiť obvod obdĺžnika, ak poznáme jednu stranu a obsah obdĺžnika.	Z	A	št
5. Určiť obsah útvaru zloženého z obdĺžnikov.	Z	A	nt

4 Obsah štvorca

Špecifické ciele	Dôležitosť	Testovateľnosť	Úroveň osvojenia
1. Vedieť vzorec na výpočet obsahu štvorca a čo hovorí.	Z	A	po
2. Vedieť vypočítať obsah štvorca, ak poznáme veľkosť jeho strany.	Z	A	št
3. Vedieť určiť veľkosť strany štvorca, ak poznáme jeho obsah.	Z	A	št
4. Určiť obsah štvorca, ak poznáme jeho obvod.	Z	A	št
5. Určiť obvod štvorca, ak poznáme jeho obsah.	Z	A	št
6. Určiť obsah útvaru zloženého zo štvorcov.	Z	A	nt

5 Slovné úlohy na výpočet obvodov a obsahov útvarov zložených zo štvorcov a obdĺžnikov

Špecifické ciele	Dôležitosť	Testovateľnosť	Úroveň osvojenia
1. Vedieť riešiť základné slovné úlohy na danú tému.	Z	A	nt

* *Legenda:*

Dôležitosť:
- Z – základné účivo
- N – nejedná sa o základné učivo

Testovateľnosť:
- A – testovateľné učivo
- N – ťažko resp. netestovateľné učivo

Úroveň osvojenia:
Vychádzame z Nemierkovej taxonómie vzdelávacích cieľov
- pa – zapamätanie
- po – porozumenie
- št – špecifický transfér
- nt – nešpecifický transfér

Príloha 2

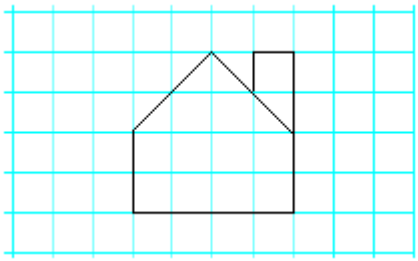
Didaktický test

Skupina A

1) Pri akých činnostiach v živote používame meranie obsahu? Uveď aspoň jednu:

.....…

2) Určite obsah obrazca v centimetrovej štvorcovej sieti.



Obsah obrazca je: .....

3) Aké poznáš jednotky obsahu? Uveď aspoň šesť rôznych jednotiek:

.....

4) Premeň:

a) 720 dm^2 = ……. m^2

b) 12 cm^2 = ……. mm^2

c) 1,5 m^2 = ……. cm^2

d) 1200 mm^2 = ……. dm^2

e) 1,4 ha = ……. a

f) 10 a = ……. m^2

5) Napíš vzorec na výpočet obsahu obdĺžnika a napíš, čo znamenajú jednotlivé písmená. Znázorni na obrázku:

6) Vypočítaj obsah obdĺžnika, ak jeho rozmery sú 2,5 dm a 10 cm. **.....**…

7) Obsah obdĺžnika je 32 cm^2 a dĺžka jeho jednej strany je 8 cm. Určite dĺžku susednej strany obdĺžnika. **.....**…

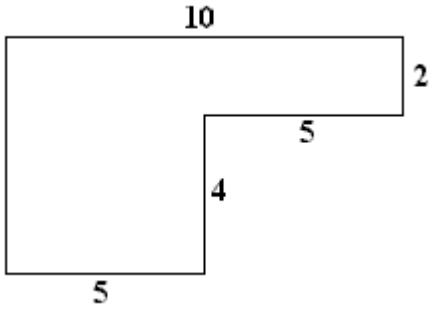
8) Napíš vzorec na výpočet obsahu štvorca a napíš, čo znamenajú jednotlivé písmená. Znázorni na obrázku:

9) Vypočítaj obsah štvorca, ak má stranu dĺžky 5 dm. **.....**…

10) Obsah štvorca je 36 cm^2. Urči dĺžku jeho strany. **.....**…

11) Obsah štvorca je 49 mm^2. Urči jeho obvod. **.....**…

12) Chceme dať dlaždice do izby znázornenej na obrázku. Určite, koľko m^2 dlaždíc potrebujeme. Rozmery na obrázku sú v metroch.



Odpoveď: **.....**

13) Plot okolo štvorcového ihriska je dlhý 40 metrov. Urči obsah ihriska. (Rieš ako slovnú úlohu.)

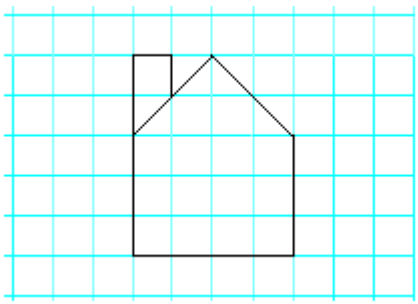
14) Maľujeme obdĺžnikovú stenu s rozmermi 4 m a 2,5 m. Koľko plechovíc farby máme kúpiť? Vieme, že jedna plechovica stačí na namaľovanie 5 m^2 steny. (Rieš ako slovnú úlohu.)

Skupina B

1) Aké poznáš jednotky obsahu? Uveď aspoň šesť rôznych jednotiek:

.....

2) Určite obsah obrazca v centimetrovej štvorcovej sieti.



Obsah obrazca je: .....

3) Pri akých činnostiach v živote používame meranie obsahu? Uveď aspoň jednu:

.....…

4) Premeň:

a) 1,7 m^2 = ... cm^2

b) 15 cm^2 = ... mm^2

c) 420 dm^2 = ... m^2

d) 1800 mm^2 = ... dm^2

e) 20 a = ... m^2

f) 1,7 ha = ... a

5) Napíš vzorec na výpočet obsahu štvorca a napíš, čo znamenajú jednotlivé písmená. Znázorni na obrázku:

6) Vypočítaj obsah štvorca, ak má stranu dĺžky 4 dm. .....…

7) Obsah štvorca je 49 cm^2. Urči dĺžku jeho strany. **.....**…

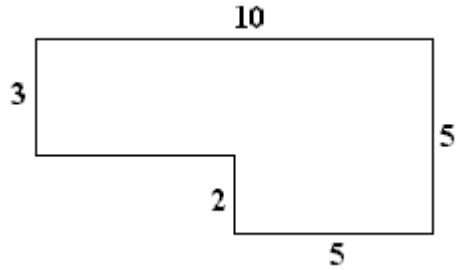
8) Obsah štvorca je 36 mm^2. Urči jeho obvod. **.....**…

9) Napíš vzorec na výpočet obsahu obdĺžnika a napíš, čo znamenajú jednotlivé písmená. Znázorni na obrázku:

10) Vypočítaj obsah obdĺžnika, ak jeho rozmery sú 1,5 dm a 10 cm. **.....**…

11) Obsah obdĺžnika je 28 cm^2 a dĺžka jeho jednej strany je 4 cm. Určite dĺžku susednej strany obdĺžnika. **.....**…

12) Chceme dať dlaždice do izby znázornenej na obrázku. Určite, koľko m^2 dlaždíc potrebujeme. Rozmery na obrázku sú v metroch.



Odpoveď: **.....**

13) Maľujeme obdĺžnikovú stenu s rozmermi 4,5 m a 2 m. Koľko plechovíc farby máme kúpiť? Vieme, že jedna plechovica stačí na namaľovanie 2 m^2 steny. (Rieš ako slovnú úlohu.)

14) Plot okolo štvorcového ihriska je dlhý 80 metrov. Urči obsah ihriska. (Rieš ako slovnú úlohu.)

Príloha 3

Dotazník zisťujúci postoj žiakov k vyučovaniu predmetu matematika

Dotazník

Milí žiaci, v nasledujúcich odpovediach máte možnosť vyjadriť svoj postoj k predmetu *matematika.*

Dotazník je anonymný, neuvádza sa meno. Vaše odpovede budú použité ako súčasť vedeckého výskumu, prosíme Vás preto o úprimné vyjadrenie Vašich názorov.

Za vyplnenie dotazníka **veľmi pekne ďakujeme**.

V nasledujúcich otázkach prosíme zakrúžkovať odpoveď, s ktorou súhlasíš.

1) Predstav si, že by si bol(a) učiteľom. Ktorý z nasledujúcich predmetov by si najradšej vyučoval(a)?

a) Slovenský jazyk
b) Zemepis
c) Matematiku
d) Fyziku
e) Prírodopis
f) Iný (napíš aký): **.....**

2) Vyučovací predmet matematika je pre teba

a) Veľmi zaujímavý
b) Skôr zaujímavý
c) Niekedy zaujímavý, niekedy nezaujímavý
d) Skôr nezaujímavý
e) Veľmi nezaujímavý

3) Zakrúžkuj každé slovo, ktoré vyjadruje tvoj pocit z predmetu matematika

zaujímavý	nudný	bezcenný
jednotvárny	užitočný	chladný
žartovný	neužitočný	potrebný
veľmi ťažký	veľmi ľahký	vzrušujúci
zložitý	veľmi dôležitý	jednoduchý

4) Poznáš nejakú činnosť spojenú s matematikou, ktorá sa ti páči a baví ťa? (Napríklad počítanie slovných úloh, rátanie úloh do zošita, matematické hlavolamy, matematické hry, rysovanie, zábavné slovné úlohy…)

a) Áno (Napíš akú)

.....

.....

b) Nie

5) Tento dotazník vypĺňa

a) dievča b) chlapec

6) Akú známku si mal(a) na polročnom vysvedčení z matematiky?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

7) Na hodiny matematiky sa tešíš

a) vždy b) často c) len niekedy d) nikdy

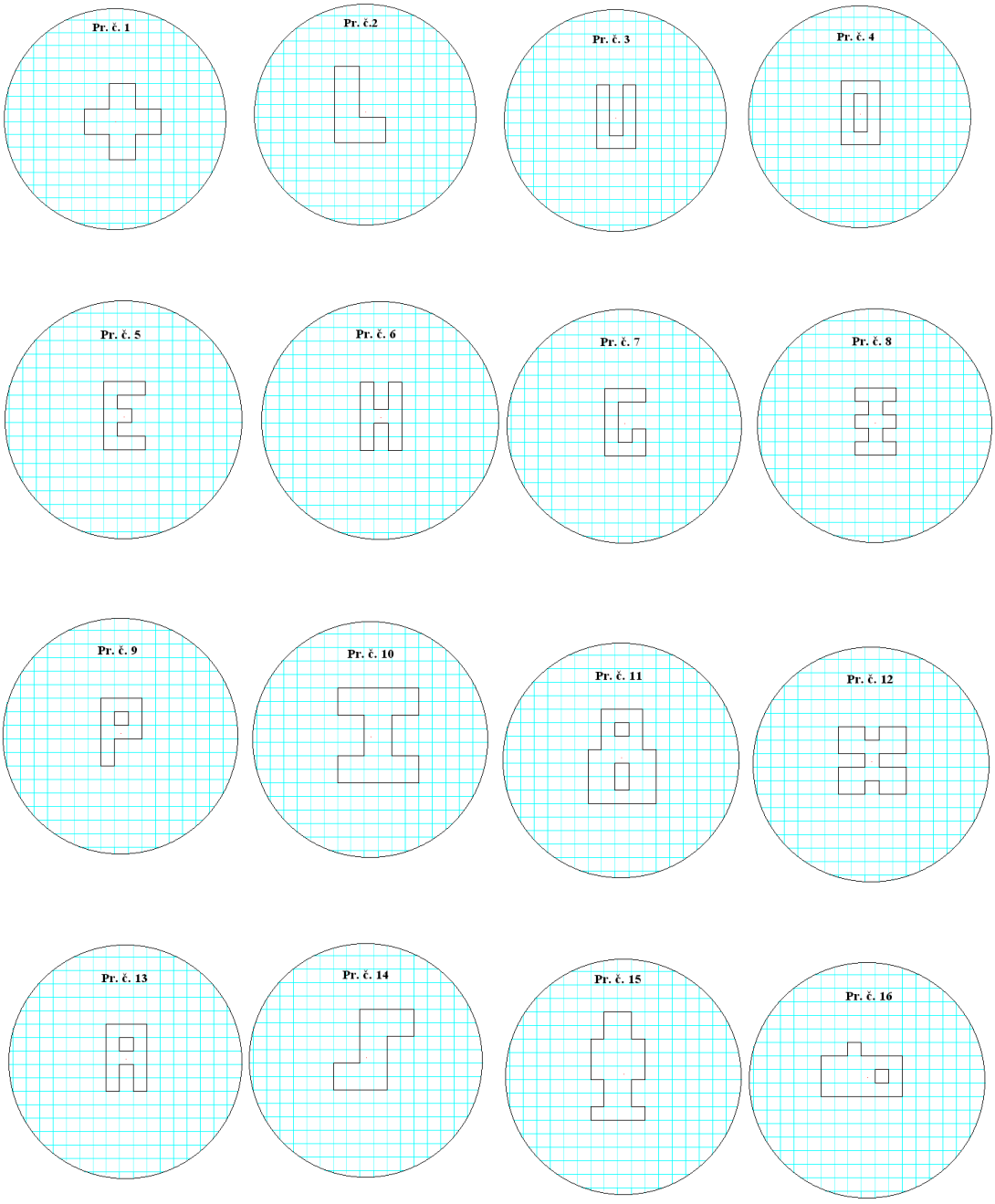
Príloha 4

Úlohy k hre Kruhy

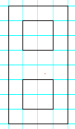
Vo všetkých úlohách mali žiaci určiť obsah útvaru v centimetrovej štvorcovej sieti (jeden štvorec má obsah 1 cm^2).

Úlohy 1–18 boli za 4 body, 19–36 za 7 bodov a úlohy 37–44 boli 12 bodové.

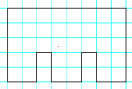
Skutočné zadania úloh boli vo forme kruhov s tvrdého papiera dvojnásobnej veľkosti ako zobrazené predlohy.



Pr. č. 17



Pr. č. 18



Pr. č. 19

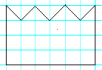
Pr. č. 20

Pr. č. 21

Pr. č. 22

Pr. č. 23

Pr. č. 24



Pr. č. 25

Pr. č. 26

Pr. č. 27

Pr. č. 28

Pr. č. 29

Pr. č. 30

Pr. č. 31

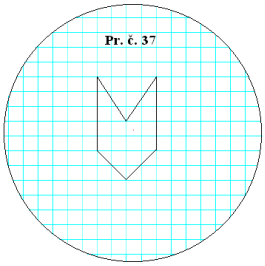
Pr. č. 32

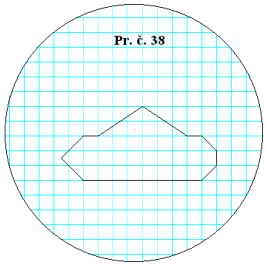
Pr. č. 33

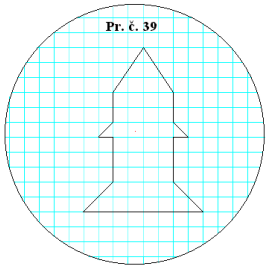
Pr. č. 34

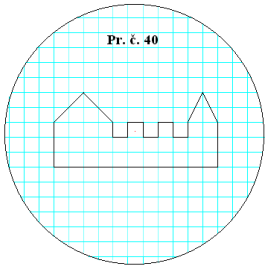
Pr. č. 35

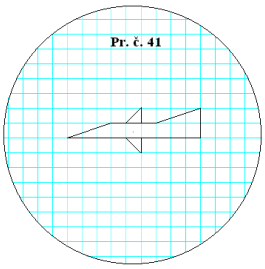
Pr. č. 36

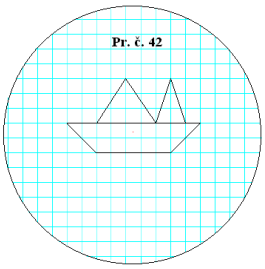

Pr. č. 37

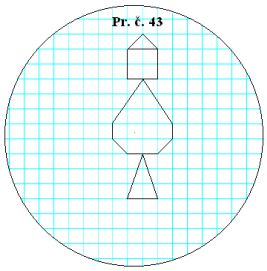

Pr. č. 38

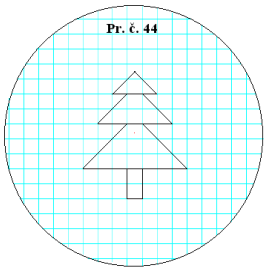

Pr. č. 39


Pr. č. 40


Pr. č. 41


Pr. č. 42


Pr. č. 43

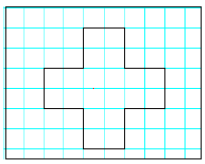

Pr. č. 44

Príloha 5

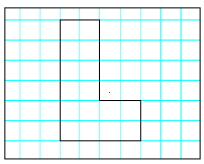
Sada úloh rátaných namiesto hry Kruhy

Dané úlohy rátali žiaci samostatne v laviciach. Úlohou bolo určiť obsah útvarov v centimetrovej štvorcovej sieti (jeden štvorec má obsah 1 cm^2).

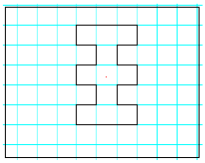
Pr. č. 1



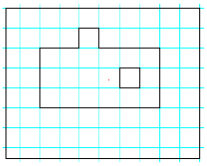
Pr. č. 2



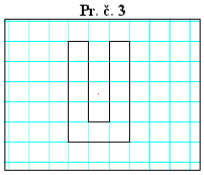
Pr. č. 5



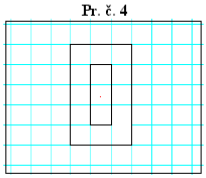
Pr. č. 6



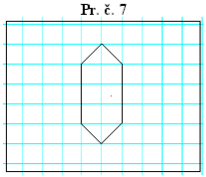
Pr. č. 3



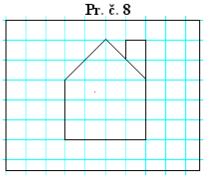
Pr. č. 4



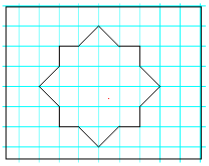
Pr. č. 7



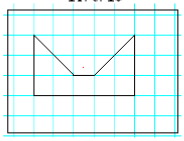
Pr. č. 8



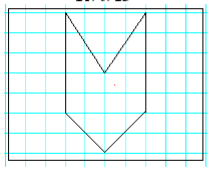
Pr. č. 9



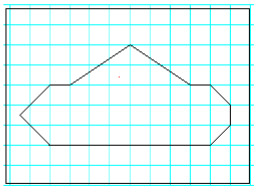
Pr. č. 10



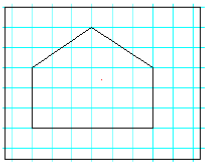
Pr. č. 13



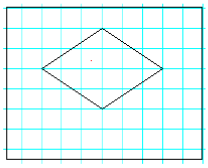
Pr. č. 14



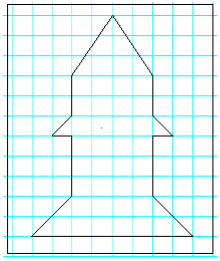
Pr. č. 11



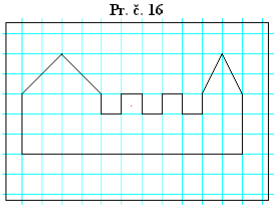
Pr. č. 12



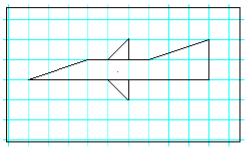
Pr. č. 15



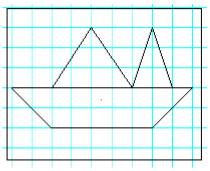
Pr. č. 16



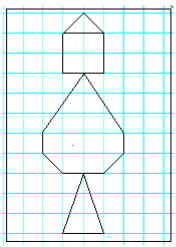
Pr. č. 17



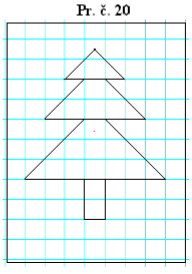
Pr. č. 18



Pr. č. 19



Pr. č. 20



Príloha 6

Sada k hre Domino

Sada dominových kameňov bola vytvorená prefotením daného vzoru na tvrdý papier a jeho rozstrihaním.

1 m^2	500 cm^2	5 dm^2	2 cm^2	200 mm^2	10 dm^2	0,1 m^2	3 cm^2	1 000 000 m^2	0,000 3 m^2
0,04 dm^2	100 dm^2	4 cm^2	2 dm^2	0,02 m^2	1 ha	100 a	0,000 002 m^2	2 mm^2	1 km^2
1 m^2	4 cm^2	0,04 dm^2	1 000 000 m^2	1 km^2	3 cm^2	0,000 3 m^2	200 mm^2	100 a	2 cm^2
500 cm^2	100 dm^2	5 dm^2	0,02 m^2	2 dm^2	0,1 m^2	10 dm^2	0,000 002 m^2	2 mm^2	1 ha
0,000 002 m^2	100 dm^2	1 m^2	0,04 dm^2	4 cm^2	1 ha	100 a	2 cm^2	2 mm^2	3 cm^2
0,000 3 m^2	10 dm^2	0,1 m^2	2 dm^2	0,02 m^2	1 000 000 m^2	1 km^2	500 cm^2	200 mm^2	5 dm^2
1 000 000 m^2	100 dm^2	1 m^2	2 mm^2	0,000 002 m^2	500 cm^2	5 dm^2	100 a	1 ha	2 cm^2
1 km^2	4 cm^2	0,04 dm^2	0,000 3 m^2	3 cm^2	0,01 m^2	10 dm^2	2 dm^2	0,02 m^2	200 mm^2

Príloha 7

Sada úloh rátaných namiesto hry Domino

Úlohy riešili žiaci samostatne v lavici. Potrebné bolo priradiť navzájom zodpovedajúce veľkosti obsahu.

Priraďte zodpovedajúce dvojice veľkostí obsahu šípkou:

1) 1 m^2	a) 1 km^2
2) 5 dm^2	b) 2 cm^2
3) 200 mm^2	c) 0,000 002 m^2
4) 0,1 m^2	d) 3 cm^2
5) 0,04 dm^2	e) 100 dm^2
6) 0,000 3 m^2	f) 2 dm^2
7) 0,02 m^2	g) 1 ha
8) 100 a	h) 10 dm^2
9) 2 mm^2	ch) 500 cm^2
10) 1000 000 m^2	i) 4 cm^2

Vypíšte k sebe priradené dvojice písmen a číslic:

.....

.....

Príloha 8

Sada úloh k hre Šifrovaná

Tieto úlohy sa riešili v rámci hry Šifrovaná i v rámci náhradnej aktivity v kontrolnej triede. (Zadania v kontrolnej triede neobsahovali písmeno uvedené za úlohou.)

Vypočítaj obsah obdĺžnika, ak jeho strany majú rozmery:

a) 2,5dm a 20cm A

b) 3m a 25 dm B

c) 5,5cm a 40mm C

d) 2,5cm a 50mm D

Vypočítaj obsah štvorca, ak má stranu dĺžky:

a) 1m E

b) 5dm F

c) 7cm G

d) 10mm H

Poznáš obsah obdĺžnika a dĺžku jeho jednej strany. Urči dĺžku susednej strany.

a) $3m^2$, 2m I

b) $8cm^2$, 0,2dm J

c) $6m^2$, 200cm K

d) $50m^2$, 5m L

Je daný obsah štvorca. Urči dĺžku jeho strany.

a) $36mm^2$ M

b) $64m^2$ N

c) $81dm^2$ O

d) $9mm^2$ P

Poznáš obvod štvorca. Urči jeho obsah.

a) 20cm R

b) 12cm S

c) 28dm T

d) 24m U

Je daný obsah obdĺžnika a dĺžka jeho jednej strany. Urči jeho obvod.

a) $30cm^2$, 10cm V
b) $15dm^2$, 5dm Z

Príloha 9

Zašifrovaný text používaný v hre Šifrovaná

Kľúč na odkódovanie:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K

L	M	N	O	P	R	S	T	U	V	Z

Kódovaná správa:

4cm 1m^2 12,5cm^2 8m 9dm || 49dm^2 25cm^2 1,5m 22cm^2 3m 9dm ||

36m^2 9cm^2 22cm^2 100mm^2 8m 1m^2 || 16dm 5dm^2 || 3mm 1m^2 49dm^2 ||

6mm 1,5m 8m 36m^2 49dm^2 ||.

16dm 5dm^2 || 5dm^2 3m 9dm || 12,5cm^2 10m 100mm^2 9dm ||

36m^2 9cm^2 22cm^2 100mm^2 8m 36m^2 || 12,5cm^2 26cm 5dm^2 ||

49dm^2 25cm^2 1,5m 22cm^2 3m 5dm^2 ||?

Odpoveď:

Príloha 10

Zadania úloh k hre Športka

Sada úloh

Ú. č. 1: Máme natrieť obdĺžnikovú stenu s rozmermi 5 m a 3 m. Poraďte, koľko plechoviek farby máme kúpiť, ak jedna plechovica stačí na natretie 5 m^2 steny.

Ú. č. 2: Lakujeme štvorcový stôl so stranou dĺžky 1,5 m. Jedna fľaštička laku stačí na 2 m^2 dreva. Koľko fľaštičiek laku potrebujeme mať?

Ú. č. 3. V byte máme miestnosť tvaru obdĺžnika s rozmermi 4,5 m a 3 m a druhú miestnosť tvaru štvorca so stranou dĺžky 4 m. O koľko má druhá miestnosť väčší obsah ako prvá?

Ú. č. 4: V štvorcovej miestnosti so stranou dĺžky 4 m je obdĺžnikový koberec s rozmermi 3,5 m a 3 m. Koľko m^2 podlahy nezakrýva koberec?

Ú. č. 5: Námestie má rozmery 100 m a 50 m. Koľko ľudí sa na námestie zmestí, ak sa počíta na jedného človeka 5 m^2?

Ú. č. 6: Na pole chceme zasiať obilie. Koľko kg obilia budeme potrebovať, ak je pole obdĺžnikové, s rozmermi 200 m a 50 m? Vieme, že na 25 m^2 treba 1 kg obilia.

Ú. č. 7: Na 1 m^2 sa používa 4g umelého hnojiva. Záhradník chce pohnojiť 5 záhonov, každý záhon predstavuje obdĺžnik s rozmermi 2 m a 10 m. Koľko hnojiva bude potrebovať?

Ú. č. 8: Štvorcový pozemok má obsah 400 m^2. Určite dĺžku plotu potrebného na jeho ohradenie. (pomôcka: 20x20 = 400)

Ú. č. 9: Plot okolo ihriska tvaru štvorca má dĺžku 200 m. Určite výmeru (to znamená obsah) ihriska.

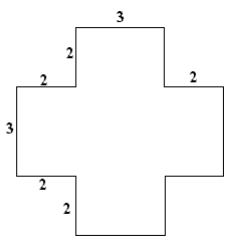
Ú. č. 10: Vieme, že parkovisko tvaru obdĺžnika má obsah 1500 m^2 a jednu stranu dĺžky 30 m. Určite dĺžku jeho susednej strany.

Ú. č. 11: Dozvedeli sme sa, že naša obdĺžniková záhradka má výmeru 200 m^2. Odmerali sme, že veľkosť jednej jej strany je 10 m. Skúste vypočítať dĺžku plota potrebného na oplotenie záhrady.

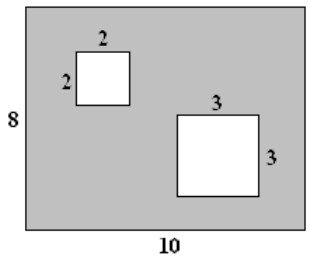
Ú. č. 12: Koľko m^2 papiera treba na výrobu knihy s 200 stranami, keď jedna strana má rozmery 20 cm a 10 cm?

Ú. č. 13: Koľko m^2 podlahoviny je potrebných do miestnosti tvaru obdĺžnika s rozmermi 3,5m a 4m?

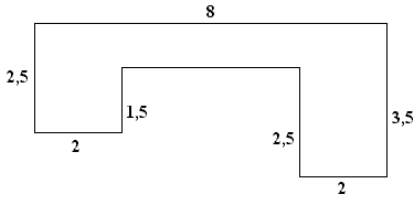
Ú. č. 14: Vypočítajte obsah obrázku. Rozmery sú v centimetroch.



Ú. č. 15: Vypočítajte obsah tmavšej plochy na obrázku. Rozmery sú v centimetroch.



Ú. č. 16 Chodba, ktorej pôdorys je na obrázku, sa má pokryť dlaždicami. Koľko m^2 dlaždíc potrebujeme? Rozmery sú v metroch.



Príloha 11A

Výsledky dotazníka zaradeného na začiatku experimentu (I. fáza výskumu)

V tejto prílohe uvádzame skóre žiakov experimentálnej (5.B) a kontrolnej (5.C) triedy, ktoré dosiahli v dotazníku zaradenom na začiatku experimentu. Úlohou tohto dotazníka bolo zistenie postojov žiakov k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.

Výsledky žiakov experimentálnej triedy v dotazníku na začiatku experimentu

Počet bodov dosiahnutých v položke číslo #

	P*	Z*	I	II	III	IV	V	Súčet
1.	d	1	2	0	4	3	1	10
2.	d	1	0	0	-1	3	-1	1
3.	d	2	0	0	1	2	-1	2
4.	d	2	2	0	1	3	-1	5
5.	d	2	0	0	-1	0	-2	-3
6.	d	2	2	1	4	3	-1	9
7.	d	2	0	0	-1	0	-2	-3
8.	d	2	2	0	1	2	-1	4
9.	d	2	0	0	-4	1	-2	-5
10.	d	2	0	0	2	1	-1	2
11.	d	3	0	2	2	3	1	8
12.	d	4	0	0	-4	0	-2	-6
13.	d	4	0	0	0	2	-1	1
14.	ch	2	0	0	1	1	-2	0
15.	ch	2	0	0	-3	1	-1	-3
16.	ch	2	0	0	-1	0	-1	-2
17.	ch	2	0	-1	0	0	-2	-3
18.	ch	2	0	2	2	1	-1	4
19.	ch	3	0	0	3	2	-1	4
20.	ch	3	0	0	1	1	1	3
21.	ch	3	0	0	1	1	-1	1
22.	ch	3	0	0	3	1	-2	2
23.	ch	3	0	-2	-3	1	-2	-6
24.	ch	3	0	0	0	1	-1	0

Spolu:	25
Aritmetický priemer.:	1.04
Smerodajná odchýlka:	4.34
Variačný koeficient:	4.17
Medián:	1

* P-pohlavie respondenta (ch-chlapec, d-dievča)
Z-známka z matematiky na polroku

Výsledky žiakov kontrolnej triedy v dotazníku na začiatku experimentu

Počet bodov dosiahnutých v položke číslo #

	P*	Z*	I	II	III	IV	V	Súčet
1.	d	1	0	2	1	2	1	6
2.	d	1	0	1	2	2	1	6
3.	d	2	2	0	1	2	-1	4
4.	d	2	0	0	-1	0	-2	-3
5.	d	2	0	0	3	1	-1	3
6.	d	2	2	2	4	2	-1	9
7.	d	2	2	2	3	2	1	10
8.	d	2	0	1	3	3	-1	6
9.	d	2	0	1	2	1	1	5
10.	d	2	0	0	-1	1	-1	-1
11.	d	2	0	0	-2	0	-2	-4
12.	d	3	0	0	0	2	-1	1
13.	d	3	0	0	0	1	-2	-1
14.	d	3	0	0	4	1	1	6
15.	ch	2	0	-2	-5	0	-2	-9
16.	ch	2	0	-2	-5	0	-2	-9
17.	ch	2	2	1	3	2	-1	7
18.	ch	2	0	1	2	1	1	5
19.	ch	2	0	0	-1	0	-2	-3
20.	ch	2	0	0	3	2	-1	4
21.	ch	3	0	1	3	1	1	6
22.	ch	3	0	0	6	3	-2	7
23.	ch	4	0	1	-1	3	-2	1
24.	ch	4	0	0	3	0	-1	2
					Spolu:			58
					Aritmetický priemer.:			2.42
					Smerodajná odchýlka:			5.06
					Variačný koeficient:			2.09
					Medián:			4

* P-pohlavie respondenta (ch-chlapec, d-dievča)
Z-známka z matematiky na polroku

Príloha 11B

Výsledky dotazníka zaradeného na začiatku experimentu (II. fáza výskumu)

V tejto prílohe uvádzame skóre žiakov experimentálnej (5.C) a kontrolnej (5.D) triedy, ktoré dosiahli v dotazníku zaradenom na začiatku experimentu počas druhej fázy výskumu.

Výsledky žiakov experimentálnej triedy v dotazníku na začiatku experimentu

			Počet bodov dosiahnutých v položke číslo #					
	P*	Z*	I	II	III	IV	V	Súčet
1.	d	1	2	2	3	3	1	11
2.	d	1	2	2	4	1	2	11
3.	d	1	0	0	3	2	-1	4
4.	d	1	0	-1	0	2	-1	0
5.	d	1	2	1	4	3	1	11
6.	d	2	0	0	1	1	-1	1
7.	d	2	0	1	5	2	1	9
8.	d	2	0	0	3	2	1	6
9.	d	2	2	1	4	1	1	9
10.	d	2	0	0	3	1	-1	3
11.	d	2	2	0	3	0	1	6
12.	ch	1	2	1	4	4	1	12
13.	ch	1	0	2	2	2	1	7
14.	ch	1	2	2	4	4	2	14
15.	ch	2	0	1	3	2	1	7
16.	ch	2	0	0	2	2	-1	3
17.	ch	2	0	1	4	1	-1	5
18.	ch	2	0	1	2	1	-1	3
19.	ch	2	0	0	2	1	-1	2
20.	ch	2	0	0	3	2	-1	4
21.	ch	2	2	1	5	3	1	12
22.	ch	3	2	2	6	3	1	14
23.	ch	3	0	0	-1	1	-1	-1
24.	ch	3	2	0	1	1	1	5
					Spolu:			158.00
					Aritmetický priemer.:			6.58
					Smerodajná odchýlka:			4.33
					Variačný koeficient:			0.66
					Medián:			6.00

* P-pohlavie respondenta (ch-chlapec, d-dievča)
Z-známka z matematiky na polroku

Výsledky žiakov kontrolnej triedy v dotazníku na začiatku experimentu

Počet bodov dosiahnutých v položke číslo #

	P*	Z*	I	II	III	IV	V	Súčet
1.	d	1	2	1	3	3	1	10
2.	d	1	2	1	3	1	1	8
3.	d	1	0	2	2	2	1	7
4.	d	2	0	0	0	2	-1	1
5.	d	2	0	0	4	3	-1	6
6.	d	2	0	0	3	1	1	5
7.	d	2	0	1	3	4	1	9
8.	d	3	0	0	1	2	-1	2
9.	d	3	0	2	1	1	-2	2
10.	ch	1	2	1	4	1	1	9
11.	ch	1	0	0	3	1	-1	3
12.	ch	2	0	2	3	1	2	8
13.	ch	2	0	0	1	1	-2	0
14.	ch	2	2	2	3	1	2	10
15.	ch	2	0	1	3	4	1	9
16.	ch	2	2	2	3	0	1	8
17.	ch	2	0	2	2	3	2	9
18.	ch	3	0	0	4	3	2	9
19.	ch	3	2	2	4	2	2	12
20.	ch	3	2	1	5	4	2	14
21.	ch	3	0	0	2	1	-1	2
22.	ch	3	0	0	0	1	-1	0
23.	ch	3	0	-1	1	2	-2	0
24.	ch	4	0	0	2	2	-1	3
25.	ch	4	0	-1	-1	1	-2	-3
					Spolu:			143.00
					Aritmetický priemer.:			5.72
					Smerodajná odchýlka:			4.33
					Variačný koeficient:			0.76
					Medián:			7.00

* P-pohlavie respondenta (ch-chlapec, d-dievča)
Z-známka z matematiky na polroku

Príloha 12A

Výsledky dotazníka zaradeného na konci experimentu (I. fáza výskumu)

V prílohe uvádzame prehľad výsledkov dotazníka zaradeného na konci experimentu, v rámci experimentálnej (5.B) aj kontrolnej (5.C) triedy. Bodové skóre žiakov je mierou ich postoja k predmetu matematika a k priebehu jej vyučovania.

Výsledky žiakov experimentálnej triedy v dotazníku na konci experimentu

Počet bodov dosiahnutých v položke číslo #

	P*	Z*	I	II	III	IV	V	Súčet
1.	d	1	0	0	1	2	-1	2
2.	d	1	0	0	1	3	-1	3
3.	d	2	0	0	1	2	-1	2
4.	d	2	2	0	2	6	1	11
5.	d	2	2	0	5	0	1	8
6.	d	2	2	1	-2	2	-2	1
7.	d	2	2	0	1	4	-1	6
8.	d	3	0	1	3	3	1	8
9.	d	3	0	0	2	1	-2	1
10.	d	3	0	2	4	0	-1	5
11.	d	3	0	0	6	2	-1	7
12.	d	4	0	-2	-4	0	-2	-8
13.	ch	2	0	0	1	0	-1	0
14.	ch	2	2	1	0	4	-2	5
15.	ch	2	0	-1	-1	0	-2	-4
16.	ch	3	2	2	4	1	2	11
17.	ch	3	0	0	3	3	-1	5
18.	ch	3	0	0	3	3	-1	5
19.	ch	3	0	0	-1	1	-1	-1
20.	ch	3	0	0	0	1	-2	-1
21.	ch	3	0	0	-4	0	-2	-6
					Spolu:			60
					Aritmetický priemer:			2.86
					Smerodajná odchýlka:			4.98
					Variačný koeficient:			1.74
					Medián:			3

* P-pohlavie respondenta (ch-chlapec, d-dievča)
Z-známka z matematiky na polroku

Výsledky žiakov kontrolnej triedy v dotazníku na konci experimentu

Počet bodov dosiahnutých v položke číslo #

	P*	Z*	I	II	III	IV	V	Súčet
1.	d	1	0	2	3	3	1	9
2.	d	1	0	1	-1	3	-2	1
3.	d	1	2	2	4	5	1	14
4.	d	2	0	1	4	3	-1	7
5.	d	2	0	0	4	4	1	9
6.	d	2	1	0	1	1	-1	2
7.	d	2	0	0	2	2	-1	3
8.	d	2	2	2	5	3	1	13
9.	d	2	0	1	1	2	-1	3
10.	d	2	0	0	1	1	-1	1
11.	d	2	0	0	3	1	-1	3
12.	d	2	2	1	2	3	-1	7
13.	d	3	0	0	1	1	-1	1
14.	d	4	0	0	4	1	-1	4
15.	ch	2	2	0	3	1	-1	5
16.	ch	2	0	1	2	1	-1	3
17.	ch	2	0	1	2	0	-1	2
18.	ch	2	0	-2	-5	0	-2	-9
19.	ch	2	2	2	4	1	1	10
20.	ch	2	0	0	0	0	-1	-1
21.	ch	3	2	2	5	1	1	11
22.	ch	4	0	1	3	1	-1	4
23.	ch	4	0	0	-2	3	-2	-1
					Spolu:			101
					Aritmetický priemer:			4.39
					Smerodajná odchýlka:			5.06
					Variačný koeficient:			1.15
					Medián:			3

* P-pohlavie respondenta (ch-chlapec, d-dievča)
Z-známka z matematiky na polroku

Príloha 12B

Výsledky dotazníka zaradeného na konci experimentu (II. fáza výskumu)

V prílohe uvádzame prehľad výsledkov dotazníka zaradeného na konci experimentu, v rámci experimentálnej (5.C) aj kontrolnej (5.D) triedy počas druhej fázy výskumu.

Výsledky žiakov experimentálnej triedy v dotazníku na konci experimentu

Počet bodov dosiahnutých v položke číslo #

	P*	Z*	I	II	III	IV	V	Súčet
1.	d	1	2	2	5	2	2	13
2.	d	1	2	2	5	3	1	13
3.	d	1	2	2	3	3	1	11
4.	d	1	2	0	3	1	-1	5
5.	d	1	0	0	2	1	-1	2
6.	d	2	2	0	3	2	1	8
7.	d	2	2	1	3	3	1	10
8.	d	2	0	2	5	2	1	10
9.	d	2	0	1	2	4	1	8
10.	d	3	0	0	1	3	-1	3
11.	ch	1	2	2	4	2	1	11
12.	ch	1	2	1	3	3	1	10
13.	ch	2	2	2	5	2	2	13
14.	ch	2	2	2	4	1	1	10
15.	ch	2	0	0	2	2	-1	3
16.	ch	2	0	1	4	1	2	8
17.	ch	2	0	1	3	2	1	7
18.	ch	2	0	1	4	1	-1	5
19.	ch	3	0	0	0	1	-2	-1
20.	ch	3	0	1	4	4	2	11
21.	ch	4	0	2	1	1	-1	3
					Spolu:			163.00
					Aritmetický priemer.:			7.76
					Smerodajná odchýlka:			3.95
					Variačný koeficient:			0.51
					Medián:			8.00

* P-pohlavie respondenta (ch-chlapec, d-dievča)
Z-známka z matematiky na polroku

Výsledky žiakov kontrolnej triedy v dotazníku na konci experimentu

Počet bodov dosiahnutých v položke číslo #

	P*	Z*	I	II	III	IV	V	Súčet
1.	d	1	2	1	3	2	1	9
2.	d	1	2	1	2	4	1	10
3.	d	1	0	1	4	1	1	7
4.	d	2	0	0	3	2	-1	4
5.	d	2	0	1	2	1	-1	3
6.	d	2	0	-1	0	2	-1	0
7.	d	2	0	0	1	1	-1	1
8.	d	2	0	1	2	2	1	6
9.	d	3	0	0	1	3	-1	3
10.	d	4	2	2	3	1	2	10
11.	ch	1	0	0	3	1	1	5
12.	ch	1	0	1	2	1	1	5
13.	ch	2	0	0	3	1	-1	3
14.	ch	2	2	2	4	0	1	9
15.	ch	2	0	2	4	1	1	8
16.	ch	2	0	0	3	1	1	5
17.	ch	2	0	-1	1	1	-2	-1
18.	ch	2	0	2	3	3	2	10
19.	ch	2	0	0	1	1	-1	1
20.	ch	3	0	2	5	1	-1	7
21.	ch	3	0	0	4	1	1	6
22.	ch	3	0	2	5	1	2	10
23.	ch	4	0	0	1	1	-2	0
24.	ch	4	0	-2	1	2	-2	-1

Spolu:	120.00
Aritmetický priemer.:	5.00
Smerodajná odchýlka:	3.64
Variačný koeficient:	0.73
Medián:	5.00

* P-pohlavie respondenta (ch-chlapec, d-dievča)
Z-známka z matematiky na polroku

Príloha 13A

Bodové skóre dosiahnuté v rámci didaktického testu (I. fáza výskumu)

V nasledujúcich tabuľkách uvedieme počet bodov, ktorý získali žiaci experimentálnej (5.B) a kontrolnej (5.C) triedy v jednotlivých úlohách didaktického testu.

Výsledky didaktického testu, experimentálna trieda

Skóre z úlohy číslo #, v zátvorke je maximálne možné skóre

	Z*	S*	I (1)	II (1)	III (1)	IV (3)	V (1)	VI (1)	VII (1)	VIII (1)	IX (1)	X (1)	XI (1)	XII (1)	XIII (3)	XIV (3)
1.	2	A	1	1	1	2	1	0	0	0.5	1	0	0	0	1	1
2.	2	A	1	0	1	3	0.5	0	0	0.5	1	1	1	0	3	3
3.	2	A	0	0	1	0.5	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
4.	2	A	1	0	1	3	1	0	1	0.5	1	1	0	0	3	3
5.	3	A	1	0	1	1.5	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2
6.	3	A	1	1	1	1.5	1	1	1	1	1	1	1	0	2	3
7.	3	A	1	0	1	3	0.5	1	1	0.5	1	0	1	1	3	2
8.	3	A	1	1	1	3	1	0	0	1	1	1	1	1	3	3
9.	3	A	1	1	1	2.5	1	1	1	1	1	1	0	1	3	3
10.	3	A	1	0	1	2.5	1	0	1	1	1	1	1	0	3	2
11.	4	A	1	0	1	1	1	0	0	0.5	0	1	0	1	1	0
12.	4	A	1	1	1	2.5	0	1	0	0.5	1	0	0	0	3	3
13.	1	B	1	0	1	0	0.5	1	0	0	0	0	0	0	1	1
14.	1	B	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
15.	2	B	1	0	1	0	0.5	0	1	0.5	0	0	0	0	1	3
16.	2	B	1	0	1	1.5	1	0	1	0.5	1	1	0	0	1	3
17.	2	B	1	0	1	1	0.5	0	0	1	0	0	0	0	1	1
18.	2	B	1	0	1	3	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2
19.	3	B	1	1	1	0.5	0.5	0	0	1	0	0	0	0	1	1
20.	3	B	1	1	1	0.5	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1
21.	3	B	1	0	1	0.5	0.5	1	0	0	1	1	0	0	1	1
22.	4	B	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	0	3	1
23.	4	B	1	1	1	2.5	1	0	1	1	1	1	1	0	1	3

* Z– známka z matematiky na polroku
S – žiak riešil uvedenú variantu testu

Výsledky didaktického testu, kontrolná trieda

Skóre z úlohy číslo #, v zátvorke je maximálne možné skóre

	Z*	S*	I (1)	II (1)	III (1)	IV (3)	V (1)	VI (1)	VII (1)	VIII (1)	IX (1)	X (1)	XI (1)	XII (1)	XIII (3)	XIV (3)
1.	1	A	0	1	1	2.5	1	1	1	1	1	1	0	1	3	1
2.	2	A	1	0	1	2	1	1	0	1	1	0	0	0	1	2
3.	2	A	1	0	1	0.5	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
4.	2	A	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	3	3
5.	2	A	1	1	1	2.5	0.5	1	1	0.5	0	0	0	1	1	3
6.	2	A	1	0	1	3	0.5	1	0	0.5	1	1	0	1	3	3
7.	2	A	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8.	2	A	1	0	0	0.5	0	0	1	0	0	0	0	0	1	3
9.	2	A	1	0	1	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
10.	3	A	1	1	1	0.5	1	0	0	1	1	0	0	0	3	2
11.	3	A	1	1	1	1.5	1	1	1	1	1	0	0	1	3	3
12.	3	A	0	0	0	1	0.5	0	1	0.5	0	1	0	0	0	3
13.	4	A	1	1	1	0.5	0.5	1	1	1	1	0	0	1	0	1
14.	4	A	1	1	1	1.5	1	0	1	1	1	1	0	1	3	3
15.	1	B	1	1	1	1	0.5	0	1	0.5	0	1	0	0	1	1
16.	1	B	1	1	1	2.5	0.5	0	1	0.5	1	1	1	0	2	3
17.	2	B	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	3
18.	2	B	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	2	1
19.	2	B	1	0	1	3	0.5	1	1	0.5	1	1	1	0	2	1
20.	2	B	0	0	0	1.5	0.5	0	0	0	0	0	0	0	1	1
21.	2	B	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	3
22.	2	B	1	1	1	2	1	1	1	1	1	0	0	0	1	2
23.	2	B	1	1	1	2.5	1	1	1	1	1	1	1	0	3	3
24.	3	B	1	1	1	3	1	1	1	0.5	1	1	1	1	3	3
25.	4	B	1	0	1	2.5	1	0	1	0	1	1	1	0	2	3

* Z– známka z matematiky na polroku
S – žiak riešil uvedenú variantu testu

Príloha 13B

Bodové skóre dosiahnuté v rámci didaktického testu (II. fáza výskumu)

V nasledujúcich tabuľkách uvádzame počet bodov, ktorý získali žiaci experimentálnej (5.C) a kontrolnej (5.D) triedy v jednotlivých úlohách didaktického testu počas druhej fázy výskumu.

Výsledky didaktického testu, experimentálna trieda

Skóre z úlohy číslo #, v zátvorke je maximálne možné skóre

	Z*	S*	I (1)	II (1)	III (1)	IV (3)	V (1)	VI (1)	VII (1)	VIII (1)	IX (1)	X (1)	XI (1)	XII (1)	XIII (3)	XIV (3)
1.	1	A	1	0	1	2,5	1	0	1	1	1	1	1	1	3	3
2.	2	A	1	0	1	2,5	1	1	1	1	1	1	1	0	3	2
3.	1	A	1	0	1	3	1	1	1	1	1	1	1	0	3	3
4.	1	A	1	1	1	3	1	0	1	1	1	0	0	1	3	2
5.	1	A	1	1	1	3	0,5	0	1	0,5	1	1	1	1	3	3
6.	3	A	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1
7.	2	A	1	1	1	2,5	1	1	0	1	1	1	1	1	3	3
8.	5	A	1	1	0	2	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
9.	3	A	1	1	0	2,5	1	0	0	0,5	0	0	0	1	1	1
10.	1	A	1	1	1	2,5	1	1	1	0	1	1	0	1	1	3
11.	1	A	1	1	1	3	1	0	1	1	1	1	1	1	3	3
12.	2	B	1	1	0	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3
13.	2	B	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3
14.	2	B	1	1	1	3	1	0	1	1	1	1	0	1	1	3
15.	2	B	1	1	1	3	1	1	1	1	1	0	0	1	3	3
16.	1	B	1	1	1	2,5	1	1	1	1	1	1	0	1	3	2
17.	4	B	1	1	1	2,5	0.5	0	0	0,5	0	0	0	0	1	1
18.	2	B	1	1	1	3	1	0	0	1	1	1	0	0	1	3
19.	2	B	1	0	1	2	1	1	1	1	1	0	0	1	3	3
20.	2	B	1	1	1	2	1	1	1	1	1	0	0	0	1	3
21.	2	B	1	0	1	3	1	0	0	1	0	1	1	0	3	2

* Z– známka z matematiky na polroku
S – žiak riešil uvedenú variantu testu

Výsledky didaktického testu, kontrolná trieda

Skóre z úlohy číslo #, v zátvorke je maximálne možné skóre

	Z*	S*	I (1)	II (1)	III (1)	IV (3)	V (1)	VI (1)	VII (1)	VIII (1)	IX (1)	X (1)	XI (1)	XII (1)	XIII (3)	XIV (3)
1.	2	A	1	1	1	2	1	0	0	1	1	1	1	0	3	3
2.	2	A	0	0	1	3	1	1	1	1	1	1	0	0	3	3
3.	1	A	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3
4.	1	A	1	1	0	3	1	0	1	1	1	1	1	0	3	3
5.	2	A	1	1	1	2,5	1	1	1	1	1	0	0	0	3	3
6.	3	A	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
7.	4	A	0	0	1	2	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
8.	2	A	0	1	0	0.5	0,5	0	0	0,5	0	0	0	0	1	1
9.	2	A	1	1	1	2	0,5	1	1	0,5	1	1	1	0	3	3
10.	2	A	1	1	1	3	1	1	1	1	1	0	0	1	3	3
11.	1	A	1	1	1	3	0,5	1	1	0,5	1	1	0	0	3	3
12.	4	B	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1
13.	3	B	1	0	1	3	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
14.	2	B	1	0	1	3	1	1	1	1	1	1	0	0	0	3
15.	1	B	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	0	1	3	3
16.	2	B	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3
17.	1	B	1	1	1	3	1	1	1	1	1	0	0	1	3	3
18.	2	B	1	1	0	2.5	1	1	1	1	1	0	0	0	0	3
19.	2	B	1	1	1	2.5	0	1	1	0	1	1	0	1	1	3
20.	3	B	1	1	0	0.5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
21.	2	B	1	1	0	1.5	1	0	0	0.5	1	1	0	1	3	1
22.	4	B	1	1	1	2	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
23.	3	B	0	1	0	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
24.	3	B	1	1	1	2.5	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

* Z– známka z matematiky na polroku
S – žiak riešil uvedenú variantu testu

Príloha 14A

Relatívne–percentuálne skóre dosiahnuté v didaktickom teste (I. fáza výskumu)

Nasledujúce tabuľky uvádzajú relatívne–percentuálne skóre, ktoré získali žiaci experimentálnej (5.B) a kontrolnej (5.C) triedy v jednotlivých úlohách didaktického testu.

Výsledky didaktického testu, experimentálna trieda

Relatívne–percentuálne skóre z úlohy číslo #

	Z*	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
1.	1	100	0	100	0	50	100	0	0	0	0	0	0	33	33
2.	1	100	0	100	0	0	0	0	0	100	100	0	0	0	33
3.	2	100	100	100	67	100	0	0	50	100	0	0	0	33	33
4.	2	100	0	100	100	50	0	0	50	100	100	100	0	100	100
5.	2	0	0	100	17	0	0	0	0	0	100	0	100	0	0
6.	2	100	0	100	100	100	0	100	50	100	100	0	0	100	100
7.	2	100	0	100	0	50	0	100	50	0	0	0	0	33	100
8.	2	100	0	100	50	100	0	100	50	100	100	0	0	33	100
9.	2	100	0	100	33	50	0	0	100	0	0	0	0	33	33
10.	2	100	0	100	100	100	0	0	100	100	100	0	0	33	67
11.	3	100	0	100	50	0	0	0	0	100	0	0	0	33	67
12.	3	100	100	100	50	100	100	100	100	100	100	100	0	67	100
13.	3	100	0	100	100	50	100	100	50	100	0	100	100	100	67
14.	3	100	100	100	100	100	0	0	100	100	100	100	100	100	100
15.	3	100	100	100	83	100	100	100	100	100	100	0	100	100	100
16.	3	100	0	100	83	100	0	100	100	100	100	100	0	100	67
17.	3	100	100	100	17	50	0	0	100	0	0	0	0	33	33
18.	3	100	100	100	17	0	100	0	0	100	100	0	0	0	33
19.	3	100	0	100	17	50	100	0	0	100	100	0	0	33	33
20.	4	100	0	100	33	100	0	0	50	0	100	0	100	33	0
21.	4	100	100	100	83	0	100	0	50	100	0	0	0	100	100
22.	4	100	100	100	67	100	100	100	100	100	100	100	0	100	33
23.	4	100	100	100	83	100	0	100	100	100	100	100	0	33	100

* Z– známka z matematiky na polroku

Výsledky didaktického testu, kontrolná trieda

Relatívne–percentuálne skóre z úlohy číslo #

	Z*	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
1.	1	0	100	100	83.3	100	100	100	100	100	100	0	100	100	33
2.	1	100	100	100	33.3	50	0	100	50	0	100	0	0	33	33
3.	1	100	100	100	83.3	50	0	100	50	100	100	100	0	67	100
4.	2	100	0	100	66.7	100	100	0	100	100	0	0	0	33	67
5.	2	100	0	100	16.7	100	0	0	0	100	0	0	0	33	33
6.	2	100	0	100	0	100	100	100	0	100	0	0	100	100	100
7.	2	100	100	100	83.3	50	100	100	50	0	0	0	100	33	100
8.	2	100	0	100	100	50	100	0	50	100	100	0	100	100	100
9.	2	100	100	100	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10.	2	100	0	0	16.7	0	0	100	0	0	0	0	0	33	100
11.	2	100	0	100	66.7	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0
12.	2	100	100	100	33.3	100	100	100	100	0	100	0	100	33	100
13.	2	100	0	100	0	100	0	0	100	100	0	0	0	67	33
14.	2	100	0	100	100	50	100	100	50	100	100	100	0	67	33
15.	2	0	0	0	50	50	0	0	0	0	0	0	0	33	33
16.	2	100	100	100	33.3	100	0	100	100	100	100	0	0	0	100
17.	2	100	100	100	66.7	100	100	100	100	100	0	0	0	33	67
18.	2	100	100	100	83.3	100	100	100	100	100	100	100	0	100	100
19.	3	100	100	100	16.7	100	0	0	100	100	0	0	0	100	67
20.	3	100	100	100	50	100	100	100	100	100	0	0	100	100	100
21.	3	0	0	0	33.3	50	0	100	50	0	100	0	0	0	100
22.	3	100	100	100	100	100	100	100	50	100	100	100	100	100	100
23.	4	100	100	100	16.7	50	100	100	100	100	0	0	100	0	33
24.	4	100	100	100	50	100	0	100	100	100	100	0	100	100	100
25.	4	100	0	100	83.3	100	0	100	0	100	100	100	0	67	100

* Z– známka z matematiky na polroku

Príloha 14B

Relatívne–percentuálne skóre dosiahnuté v didaktickom teste (II. fáza výskumu)

Nasledujúce tabuľky uvádzajú relatívne–percentuálne skóre, ktoré získali žiaci experimentálnej (5.C) a kontrolnej (5.D) triedy v jednotlivých úlohách didaktického testu počas druhej fázy výskumu.

Výsledky didaktického testu, experimentálna trieda

Relatívne–percentuálne skóre z úlohy číslo #

	Z*	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
1.	1	100	0	100	83	100	0	100	100	100	100	100	100	100	100
2.	2	100	0	100	83	100	100	100	100	100	100	100	0	100	67
3.	1	100	0	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	100	100
4.	1	100	100	100	100	100	0	100	100	100	0	0	100	100	67
5.	1	100	100	100	100	50	0	100	50	100	100	100	100	100	100
6.	3	100	100	0	33	100	0	0	100	0	0	0	0	33	33
7.	2	100	100	100	83	100	100	0	100	100	100	100	100	100	100
8.	5	100	100	0	67	0	0	100	0	0	100	0	0	0	33
9.	3	100	100	0	83	100	0	0	50	0	0	0	100	33	33
10.	1	100	100	100	83	100	100	100	0	100	100	0	100	33	100
11.	1	100	100	100	100	100	0	100	100	100	100	100	100	100	100
12.	2	100	100	0	67	100	100	100	100	100	100	100	100	33	100
13.	2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
14.	2	100	100	100	100	100	0	100	100	100	100	0	100	33	100
15.	2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	0	100	100	100
16.	1	100	100	100	83	100	100	100	100	100	100	0	100	100	67
17.	4	100	100	100	83	50	0	0	50	0	0	0	0	33	33
18.	2	100	100	100	100	100	0	0	100	100	100	0	0	33	100
19.	2	100	0	100	67	100	100	100	100	100	0	0	100	100	100
20.	2	100	100	100	67	100	100	100	100	100	0	0	0	33	100
21.	2	100	0	100	100	100	0	0	100	0	100	100	0	100	67

* Z– známka z matematiky na polroku

Výsledky didaktického testu, kontrolná trieda

Relatívne–percentuálne skóre z úlohy číslo #

	Z*	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
1.	2	100	100	100	67	100	0	0	100	100	100	100	0	100	100
2.	2	0	0	100	100	100	100	100	100	100	100	0	0	100	100
3.	1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
4.	1	100	100	0	100	100	0	100	100	100	100	100	0	100	100
5.	2	100	100	100	83	100	100	100	100	100	0	0	0	100	100
6.	3	0	100	100	33	0	0	100	0	0	0	0	0	33	0
7.	4	0	0	100	67	100	0	0	0	100	0	0	0	33	33
8.	2	0	100	0	17	50	0	0	50	0	0	0	0	33	33
9.	2	100	100	100	67	50	100	100	50	100	100	100	0	100	100
10.	2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	0	100	100	100
11.	1	100	100	100	100	50	100	50	50	100	100	0	0	100	100
12.	4	0	0	0	17	0	0	0	0	0	0	0	0	67	33
13.	3	100	0	100	100	100	100	100	0	100	100	100	100	33	33
14.	2	100	0	100	100	100	100	100	100	100	100	0	0	0	100
15.	1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	100	100	100
16.	2	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
17.	1	100	100	100	100	100	100	100	100	100	0	0	100	100	100
18.	2	100	100	0	83	100	100	100	100	100	0	0	0	0	100
19.	2	100	100	100	83	0	100	100	0	100	100	0	100	33	100
20.	3	50	100	0	17	0	0	0	0	100	0	0	0	0	67
21.	2	100	100	0	50	100	0	0	50	100	100	0	100	100	33
22.	4	100	100	100	67	100	0	0	100	0	0	0	0	0	0
23.	3	0	100	0	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	67
24.	3	100	100	100	83	100	100	100	100	100	100	100	100	0	33

* Z– známka z matematiky na polroku

Príloha 15A

Údaje potrebné na posúdenie korelácie medzi výsledkami didaktického testu a medzi známkami z matematiky na polročnom vysvedčení (I. fáza výskumu)

Táto príloha obsahuje známky žiakov z didaktického testu, známky z matematiky na polročnom vysvedčení a stupnicu klasifikácie didaktického testu.

Tabuľka udávajúca známky z didaktického testu a známky z matematiky na polročnom vysvedčení pre žiakov experimentálnej triedy

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
polrok	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
test	4	4	3	2	5	2	4	3	4	3	4	2	2	2	1

	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.
polrok	3	3	3	3	4	4	4	4
test	2	4	4	4	4	3	2	2

Pearsonov koeficient korelácie medzi známkou z did. testu a na polroku: -0.32

Tabuľka udávajúca známky z didaktického testu a známky z matematiky na polročnom vysvedčení pre žiakov kontrolnej triedy

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
polrok	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
test	2	3	2	3	4	3	3	2	5	4	4	3	4	3	5

	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.
polrok	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4
test	3	3	1	3	2	4	1	3	2	2

Pearsonov koeficient korelácie medzi známkou z did. testu a na polroku: -0.16

Stupnica klasifikácie didaktického testu

1	20	-	18
2	17.5	-	14
3	13.5	-	8.5
4	8	-	4.5
5	4	-	0

Príloha 15B

Údaje potrebné na posúdenie korelácie medzi výsledkami didaktického testu a medzi známkami z matematiky na polročnom vysvedčení (II. fáza výskumu)

Táto príloha obsahuje známky žiakov z didaktického testu, známky z matematiky na polročnom vysvedčení a stupnicu klasifikácie didaktického testu.

Tabuľka udávajúca známky z didaktického testu a známky z matematiky na polročnom vysvedčení pre žiakov experimentálnej triedy

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
polrok	1	2	1	1	1	3	2	5	3	1	1	2	2	2	2
test	1	2	1	2	1	4	1	4	3	2	1	2	1	2	1

	16.	17.	18.	19.	20.	21.
polrok	1	4	2	2	2	2
test	2	3	2	2	2	2

Pearsonov koeficient korelácie medzi známkou z did. testu a na polroku: 0.78

Tabuľka udávajúca známky z didaktického testu a známky z matematiky na polročnom vysvedčení pre žiakov kontrolnej triedy

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.
polrok	2	2	1	1	2	3	4	2	2	2	1	4	3	2	1
test	2	2	1	2	2	4	3	4	2	1	2	4	2	2	1

	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.
polrok	2	1	2	2	3	2	4	3	3
test	1	1	2	2	4	3	4	5	2

Pearsonov koeficient korelácie medzi známkou z did. testu a na polroku: 0.68

Stupnica klasifikácie didaktického testu

1	20	-	18
2	17.5	-	14
3	13.5	-	8.5
4	8	-	4.5
5	4	-	0

Publikácia bola vydaná v rámci grantu KEGA č. 091UK-4/2012 *Rozvoj matematickej kultúry riešením úloh bežnej praxe.*

Názov:	Základy metodológie výskumu v teórii vyučovania matematiky Príklady realizovaných výskumov
Autori:	RNDr. Monika Dillingerová, PhD. PaedDr. Mária Slavíčková, PhD. PaedDr. Peter Vankúš, PhD.
Recenzenti:	doc. RNDr. Viera Uherčíková, CSc. PaedDr. Iveta Kohanová, PhD.
Vydal:	KEC FMFI UK Bratislava
Rok vydania:	2013
Poradie vydania:	prvé
Počet strán:	263
Náklad:	100 kusov

Rukopis neprešiel jazykovou úpravou

Kategória publikačnej činnosti: ACB Vysokoškolské učebnice vydané v domácich vydavateľstvách. Učebnica je určená pre odbor Učiteľstvo akademických predmetov v kombinácii s matematikou.

ISBN: 978 – 80 – 8147 – 018 – 9