

Tri kapitoly týkajúce sa postojov
študentov k matematike

Mária Čujdíková, Adam Jakubička, Peter Vankúš

Tri kapitoly týkajúce sa postojov študentov k matematike

Mária Čujdíková, Adam Jakubička, Peter Vankúš

Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta Matematiky, fyziky a informatiky
Bratislava, 2022

Publikácia vydaná v rámci grantu KEGA č. 007UK-4/2020 *Výskum vývoja postojov budúcich učiteľov matematiky s cieľom inovácie ich vysokoškolskej prípravy.*

© Mgr. Mária Čujdíková, PhD.; Mgr. Adam Jakubička;
PaedDr. Peter Vankúš, PhD.

Vydavateľ: KEC FMFI UK Bratislava

ISBN: 978 – 80 – 8147 – 124 – 7



OBSAH

Obsah	3
Predhovor	4
O projekte	5
1. Kapitola: VÝVOJ PRESVEDČENÍ BUDÚCICH UČITEĽOV MATEMATIKY <i>(Adam Jakubička)</i>	7
2. Kapitola: MATEMATICKÉ MYSLENIE, POSTOJE K MATEMATIKE A VIDEOHRY <i>(Mária Čujdíková)</i>	69
3. Kapitola: MATEMATICKÉ SÚSTREDENIE V PRÍPRAVE BUDÚCICH UČITEĽOV <i>(Peter Vankúš)</i>	247
Záver publikácie	295

Predhovor

Vážený čitateľ / čitateľka, držíš v ruke publikáciu, ktorá obsahuje tri príspevky ku problematike postojov študentov k matematike. Uvedená problematika je rozsiahla, preto sú tieto príspevky veľmi rozmanité.

Prvý príspevok predstavuje výskum vývoja presvedčení budúcich učiteľov matematiky. Táto kapitola našej práce bola spracovaná Adamom Jakubičkom v rámci jeho písomnej práci k dizertačnej skúške, odkiaľ tento text preberáme¹. Autor vytvoril veľmi výstižný prehľad teoretického základu ku štúdiu presvedčení. Spracoval podrobne súčasný stav výskumu. Ponúka nám tiež návrh svojho ďalšieho výskumu a jeho dizajn.

Druhá kapitola tejto knihy patrí problematike rozvoja matematického myslenia a zlepšovania postojov študentov k matematike prostredníctvom videohier. Tematiku spracovala vo svojej dizertačnej práci Mária Čujdíková, ktorá tento text poskytla aj pre našu publikáciu². Autorka sa venuje používaniu hier vo vyučovaní, čo je v súčasnosti veľmi aktuálna téma. Veríme, že tento text bude preto pre čitateľov pútavým pohľadom do perspektív integrácie videohier ako prostriedku matematického vzdelávania.

Posledná, tretia kapitola je venovaná predmetu Matematické sústreďenie. Tento predmet slúži ako nástroj na prezentovanie aktívneho vyučovania matematiky pre študentov učiteľstva. Má tiež veľký potenciál v rozvoji pozitívnych postojov študentov k matematike, jej štúdiu a vyučovaniu. Túto časť knihy vypracoval Peter Vankúš, ktorý uvedený predmet na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky už dlhé roky zastrešuje.

Spoločným menovateľom všetkých troch kapitol našej knihy je ich príspevok k rozvoju postojov k matematike. Tento prvok je v súlade so zameraním projektu KEGA č. 007UK-4/2020 *Výskum vývoja postojov budúcich učiteľov matematiky s cieľom inovácie ich vysokoškolskej prípravy*, v rámci ktorého publikácia vznikla. Publikácia preto predstavuje fyzickú realizáciu uskutočnenia cieľov tohto projektu. Dúfame, že pre čitateľa / čitateľku bude táto kniha zaujímavou a priblíži im študovanú problematiku pútavým spôsobom.

Autori

Bratislava, 2022

¹ Jakubička, A. (2020). VÝVOJ PRESVEDČENÍ BUDÚCICH UČITEĽOV MATEMATIKY. Písomná práca k dizertačnej skúške. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

² Čujdíková, M. (2021). Matematické myslenie, postoje k matematike a videohry. Dizertačná práca. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

O projekte

V predhovore sme spomenuli projekt KEGA, v rámci ktorého naša kniha vznikla. Na nasledovných dvoch stranách si tento projekt priblížime.

Projekt KEGA *Výskum vývoja postojov budúcich učiteľov matematiky s cieľom inovácie ich vysokoškolskej prípravy* bol riešený na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave v rokoch 2020–2022. Riešiteľmi projektu boli v abecednom poradí M. Babinská, M. Čujdíková, M. Janíková, A. Jakubička, Z. Kubáček a P. Vankúš.

Cieľom projektu bolo skúmať faktory, ktoré vplývajú na postoje a názory študentov učiteľstva k cieľom vyučovania matematiky. Od učiteľov sa očakáva, že ich výučba bude u študentov podporovať schopnosť a ochotu uplatňovať získavané vedomosti v praxi, aktívny a kreatívny prístup k riešeniu problémov, rozvoj kritického myslenia a schopnosti argumentácie. Medzinárodné výskumy však upozorňujú, že k tomu častokrát nedochádza a to nielen u učiteľov s dlhoročnými skúsenosťami, ale aj u mladých, začínajúcich učiteľov³. Problémom býva na jednej strane neznalosť potrebných metód a nástrojov. Na strane druhej nedostatočné stotožnenie sa učiteľov s týmito metódami vyplývajúce z ich postojov k vyučovaniu. Preto je problematika postojov budúcich študentov učiteľstva kľúčová pre ich budúcu učiteľskú prax. V rámci projektu sme sa preto rozhodli uskutočniť nasledovné ciele.

Ciele projektu:

- Identifikovať zlomové body vo vysokoškolskej príprave budúcich učiteľov matematiky, ktoré ovplyvňujú ich názory a postoje na ciele vyučovania matematiky. Na základe toho zostaviť odporúčania, ktoré povedú k inovácii vysokoškolskej prípravy a v budúcej edukačnej činnosti študentov podporia najmä:
 - vyučovanie vedúce žiakov k objavovaniu v matematike nie len k osvojovaniu si formálnych poznatkov,
 - vyučovanie matematiky vedúce k prepájaniu žiackych poznatkov v rámci predmetu matematika a jej aplikácii do bežných životných situácií,
 - vyučovanie podporujúce schopnosť argumentovať, kriticky a logicky myslieť,
 - vyučovanie využívajúce vhodne digitálne technológie.
- Prezentovať priebežné zistenia a výsledky projektu na domácich a zahraničných podujatiach a na internete.
- Vytvoriť internetovú stránku a propagačný materiál s uvedením navrhovaných odporúčaní a výstupov projektu.

Tieto ciele sme v priebehu riešenia projektu plnili, pričom sme dosiahli niektoré významné výstupy. Popíšeme si ich.

³ Valoyes-Chávez, L. (2019). On the making of a new mathematics teacher: professional development, subjectivation, and resistance to change. *Educational Studies In Mathematics*. 2019, 100, 2.

V rámci projektu boli vytvorené výskumné nástroje na zisťovanie postojov študentov k matematike a jej vyučovaniu. Nástroje ako také majú tiež široké uplatnenie v ďalších potencionálnych výskumoch v tejto oblasti. Navrhnutá a otestovaná bola tiež metodika výskumu. Tieto nástroje a metodika boli v praxi používané A. Jakubičnom pri jeho realizácii výskumu pre potreby dizertačnej práce, ktorá bola pevne spojená s riešením nášho projektu. Nástroje a metodika výskumu sú opísané v prvej kapitole tejto knihy.

Pre vyučovanie matematiky a rozvoj postojov študentov sú tiež nezanedbateľné vplyvy z ich bežného života. Tieto prvky zaradené do vyučovania dokážu vo veľkej miere prispieť k rozvoju matematického myslenia žiakov a ich postojov. Medzi takéto faktory patria aj videohry. Tematike videohier a ich vplyvu na rozvoj matematického myslenia žiakov a ich postojov sa venujeme v tretej kapitole publikácie. Veríme, že táto problematika integrálne patrí do realizácie nášho projektu, keďže dokáže vo veľkej miere ovplyvniť pohľad študentov na vyučovanie matematiky ako nielen školskú aktivitu, ale aktivitu ich bežného života.

Odporúčania pre podporu a inováciu prípravy budúcich učiteľov matematiky, vytvorené na základe výskumu realizovaného v rámci projektu boli zohľadnené najmä pri tvorbe obsahu predmetu Učiteľské sústredenie. Tento predmet je opísaný v tretej kapitole knihy. Veríme, že obsah tohto predmetu a obsiahnuté aktivity budú prínosom pre všetky inštitúcie zaoberajúce sa prípravou budúcich učiteľov matematiky, či už na Slovensku alebo v zahraničí.

1. Kapitola:

VÝVOJ PRESVEDČENÍ BUDÚCICH UČITEĽOV MATEMATIKY

Adam Jakubička

Úvod

*„Eudia vedia mnoho, veľmi mnoho,
ale ich vedenie nemá na ich život
zd'aleka taký vplyv, aký by mat' malo.“*

Tomáš Garrigue Masaryk

Každý z nás má na dosah ruky nesmierne, neobsiahnuteľné množstvo informácií. Pokiaľ ako učiteľ hľadáme odpoveď na otázku „Ako správne učiť?“, odpovedí môžeme nájsť, koľko len chceme. Navyše je veľmi pravdepodobné, že tieto odpovede si budú protirečiť. Niektoré odpovede už máme v sebe - formovali sa rokmi počas našich vlastných čias v roli žiakov, prípadne už v roli učiteľov v praxi a sčasti sú tvorené aj našimi poznatkami, ktoré sme za ten čas nadobudli. Nesieme si tak v sebe akúsi osobnú filozofiu vyučovania, sčasti uvedomenú, sčasti podvedomú, ktorá vplýva na naše konanie a podieľa sa pri množstve rozhodnutí, ktoré robíme počas vyučovania, či počas prípravy naň.

Počas vysokoškolskej prípravy má budúci učiteľ jedinečnú šancu formovať si svoje presvedčenia o vzdelávaní, reflektovať svoje doterajšie skúsenosti, integrovať do nich nové poznatky a pripravovať sa tak na svoje povolanie. Hovoríme o jedinečnej šanci, pretože po nástupe do práce sa nový učiteľ vyskytne v náročnom prostredí vyžadujúcom neustálu pozornosť a mentálnu aktivitu v takej miere, že času na reflexiu a ujasňovanie si vlastných pohľadov na vyučovanie ostáva v prvých rokoch iba minimum. V rámci prípravy budúcich učiteľov považujeme cieleňú prácu s ich presvedčeniami (pohľadmi, filozofiou) o vyučovaní za nevyhnutnú k tomu, aby sa dokázali začínajúci učitelia neskôr efektívne orientovať vo svojej pedagogickej činnosti a zvládať výzvy, ktoré ich na tejto ceste stretnú.

Zámerom nášho výskumu je zistiť, ako sa takéto presvedčenia študentov učiteľstva vyvíjajú v priebehu štúdia. Prostredníctvom rozhovorov budeme sledovať troch vybraných budúcich učiteľov matematiky so zámerom odhaliť, ako a prečo sa ich presvedčenia o matematike a jej vyučovaní menia, prípadne prečo zmene odolávajú.

Predkladaná práca sa skladá z troch kapitol. Prvá kapitola obsahuje prehľad literatúry z oblasti výskumu presvedčení učiteľov. Načrtne v nej, ako sa tento konštrukt dostal do pozornosti v rámci výskumu v oblasti vzdelávania (a konkrétne aj matematického vzdelávania a prípravy budúcich učiteľov matematiky). Nadviažeme rozpracovaním

ústredných tém výskumu. V časti venovanej definícii pojmu *presvedčenie* opíšeme komplikácie spojené so snahou o presnú definíciu tohto pojmu a uvedieme hlavné charakteristiky presvedčení, ktoré budú slúžiť ako podklady pre našu pracovnú definíciu. V ďalších častiach prvej kapitoly sa budeme bližšie venovať vývoju a zmene presvedčení. V poslednej časti sa zameriame už konkrétne na obsah presvedčení bezprostredne súvisiacich s matematikou a jej vyučovaním.

V druhej kapitole uvedieme náš výskumný zámer a z neho plynúce výskumné otázky. Vychádzajúc z naštudovanej literatúry, zvažíme možné metodologické prístupy skúmania vývoja presvedčení v našich podmienkach a odôvodníme výber našej metodológie, ktorou je dlhodobý kvalitatívny výskum navrhnutý ako prípadová štúdia. Vyjadríme sa k metódam zberu a analýzy dát, ako aj ku technikám, ktoré nám pomôžu zrealizovať kvalitný výskum.

Tretiu kapitolu tvorí projekt dizertačnej práce. Opíšeme v ňom súčasný stav rozpracovanosti práce. Následne predstavíme plán výskumu a stručne načrtujeme ďalší smer, ktorým sa budeme v práci uberať.

Ciele dizertačnej práce

Cieľom dizertačnej práce je:

1. Opísať vývoj presvedčení o matematike a vyučovaní matematiky u vybraných študentov učiteľstva matematiky počas ich bakalárskeho štúdia.
2. Identifikovať kľúčové faktory, ktoré vplývajú na presvedčenia týchto študentov v priebehu ich bakalárskeho štúdia.

V rámci výskumu neoverujeme vopred stanovené hypotézy, no sústredíme sa na pochopenie vývoja presvedčení (resp. pohľadov, názorov či osobnej filozofie vyučovania) u vybraných študentov bakalárskeho učiteľského študijného programu *Učiteľstvo matematiky v kombinácii* (... s iným vyučovacím predmetom) na *Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského* (FMFI UK) a identifikáciu a opis faktorov, ktoré na tento vývoj presvedčení vplývajú.

Ako dizajn výskumu volíme longitudinálnu prípadovú štúdiu, v ktorej prípadom (jednotkou výskumu) je jeden študent učiteľstva, pričom dohromady budeme skúmať tri takéto prípady po dobu minimálne troch rokov. Zber dát budeme realizovať najmä formou pološtruktúrovaných rozhovorov, ktoré budú prebiehať pravidelne počas celého trojročného bakalárskeho štúdia našich účastníkov. Pri kvalitatívnej analýze dát budeme vychádzať z teórií a modelov opisujúcich vývoj, štruktúru a obsah presvedčení na základe naštudovanej literatúry.

Výskum realizovaný v rámci dizertačnej práce je súčasťou projektu *Výskum vývoja postojov budúcich učiteľov matematiky s cieľom inovácie ich vysokoškolskej prípravy* (KEGA 007 UK - 4/2020), ktorého zámerom je „*identifikácia v príprave budúcich učiteľov, ktoré ovplyvňujú ich názory a postoje na ciele a vyučovanie matematiky*“ a následné „*zostavenie odporúčaní, ktoré povedú k posilneniu aktivít, ktoré rozvíjajú názory a zručnosti študentov potrebné k úspešnému vykonávaniu povolania učiteľa matematiky a k obmedzeniu aktivít a faktorov ktoré vedú k nesprávnej predstave o cieľoch a vyučovaní matematiky*“.

1 Teoretické východiská práce

1.1 Dôležitosť presvedčení v rámci výskumu v oblasti matematického vzdelávania

1.1.1 Úvod do výskumu presvedčení učiteľov

Koncept *presvedčení* (angl. *beliefs*) získal istú pozornosť už začiatkom 20. storočia v psychológii, kedy sa pre objasnenie príčin ľudského správania javili vhodným konštruktom presvedčenia. Prvotný výskum presvedčení sa zameriaval na odhalenie ich podstaty a ich vplyv na konanie ľudí. V 30. rokoch 20. storočia sa vplyvom nástupu behaviorizmu záujem o presvedčenia spolu s inými mentálnymi konštrukciami takmer vytratil, čo sa odzrkadlilo aj na výskume vo vzdelávaní.

V 60. a 70. rokoch 20. storočia sa opäť začala presúvať pozornosť z vplyvu vonkajších faktorov (prostredia) na správanie človeka, opäť na vnútorné mentálne procesy jednotlivca. Zrod kognitívnej vedy priniesol túžbu modelovať aktivitu ľudského mozgu (Abelson, 1979) a do pozornosti sa opäť začali vo väčšej miere dostávať konštrukty ako vedomosti (angl. *knowledge*), postoje (angl. *attitude*), hodnoty (angl. *values*) či presvedčenia (angl. *beliefs*). Presvedčenia, postoje a hodnoty sa tak dostali do pozornosti nielen psychológie a kognitívnej vedy, ale aj sociológie, politológie a vzdelávania (Thompson, 1992).

Počiatočným cieľom skúmania presvedčení učiteľov bolo jasne definovať konštrukt *presvedčení*, ktorý mal slúžiť ako explanatórny a prediktívny nástroj pre objasnenie učiteľskej praxe. To viedlo výskumníkov k skúmaniu štruktúry systémov presvedčení a koncepcií učiteľov, označovaných aj ako *implicitné teórie* (angl. *implicit theories*), *osobné filozofie vyučovania* (angl. *personal teaching philosophies*), či *akčné myšlienkové rámce* (angl. *action mind frames*) (Thompson, 1992). Skott (2014) uvádza ďalšie časté pohľady na presvedčenia ako napríklad *dispozície ku konaniu* (angl. *dispositions to act*), *návody na správanie* (angl. *guides for behaviour*), či *princípy vysvetľujúce prax* (angl. *explanatory principle for practice*).

Podľa Nespora (1987) je pre výskum v oblasti vzdelávania dôležité uvedomiť si, že aby sme pochopili proces vyučovania z perspektívy učiteľa, musíme porozumieť jeho

presvedčeniam, na základe ktorých si stanovuje ciele svojej práce, interpretuje situácie, s ktorými sa počas vyučovania stretáva, a ktoré vplývajú na jeho rozhodovanie.

1.1.2 Výskum presvedčení učiteľov v matematickom vzdelávaní

Aj výskum v oblasti matematického vzdelávania sa až do druhej tretiny 20. storočia vyhýbal skúmanie mentálnych procesov a konštruktov učiteľa a prevažne sa sústredil na obsah vyučovania a konanie učiteľa (Skott, 2014), pričom prevládal tzv. *proces-produkt prístup* (voľne preložené z anglického *process-product approach*), ktorý spočíval v skúmaní priamych súvislostí medzi správaním učiteľa a akademickými výsledkami žiakov.

V 70. rokoch 20. storočia vo výskume v matematickom vzdelávaní nastala významná zmena paradigmy, keď sa pozornosť výskumníkov presunula na mentálne procesy (Thompson, 1992) a konštrukty (Ernest, 1989) so zámerom porozumieť tomu, prečo učitelia učia tak ako učia. Ernest (1989) presvedčenia učiteľov chápe spolu s vedomosťami a postojmi ako „*kognitívne štruktúry, ktoré sú v myslí uložené ako schémy a ovplyvňujú učiteľskú prax*“. Schoenfeld (1992) považuje presvedčenia učiteľov matematiky o podstate matematiky za východisko pre to, aké prostredie v triede vytvoria pre žiakov na svojich hodinách. Toto prostredie následne vplýva na to, aké predstavy o matematike si vytvoria samotní žiaci.

Mnohí autori (napríklad Skott, 2014 a Beswick, 2005) dávajú do súvislosti výskum presvedčení učiteľov matematiky s reformnými tendenciami vo vyučovaní matematiky. V druhej polovici 20. storočia začínajú do vyučovania matematiky prenikať prístupy vychádzajúce z konštruktivismu (Jean Piaget) a sociálneho konštruktivismu (Lev Vygotsky). Tieto teórie učenie nevnímali ako prijímanie hotových informácií od učiteľa, ale ako dávanie zmyslu novým skúsenostiam, opísané napríklad prostredníctvom procesov *asimilácie* (zaradenie skúsenosti do existujúcej schémy poznatkov) a *akomodácie* (reorganizácia existujúcej schémy poznatkov tak, aby lepšie zodpovedala danej skúsenosti).

Rastúcim vplyvom konštruktivismu sa začal meniť aj tradične zaužívaný pohľad na roly učiteľa a žiaka. Žiak je v rámci konštruktivistických princípov považovaný za aktívneho účastníka poznávacieho procesu, spoluzodpovedného za svoje vzdelanie. Učiteľovi pribúda úloha zabezpečiť, aby sa žiaci stretli s dostatkom situácií, v ktorých môžu získať skúsenosti, na základe ktorých si skonštruujú vlastné vedomosti. Učiteľ vychádzajúci z princípov konštruktivismu sa teda viacej sústreďí na výber podnetných úloh a problémov

a podporu žiakov pri ich riešení, než na vysvetľovanie a modelovanie (napríklad demonštráciou riešených príkladov na tabuli).

Keďže však konštruktivizmus je epistemologická teória opisujúca princípy poznávacieho procesu a nie didaktická teória predpisujúca vhodný spôsob vyučovania, jeho implementácia do učiteľskej praxe sa vo všeobecnosti nedá jednoznačne opísať v podobe konkrétneho priebehu vyučovacej hodiny. Vo svete existujú mnohé koncepcie vyučovania matematiky vychádzajúce z princípov konštruktivismu, ako napríklad koncepcia *Realistic Mathematics Education* v Holandsku (Van den Heuvel-Panhuizen, 2019) alebo *didaktický konštruktivizmus* v Česku (Hejný a Kuřina, 2015). Jednoznačne však môžeme tvrdiť, že vyučovanie založené na konštruktivistických princípoch vyžaduje výraznú zmenu pohľadu na vyučovanie pre všetkých, ktorí sú zvyknutí na takzvané „tradičné“ alebo „transmisívne“ vyučovanie matematiky pozostávajúce z nasledujúcich (veľmi zjednodušených) krokov:

1. vysvetlenie nového učiva učiteľom (spravidla sa jedná o nový pojem alebo o nejaký štandardný algoritmus),
2. ukážka vzorových príkladov učiteľom,
3. riešenie úloh zameraných na precvičovanie a zapamätanie si nového učiva žiakmi.

Podobný kontrast pohľadov na školskú matematiku opísaný v predchádzajúcom odstavci možno v druhej polovici 20. storočia pozorovať aj v pohľadoch na vedu. V kontraste s vnímaním vedy (a špeciálne matematiky) ako statického, logicky usporiadaného systému pravdivých, nespochybniteľných faktov sa stretávame s vnímaním vedy ako kreatívnej ľudskej činnosti, ktorej výsledky sú neustále k dispozícii na spochybnenie a jej vývoj vychádza z potrieb spoločnosti a snahy vedcov riešiť problémy (Kuhn 1962 a Lakatos 1976, citované v).

Do popredia sa tak dostáva snaha (rezonujúca s konštruktivistickými princípmi) o to, aby aj školská matematika v istom zmysle odrážala podstatu matematiky ako vednej oblasti a viedla žiaka k činnostiam, ktoré sa podobajú činnosti matematikov – k bádaniu, vytváraniu hypotéz a tvrdení a k ich zdôvodňovaniu, objasňovaniu a spochybnovaniu. Takýto pohľad na vyučovanie matematiky presahuje obsah matematiky a dotýka sa až samotného cieľa vyučovania matematiky. Ku klasickým cieľom matematického vzdelávania (vyjadreným spravidla v zmysle osvojenia si poznatkov a schopnosti vykonať štandardné algoritmy)

sa pridávajú aj ciele súvisiace napríklad s rozvojom matematického myslenia, schopnosti riešenia problémov či argumentácie.

Nové pohľady na vyučovanie matematiky pozmenili aj rolu učiteľa a v mnohých ohľadoch zvýšili nároky na učiteľove kompetencie (Ernest, 1989) - do vyučovania priniesli nové prvky nepredvídateľnosti a menšiu mieru kontroly nad dianím v triede, než je štandardom v tradičnej výuke. Skott (2014) uvádza, že pri rôznych snahách o reformáciu či transformáciu vyučovania matematiky boli učitelia vnímaní často ako prekážka v implementácii nových prístupov z dôvodu ich "zabehaného" štýlu vyučovania. Zmena vyučovacích metód učiteľov matematiky sa ukázala byť veľmi náročnou – ukázalo sa, že naučiť učiteľov nové metódy iba na úrovni praxe bez adresovania postojov a presvedčení učiteľov nie je postačujúce na to, aby nastala skutočná, trvalá zmena aj v bežnom vyučovaní (Jacobs a kol. 2006).

Vedomosti samotné nedeterminujú spôsob, akým učiteľ vyučuje, sú len jedným z mnohých vnútorných faktorov ovplyvňujúcich učiteľskú prax. Za výslednou podobu vyučovania v triede stojí učiteľova osobná filozofia vyučovania matematiky (súvisiaca s všeobecnou osobnou filozofiou vyučovania). Výskum v oblasti vyučovania matematiky sa teda začal sústreďovať aj na pochopenie vnútorných myšlienkových procesov a mentálnych konštruktov učiteľa v snahe nájsť v nich vysvetlenie učiteľovho postupu pri výučbe. Na to nadväzovali ďalšie otázky: Ako presvedčenia učiteľov matematiky vznikajú? Ako sa vyvíjajú počas štúdiá a učiteľskej praxe? Ako možno zámerne ovplyvniť postoje a presvedčenia učiteľov, napríklad vplyvom univerzitného vzdelávania študentov učiteľstva či ďalšieho vzdelávania praktizujúcich učiteľov (Thompson, 1992)?

1.1.3 Dôležitosť presvedčení v príprave budúcich učiteľov

Jednou z hlavných charakteristík učiteľskej profesie je *neistota* a takmer úplná absencia *univerzálnych pravd*, spôsobená nesmiernym množstvom teórií učenia sa a vyučovania (Kagan, 1992). V tak širokej a slabo hierarchizovanej oblasti poznatkov sa (obzvlášť) začínajúci učiteľ môže ľahko stratiť, pretože jednoznačné, objektívne zhodnotenie, ktorý z množstva alternatívnych prístupov je *správny* či *vhodný*, je takmer nemožné.

Nespor (1987) takéto oblasti poznatkov spája s pojmom *zle štruktúrované problémy* (angl. *ill-structured problems*). **Zle štruktúrované problémy** sú charakterizované tromi vlastnosťami:

1. nie je jasne definovaný ich cieľový stav (po vyriešení problému),
2. nie je jasne definovaná množina procedúr potrebných alebo postačujúcich k dosiahnutiu cieľa (či už v rámci celého problému alebo v rámci nejakej jeho fázy),
3. nie je jasné, na základe akých kritérií zhodnotiť relevantnosť informácií k riešeniu problému.

Učiteľská prax môže byť z pohľadu tejto definície taktiež považovaná za zle štruktúrovaný problém – už len zdanlivo jednoducho znejúco otázka „Ako mám učiť?“ spĺňa všetky tri horeuvedené kritéria. Pri zle štruktúrovaných problémoch a zauzlených doménach zlyhávajú klasické racionálne stratégie ako schematizácia, abstrakcia, či analytická redukcia - už len preto, že nie je jasné, ktoré informácie sú vlastne v hre, a tým pádom máme enormné množstvo potenciálne relevantných informácií - tak veľké, že ho nevieme racionálne spracovať s jednoznačným výsledkom (Nespor, 1987).

Poznatky učiteľov teda síce tvoria zdroje, z ktorých môžu čerpať pri svojom rozhodovaní o tom ako vyučovať (Schoenfeld, 2011), no samotné poznatky nestačia na vysvetlenie variability medzi praxou rôznych učiteľov s podobnými formálnymi vedomosťami (Thompson, 1992). Liljedahl, Rösken a Rolka (2019) navyše poukazujú na to, že výzvy, ktorým čelí začínajúci učiteľ, majú veľmi nepriaznivý efekt na mnohé plány, úmysly či predstavy o spôsoboch vyučovania, s ktorými začínajúci učiteľ do výkonu svojho povolania vstupuje, čo nakoniec môže vyústiť do toho, že edukačná prax učiteľov len veľmi vzdialene zodpovedá prístupu, ktorý si mali osvojiť v priebehu vlastného formálneho vzdelávania (Gainsburg, 2012).

Postupným dozrievaním vo svojej profesii si učiteľ tvorí vlastné, subjektívne správne predstavy o vyučovaní, označované napríklad ako *personalizované filozofie vyučovania*, či *systemy presvedčení*. Tieto predstavy a presvedčenia vychádzajú najmä z reflexie vlastných zážitkov z vyučovania, prípadne konzultáciou s ich kolegami a v menšej miere z poznatkov získaných formálnym vzdelávaním alebo sledovaním výsledkov výskumu vo vzdelávaní (Fives a Buehl, 2012).

Kľúčovú úlohu v rozvoji presvedčení učiteľov môže zohrávať ešte pred začiatkom ich učiteľskej kariéry vysokoškolské štúdium. Príprava budúcich učiteľov matematiky by mala zahŕňať cieleňú prácu s ich presvedčeniami a predstavami o vyučovaní – vysokoškolské štúdium by malo pomôcť študentom uvedomiť ich implicitné presvedčenia a podnietiť ich k tomu aby sa nad nimi kriticky zamysleli (Kagan, 1992). Na mnohých

univerzitách sa vyučujúci v rámci prípravy budúcich učiteľov venujú reflexii a konfrontácii študentov s ich vlastnými pohľadmi na vyučovanie (Swars a kol., 2009). Navyše je potrebné dať budúcim učiteľom už počas univerzitného štúdia priestor na to, aby novonadobudnuté skúsenosti a poznatky mohli zahrnúť do svojej osobnej filozofie vyučovania (Ambrose, 2004).

1.1.4 Zhrnutie hlavných tém výskumu presvedčení

Pôvodné nadšenie výskumníkov a viera v to, že preniknutie do podstaty presvedčení prinesie priamočiare, jasné vysvetlenia správania a rozhodovania učiteľov, sa zatiaľ nenaplnilo - výskum v tejto oblasti dosiaľ nepriniesol jednoznačné, konzistentné výsledky, čo je spájané aj s vplyvom rôznorodosti prístupov, definícií skúmaných pojmov a metód výskumu (Skott, 2014; Fives a Buehl, 2012).

Napriek tomu, že výskum presvedčení učiteľov nám nezaručuje schopnosť vysvetliť každé rozhodnutie učiteľa (či dokonca jeho rozhodnutia predikovať), hlbšie pochopenie toho, ako sa presvedčenia u jednotlivca vyvíjajú, môže byť najzreteľnejším meradlom jeho profesijného rastu (Kagan, 1992). Ponúka nám taktiež porozumieť ťažkostiam, s ktorými sa učitelia v priebehu svojej kariéry stretávajú a ako sa s nimi vysporiadávajú (Skott, 2014). Viacerí autori zdôrazňujú stále aktuálnu dôležitosť výskumu zameraného na porozumenie procesu tvorby a zmeny presvedčení učiteľov (Grootenboer, 2008) a obzvlášť na potrebu naturalistických longitudinálnych štúdií (Fives a Buehl, 2012; Kagan, 1992), nakoľko podstatná časť výskumu vychádza z krátkodobejších štúdií (častým trvaním výskumu v literatúre býva pol rok až rok (Swars a kol., 2009), čo zodpovedá trvaniu vzdelávacieho kurzu, v rámci ktorého je výskum realizovaný). Práve náš výskum, ktorý je predmetom dizertačnej práce, má charakter longitudinálnej prípadovej štúdie, pretože účastníkov sledujeme počas ich celého trojročného bakalárskeho štúdia.

Výskum presvedčení učiteľov je v súčasnosti veľmi rozsiahly a obsahuje množstvo rôznych výskumných prístupov, metodológií, teoretických perspektív a špecifických oblastí skúmaných presvedčení, či už z oblasti všeobecnej pedagogiky alebo odborových didaktík (Grootenboer, 2008; Kagan, 1992; Thompson, 1992). Väčšina štúdií sa zameriava na vzťah presvedčení a učiteľskej praxe a na skúmanie vývinu presvedčení, spravidla následkom vysokoškolskej prípravy študentov učiteľstva, či ďalším vzdelávaním učiteľov v praxi. Fives a Buehl (2012) vo svojom prehľade literatúry po analýze viac než 700 článkov zhodnocujú, že táto oblasť výskumu môže svojím rozsahom pôsobiť odstrašujúco a na plnú orientáciu v nej je potrebná značná výskumná gramotnosť (*research literacy*).

V nasledujúcej časti práce rozpracujeme hlavné témy týkajúce sa výskumu presvedčení učiteľov, vychádzajúce najmä z centrálného konštruktú celej tejto oblasti – z *presvedčení*. Hlavnými témami, ktoré sa vyskytujú v literatúre, sú:

- **definícia a operacionalizovanie** pojmu *presvedčenie*,
- súvis presvedčení učiteľov s ich výchovno-vzdelávacou **praxou** a
- **zmena** presvedčení, s dôrazom na snahu o **cielenú zmenu** presvedčení vplyvom nejakej intervencie (napríklad príprava budúcich učiteľov alebo ďalšie vzdelávanie učiteľov).

Ernest (1989) uvádza nasledujúce otázky vyplývajúce z jeho analýzy výskumu v oblasti presvedčení a postojov učiteľov matematiky:

- Do akej miery ovplyvňujú tieto koncepcie praxe učiteľov?
- Ako sa to deje?
- Ako sa líšia presvedčenia, ktoré učitelia zastávajú verbálne od presvedčení, na základe ktorých konajú?
- Aký vplyv na presvedčenia má formálne vzdelávanie (budúcich) učiteľov?
- Aké skúsenosti či zážitky majú pozitívny vplyv na presvedčenia učiteľov? Aké negatívny?
- Dá sa dopomôcť k tomu, aby novonadobudnuté (žiadané) presvedčenia začínajúcich učiteľov, ktoré získali počas svojho vysokoškolského štúdia odolali silným vplyvom na pracovisku?

V nasledujúcej časti práce sa budeme snažiť poskytnúť odpovede na niektoré z týchto otázok, ktoré ponúka dostupná literatúra a zvažiť ich dôsledky pre náš výskum.

1.2 Čo myslíme pod pojmom *presvedčenie*

1.2.1 Náročnosť definovania

Absencia jednotnej definície konštruktú *presvedčenie* je notoricky známym problémom v rámci dostupnej literatúry. Široké spektrum významov pojmu *presvedčenie* ponúka napríklad antropológia, sociálna psychológia a filozofia (Grootenboer, 2008). Mnohí autori poukazujú na problém s definíciou a operacionalizáciou pojmu *presvedčenie* a snažia sa nájsť východisko, ktoré dopomôže k vyššej konzistencii výsledkov výskumu (Liljedahl, Rösken a Rolka, 2019; Skott, 2014; Fives a Buehl, 2012; Pajares, 1992).

Napriek týmto snahám všeobecný konsenzus medzi výskumníkmi stále nenastáva - niektorí výskumníci si definujú pojem *presvedčenie* implicitne alebo sa definícii vyhýbajú. Skott (2014) však dodáva, že výskum v tejto oblasti je zmysluplný aj napriek tomu, že jednoznačná zhoda na definícii tohoto termínu neexistuje. Viacerí autori sa venujú vymedzeniu *presvedčenia* voči iným mentálnym konštruktom, akými sú napríklad vedomosti, koncepcie, hodnoty, ciele a pocity (Skott, 2014).

Pre niektorých autorov (napríklad Beswick, 2005) nie je pre potreby realizácie výskumu striktné odlíšenie vedomostí a *presvedčenia* nutné. Iní podotýkajú, že aj keď v reálnej činnosti a v uvažovaní človeka neexistujú jednoznačné hranice medzi *presvedčeniami*, vedomosťami, hodnotami a postojmi, je pre výskumníka prínosné vnímať rozdiely medzi nimi (Gates, 2006). Umožňuje to lepšie si uvedomiť, čo v rámci výskumu sleduje a sústrediť sa na to podstatné.

1.2.2 Niektoré vybrané definície pojmu *presvedčenie*

Pre ilustráciu nejednotnosti definícií pojmu *presvedčenie* uvedieme niekoľko definícií (voľne preložených z anglického jazyka), s ktorými sme sa stretli počas štúdia literatúry:

„Z nášho pohľadu sú *presvedčenia* individuálne vlastnené koncepcie, ktoré sú v neustálom vzťahu s kontextom a so zážitkami učiteľov“ (Fives a Buehl, 2012).

„Psychologicky vlastnené chápania, premisy alebo tvrdenia o svete, ktoré sú vnímané ako pravdivé“. (Richardson, 1996, citované v Boz, 2008).

„Pohľady na to, čo znamená vedieť matematiku, učiť sa matematiku a vyučovať matematiku“. (Smith, Smith a Williams, 2005).

„Systém koncepcii, hodnôt a ideológií“ (Kuhs a Ball, 1986, citované v Ernest, 1989).

„Úsudok jednotlivca o pravdivosti alebo nepravdivosti určitého tvrdenia.“ (Pajares, 1992).

„Presvedčenia učiteľov sú obzvlášť provokatívne formy osobných poznatkov, ktoré sú vo všeobecnosti definované ako implicitné úsudky (budúcich) učiteľov o žiakoch, učení, triedach a učive“ (Brousseau, Book a Bzers, 1988, citované v Kagan, 1992).

„Presvedčenia učiteľov môžu byť reprezentované ako množina konceptuálnych reprezentácií, v ktorých sú uložené všeobecné vedomosti o objektoch a udalostiach a ich charakteristických vzťahoch“ (Clark a Peterson, 1986, citované v Fives a Buehl, 2012).

„Systémy presvedčení sú dynamické, priepustné mentálne štruktúry, náchylné na zmenu vo svetle nových skúseností. Vzťah medzi presvedčeniami a praxou je vzťahom dialektickým, nie jednoduchým vzťahom typu príčina-dôsledok.“ (Thompson, 1992)

Kagan (1992) uvádza, že ďalšími alternatívnymi označeniami presvedčení sú napríklad „princípy praxe“, „osobné epistemológie“, „perspektívy“, „praktické poznatky“ alebo „orientácie“.

Keďže presvedčenia sú ústredným konštruktom našej dizertačnej práce a predmetom nášho empirického výskumu, nepovažujeme vypísanie zoznamu rôznych definícií za postačujúci a sme si vedomí, že v predkladanej práci musíme k problému definovania pojmu presvedčenie zaujať vlastné stanovisko a poskytnúť aspoň pracovnú definíciu. K tomu sa dostaneme až na konci tejto kapitoly, pričom budeme vychádzať z toho, ako sú v literatúre

opisované charakteristiky presvedčení a systémov presvedčení, závislosť presvedčení od kontextu, súvis presvedčení s praxou a zmena presvedčení.

1.2.3 Hlavné charakteristiky presvedčení

V ďalšej časti práce opíšeme najčastejšie uvádzané charakteristiky presvedčení, ktoré pomáhajú odlišiť presvedčenia od vedomostí, poznatkov, postojov, hodnôt a iných mentálnych konštruktov. Postupným opisom charakteristík presvedčení sa budeme snažiť vytvoriť akúsi implicitnú pracovnú „definíciu“ presvedčení ako mentálnych štruktúr s istými vlastnosťami. Nakoniec zhodnotíme, ako budeme definovať pojem presvedčenie v rámci našej práce.

Prvým často uvádzaným rozdielom medzi presvedčeniami a vedomosťami je **nekonsenzuálnosť** (angl. *nonconsensuality*). Podľa Abelsona (1979) konsenzus v tomto ponímaní nespočíva v tom, že sa pri konkrétnom tvrdení komunita zhoduje na jeho pravdivosti, ale na kritériách, podľa ktorých sa jeho pravdivosť posudzuje (Thompson, 1992). Pri presvedčeniach neexistuje v komunite zhoda na objektívnych kritériách pravdivosti rôznych tvrdení, preto často dokážeme prijať skutočnosť, že druhí ľudia majú na niečo iný pohľad (Abelson, 1979), čo sa pri vedomostiach nestáva. Je pre nás ľahšie akceptovať napríklad to, že iný človek má odlišný pohľad na výchovu detí (čo by sme mohli považovať za nejaký systém presvedčení), než že má odlišný „pohľad“ na to, či je Zem guľatá alebo plochá. Rozdiel možno badať aj v bežnej reči, kedy presvedčenia sú sprevádzané vyjadreniami „verím, že ...“, „som presvedčený, že ...“ alebo snád najčastejšie „myslím si, že ...“.

Pri deklarovaní vedomostí (alebo lepšie povedané poznatkov) nezvykneme takéto vyjadrenia používať a komunikujeme rovno obsah toho poznatku. Navyše to, či je nejaký pohľad alebo tvrdenie presvedčením alebo vedomosťou nie je pevne dané - vždy závisí od súčasného stavu poznania sveta a aktuálne prijímaných vedeckých teórií, pretože aj kritéria posudzovania pravdivosti tvrdení sa v čase menia a pribúdajú.

Druhou črtou odlišujúcou presvedčenia od vedomostí je **miera presvedčenia** (angl. *degree of conviction*) (Abelson, 1979). Na rozdiel od vedomostí, presvedčenia môžeme zastávať s rôznou intenzitou. O správnosti alebo pravdivosť nejakého tvrdenia vieme byť presvedčení silno, ale aj vlažne. O faktoch sa na druhú stranu nevyjadrujeme spôsobom, že ich vieme *veľmi*. Tento pohľad celkom zodpovedá presvedčeniam ako istým pravdepodobnostným odhadom reality, ktoré nám pomáhajú orientovať sa vo svete, ktorý nám neponúka ľahko dosiahnuteľné, jednoznačné odpovede na naše otázky.

Častým obsahom presvedčení býva podľa Abelsona (1979) a Nespora (1987) **existenčný predpoklad** (angl. *existential presumption*). Presvedčenia často obsahujú predpoklad o existencii alebo neexistencii nejakej entity, napríklad existencia Boha alebo posmrtného života obsiahnutá v náboženských presvedčeniach. Vo vzdelávacom kontexte sa môžeme napríklad stretnúť s presvedčeniami o existencii vlastností žiakov ako napríklad "lenivosť", "nadanie", "schopnosť" či "zrelosť".

Nespor (1987) túto črtu presvedčení ilustruje na prípadovej štúdií dvoch učiteľov - pre jedného učiteľa bolo dôležité precvičovanie a dril, aby študentov zbavil *lenivosti*, pre druhého bolo podstatou vyučovania vedenie študentov k *zrelosti* (angl. *maturity*). Na tomto príklade vidno, ako môžu presvedčenia ovplyvňovať učiteľom subjektívne vnímané ciele vyučovania, ktoré sa môžu líšiť od cieľov vyučovania stanovených v oficiálnych dokumentoch. Podľa Abelsona (1979) trvanie na tom, že nejaká entita existuje, znamená, že človek vyslovujúci existenčné presvedčenie si je vedomý toho, že iní ľudia môžu byť presvedčení o opaku. Abelson (1979) v tomto zmysle považuje existenčný predpoklad za špeciálny prejav princípu nekonsenzuálnosti.

Súčasťou obsahu presvedčení často býva podľa Nespora (1987) aj vidina **alternatívnej skutočnosti**, teda stavu výrazne odlišného od toho, v ktorom sa človek nachádza - od utopických predstáv o fungovaní spoločnosti až po dokonale fungujúcu triedu plnú šťastných, rozvíjajúcich sa žiakov, budujúcich si svoje poznatky na základe aktívneho riešenia zmysluplných problémov.

Vidinu alternatívneho stavu môžu mať učitelia aj v prípade, že taký stav nikdy nezažili a nemajú s ním priamu skúsenosť, a aj v prípade, že ešte nenastal vôbec. Na základe presvedčenia o existencii a možnosti dosiahnutia takéhoto alternatívneho stavu sa tak môže pre učiteľa stať cieľom jeho dosiahnutie. Učiteľove vedomosti a schopnosti potom zohrávajú úlohu ako prostriedky na dosiahnutie tohoto cieľa.

Poslednou črtou samotných presvedčení, ktorú v tejto časti opíšeme, je súvis presvedčení s **epizodickou pamäťou** a s tým súvisiacia **emocionálna zložka** presvedčení (Nespor, 1987; Abelson, 1979;). Nespor (1987) hovorí, že zatiaľ čo vedomosti sú uložené predovšetkým v sémantickej pamäti, presvedčenia vychádzajú z epizodických pamäťových stôp, teda zo spomienok na nejaké zažité udalosti, pričom najsilnejšie sú v epizodickej pamäti uchované zväčša také zážitky, ktoré boli sprevádzané silným emočným prežívaním.

Príkladom epizodických stôp môžu byť spomienky zo žiackych čias z hodín vyučovaných pozitívne vnímaným učiteľom, ktorý sa pre žiaka (budúceho učiteľa) stáva vzorom prostredníctvom zážitkov z jeho hodín. Opačným prípadom môžu byť naopak

negatívne skúsenosti ako napríklad zosmiešnenie pri chybnom vyrátaní úlohy na tabuli, čo môže viesť k silnému presvedčeniu, že so žiackou chybou je nutné pracovať veľmi citlivo.

Nespor (1987) upozorňuje, že existujú aj epizodické modely vedomostí, takže epizodický aspekt presvedčení nie je veľmi vhodnou rozlišovacou vlastnosťou medzi presvedčeniami a vedomosťami. Podotýka však, že na rozdiel od vedomostí, subjektívna legitimita presvedčení vychádza často práve z kľúčových zážitkov a udalostí, ktoré človek zažil. Tieto udalosti a presvedčenia na základe nich vytvorené následne vyplývajú na to, ako vnímame a ako si interpretujeme naše neskoršie zážitky.

1.2.4 Systémy presvedčení a ich charakteristiky

Doteraz sme sa zaoberali črtami a obsahom samotných presvedčení bez ohľadu na to, ako medzi sebou rôzne presvedčenia súvisia. Green (1971, citované v Thompson, 1992) tvrdí, že presvedčenia neexistujú v izolácií, a je vhodné nahliadať na nich ako súčasť väčších štruktúr, ktoré označuje termínom *systémy presvedčení* (angl. *belief systems*). Systémy presvedčení slúžia na opis toho, ako sú presvedčenia organizované do väčšieho celku.

Green (1971) uvádza tri hlavné dimenzie vzťahov presvedčení v rámci väčších systémov:

- primárne a odvodené presvedčenia,
- centrálna a okrajová presvedčenia a
- zhluky presvedčení.

Prvá dimenzia súvisí s kvázi-logickou štruktúrou systémov presvedčení, v rámci ktorej rozlišujeme **primárne** (angl. *primary*) a **odvodené** (angl. *derivative*) presvedčenia. Táto dimenzia neopisuje intenzitu presvedčení, ale spôsob, akým si vysvetľujeme a zdôvodňujeme naše presvedčenia. Za primárne presvedčenia sú v tomto zmysle považované také, ktoré sú človeku natoľko evidentné, že nedokáže zdôvodniť, prečo ich považuje za pravdivé (Liljedahl, Rösken a Rolka, 2019).

Príkladom primárneho presvedčenia môže byť presvedčenie o tom, že matematiku treba prezentovať jasne, zreteľne a zrozumiteľne. Z tohoto presvedčenia odvodeným presvedčením následne môže byť presvedčenie o tom, že je vhodné, aby si učiteľ vypracovával precízne písomné prípravy na vyučovacie hodiny v jasnej následnosti krokov a že má byť pripravený na zodpovedanie každej relevantnej žiackej otázky.

Druhou dimenziou, ktorú Green (1971) uvádza v súvislosti so systémami presvedčení je centrálnosť – na presvedčenia môžeme nahliadať ako na *centrálne* (angl. *central*) a *okrajové* (angl. *peripheral*). Táto dimenzia vyjadruje mieru, do akej sa človek s daným presvedčením stotožňuje, inak povedané psychologickú silu presvedčenia v rámci systému presvedčení. Centrálne presvedčenia sú také, voči ktorým posudzujeme správnosť iných (okrajových) presvedčení a v prípade konfliktu presvedčení sa naše správanie riadi najmä centrálnymi presvedčeniami (Jankvist, 2015).

Ako príklad centrálnych a okrajových presvedčení môžeme uviesť štúdiu (Ambrose, 2004), v ktorej autorka tvrdí, že pre študentov učiteľstva matematiky sú často centrálnjšími ich presvedčenia o potrebe budovania pozitívnych vzťahov so žiakmi, než o podstate matematiky. Z tohto Ambrose (2004) vyvodzuje, že pre študentov budú veľmi intenzívnymi také zážitky, kde môžu byť priamo v kontakte s deťmi, čo využíva aj v rámci vysokoškolskej prípravy.

Prvé dve dimenzie sú na sebe navyše nezávislé a Green (1971) ich vníma ako dve kolmé osi, čo znamená, že človek môže mať napríklad presvedčenie, ktoré je odvodené a zároveň centrálné.

Tretou dimenziou systémov presvedčení je *organizácia presvedčení do zhlukov* (angl. *clustering of beliefs*). Green (1971) spochybňuje, že presvedčenia je vhodné skúmať izolovane a že zmysel dávajú, iba ak na ne nahliadame ako na súčasť zhlukov, ktoré nemusia byť vždy vzájomne dobre prepojené.

Častým príkladom vyskytujúcim sa v literatúre (napríklad Geisler a Rolka, 2021) je vnímanie podstaty matematiky ako vednej disciplíny u vysokoškolských študentov, u ktorých možno badať dva oddelené zhluky – presvedčenia o tom, čo je to matematika, ktoré si študenti prinášajú zo strednej školy a presvedčenia o tom, čo je to matematika, vytvorené na základe skúsenosti s vysokoškolskou matematikou.

Zhlukovanie presvedčení pomáha vysvetliť aj zdanlivú nekonzistenciu či protirečivosť presvedčení – Green (1971) hovorí, že „máme tendenciu zhromažďovať svoje presvedčenia do malých zhlukov, s'aby pokrytých ochranným štítom, ktorý zabraňuje akémukoľvek vzájomnému ovplyvňovaniu či vzájomnej konfrontácii“. Na to, aby sme umožnili prepojenie rôznych zhlukov a priviedli človeka k uvedomeniu si nekonzistencii vlastných presvedčení, musíme ho niekedy až priamo vyzvať, aby nad týmito konkrétnymi presvedčeniami premýšľal (Beswick, 2012), prípadne nepriamo vyvolať situáciu, ktorá človeku pomôže uvedomiť si existenciu tejto nekonzistencie.

Tieto tri dimenzie systémov presvedčení súvisia aj s odolnosťou presvedčení voči zmene, ktorú budeme opisovať neskôr v práci. Primárne a centrálné presvedčenia sú považované za najodolnejšie voči zmene, obzvlášť ak sa nachádzajú v nezávislých zhlukoch, prípadne v takých zhlukoch, ktoré jednotlivec využíva v rôznych kontextoch (Grootenboer, 2008).

Poslednou vlastnosťou systémov presvedčení, ktorú uvedieme, je **neohraničenosť** (angl. *unboundedness*) resp. **otvorenosť** (angl. *openness*) opísanú v (Nespor, 1987) resp. (Abelson, 1979). Táto vlastnosť spočíva v tom, že systémy presvedčení nemajú ostré hranice. Pri vedomostiach a poznatkoch je v porovnaní s presvedčeniami relatívne jednoznačné, na čo je konkrétny poznatok aplikovateľný a na čo už nie – systémy poznatkov a vedomostí majú ostrejšie hranice. Systémy presvedčení, aj vďaka svojej kvázi-logickej štruktúre umožňujú väčšie zovšeobecnenie presvedčení – naše presvedčenia tak môžu ľahšie „presakovať“ aj do vzdialenejších oblastí než v akých vznikli. Presvedčenia teda môžeme vnímať ako jeden z prostriedkov na orientáciu v realite – pomáhajú utvárať mentálny model sveta a akejsi strategickej mapy, ktorá nám pomáha na túto realitu reagovať.

1.2.5 Sú presvedčenia implicitné alebo explicitné?

Fives a Buehl (2012) v súvislosti s výskumom presvedčení poukazujú na dva odlišné pohľady na uvedomovanie si vlastných presvedčení - na **explicitné** (čo znamená, že našich presvedčení sme si jasne vedomí) a na **implicitné** (čo znamená, že nemáme jednoduchý mentálny prístup k našim presvedčeniam). Spojením týchto dvoch pohľadov dostávame tretí, podľa ktorého záleží od konkrétneho presvedčenia – niektorých presvedčení sme si jasne vedomí a niektoré v sebe nesíme bez nášho vedomia, no napriek tomu nás ovplyvňujú. Od toho, či pracujeme z implicitnými alebo explicitnými presvedčeniami závisí aj využitia rôznych výskumných metód.

Ak považujeme presvedčenia, ktoré skúmame, za **explicitné**, môžeme sa na ne účastníkov výskumu priamo pýtať (napríklad v dotazníku alebo štruktúrovanom rozhovore) a môžeme očakávať, že odpovede účastníkov na takéto priame otázky sú hodnovernými dátami. Tento prístup však býva často kritizovaný, pretože so sebou prináša viaceré riziká (Fives a Buehl, 2012), napríklad:

- výpoveď účastníkov bude ovplyvnená priamou či nepriamou prítomnosťou výskumníka (účastník sa bude snažiť povedať to, čo si myslí, že výskumník chce počuť),

- účastníci nemusia mať dostatočný vhl'ad do niektorých svojich presvedčení, aby o nich vôbec mohli vedome premýšľať, alebo
- účastníci nebudú mať dostatočné vyjadrovacie schopnosti na to, aby dokázali spoľahlivo vyjadriť a opísať svoje presvedčenia.

Pohl'ad na presvedčenia ako na **implicitné** konštrukty spočíva v tom, že k presvedčeniam nemáme priamy prístup a môžeme ich iba vyvodiť z konania človeka. V tomto prípade je slabou stránkou výskumu to, výskumník presvedčenie iba vyvodzuje a interpretuje a táto interpretácia môže byť zaťažená predpojatosťou. Dobrým zvykom pri realizácii výskumu v oblasti presvedčení učiteľov je podľa (Tzur a kol., 2001) jasne uviesť vlastné presvedčenia (napríklad o tom, k akej filozofii vyučovania výskumník inklinuje) a zhodnotiť možné vplyvy svojich presvedčení na proces interpretácie dát.

Východiskom z tejto zdanlivo dichotomickej voľby je podľa Fives a Buehl (2012) považovať presvedčenia aj za implicitné aj za explicitné, so zreteľom na ich schopnosť prechádzať z jedného stavu do druhého. Často sa stáva že vplyvom samotného zberu dát vo rámci výskumu vynesieme presvedčenia účastníkov z implicitnej do explicitnej roviny (Fives a Buehl, 2012). Nie je zriedkavé, že človek si vlastné presvedčenia neuvedomuje, a až situácia vyžadujúca ich reflexiu mu pomôže odkryť jeho dovedy neuvedomené presvedčenie (Jankvist, 2015).

Jedným zo spôsobov skúmania presvedčení, reagujúci na implicitnú povahu presvedčení, je skúmanie metafor o vyučovaní alebo o vyučovanom predmete (Davis a kol., 2020; Fives a Buehl, 2012; Patchen a Crawford, 2011; Smith, Smith a Williams, 2005). Účastník si buď vyberá z ponuky metafor alebo je inštruovaný, aby vytvoril nejakú metaforu vyučovania (matematiky) a vysvetlil ju, prípadne sa metaforické a obrazné vyjadrenia hľadajú v rámci analýzy kvalitatívnych dát priamo vo vyjadreniach účastníka pri pološtruktúrovaných alebo neštruktúrovaných rozhovoroch.

1.2.6 Závislosť presvedčení od kontextu

Ďalšou otázkou, prenikajúcou výskumom presvedčení (Fives a Buehl, 2012), je otázka, či presvedčenia **závisia alebo nezávisia od kontextu**, teda či sú alebo nie sú zovšeobecniteľné naprieč rôznymi situáciami, v ktorých by sme mohli pozorovať nimi ovplyvnené správanie.

Podľa mnohých autorov (napríklad Beswick, 2005; Kagan, 1992) sú presvedčenia silne závislé od kontextu (napríklad od vyučovaného predmetu, veku a pohlavia žiakov, atď.) a ich výskum v izolácii od situácií, v ktorých sa prejavujú, neposkytuje dostatočne presný obraz skutočnosti. Situované teórie dokonca zastávajú názor, že presvedčenia (učiteľov) nie sú čímsi, čo „patrí“ jednotlivcovi, ktorý *má nejaké presvedčenia*, ale že existujú iba *in situ* - v konkrétnych situáciách a preto objektom výskumu presvedčení nemá byť učiteľ, ale učiteľ v kontexte konkrétnej situácie (Skott, 2014). Tento pohľad na presvedčenia však vychádza zo sociologických prístupov a prekračuje teoretický rozsah našej práce, preto ho ďalej nerozvíjame.

Fives a Buehl (2012) zhodnocujú, že na pohľad by sa mohlo zdať, že záleží od uhla pohľadu výskumníkov a na presvedčenia možno pozeráť aj ako na závislé aj ako na nezávislé od kontextu. Nejasnosti o závislosti presvedčení od kontextu môže vyriešiť vnímanie, že rôzne presvedčenia sa líšia mierou ich špecifickosti. Učitelia majú všeobecné i špecifické presvedčenia v rôznych témach a to aké presvedčenia sú v konkrétnej situácii „aktivované“ (teda vplývajú na výsledné konanie najsilnejšie), závisí od kontextu.

Podobné nazeranie na rôznu mieru špecifickosti presvedčení učiteľov opisuje Rokeach (1968 citované v Ambrose, 2004), keď opisuje vývin presvedčení budúcich učiteľov. Spočiatku majú budúci učitelia nediferencované predstavy o vyučovaní a správaní učiteľa, ako napríklad, že "učitelia majú byť milí " alebo že "učitelia majú učiť zaujímavo". Takéto všeobecné, nediferencované presvedčenia nie sú veľmi praktické pre potreby učiteľskej praxe, ktorá zahŕňa rozmanitú paletu situácií, na ktoré je nutné ihneď reagovať. Je teda žiaduce, aby sa tieto presvedčenia u učiteľa postupne diferencovali, čo v praxi znamená, že učiteľ nadobudne schopnosť rozlišovať dosiaľ nevidené nuansy rôznych situácií a reagovať na ne rôznorodo, podľa aktuálnej potreby. Diferenciácia presvedčení učiteľov nastáva prirodzene v priebehu ich kariéry postupným stretávaním sa s rôznymi situáciami počas vyučovaniu, ale tento dôležitý proces sa dá podporiť už v rámci vysokoškolskej prípravy budúcich učiteľov (Kagan, 1992).

Na rôznu mieru špecifickosti presvedčení by sme mali reagovať aj pri návrhu výskumu. Ak skúmame špecifické správanie či praktiky učiteľa napríklad pozorovaním jeho vyučovania na hodinách, nemáme skúmať jeho všeobecné presvedčenia (napríklad o vzdelávaní alebo celkovom prístupe k vyučovaniu), ale máme skúmať jeho špecifické presvedčenia o vhodnosti (alebo správnosti) zavádzania konkrétnych činností a výučbových metód priamo v triede (Beswick, 2012).

1.2.7 Konzistencia presvedčení a ich vzťah s praxou

Na konzistenciu presvedčení môžeme navyše nazerať z dvoch perspektív. Prvou perspektívou je sledovanie konzistencie v rámci vyjadrených (deklarovaných) presvedčení človeka.

Jankvist (2015) vo výskume zameranom na to, či budúci učitelia matematiky vnímajú matematiku skôr ako objavenú, než vynájdenu, opisuje prípady študentov učiteľstva, ktorí si v priebehu výskumu uvedomujú, že sami so sebou v niečom nesúhlasia. Jankvist si tieto rozpory vysvetľuje ich rôznou mierou centrálnosti a lokalizáciou v rôznych zhlukoch. Na prípade účastníčky výskumu Glorie bolo vidno, že jej účasť na výskume pomohla uvedomiť si nesúlady jej presvedčení o matematike a dovedla ju k tomu, aby sa nad nimi explicitne zamyslela a utriedila si ich. Ak by tieto presvedčenia ostali v nevedomí, nikdy by možno takúto potrebu zosúladenia nepociťovala.

Druhou perspektívou pri sledovaní konzistencie presvedčení je súlad človekom **deklarovaných presvedčení** (angl. *espoused beliefs*) a **v správaní sa prejavujúcich presvedčení** (angl. *enacted beliefs*). Na začiatku tejto kapitoly sme uvádzali, že počiatky výskumu v oblasti presvedčení učiteľov sprevádzala domnienka, že hlbšie porozumenie presvedčeniam nám pomôže pochopiť prečo učitelia učia tak, ako učia. Vzťah presvedčení učiteľov a ich praxe bol sprvu výskumníkmi považovaný za jednosmerný, kauzálny – že presvedčenia sú priamymi determinantmi toho, ako učiteľ v rámci vyučovacieho procesu koná a rozhoduje (Skott, 2014).

V literatúre však môžeme nájsť množstvo štúdií, ktoré potvrdzujú konzistenciu presvedčení a praxe učiteľov, no aj veľa štúdií, ktoré ukazujú opak (Davis a kol., 2020). Fives a Buehl (2012) túto rôznorodosť komentujú výrokom, že „na každú štúdiu, ktorá ukáže konzistenciu presvedčení a praxe učiteľov by sme mohli nájsť štúdiu dokumentujúcu ich nekonzistenciu“.

Medzi výskumníkmi v súčasnosti prevláda názor, že presvedčenia nemajú priamy, jednosmerný, kauzálny vplyv na prax (napríklad Liljedahl, Rösken a Rolka, 2019; Skott, 2014; Beswick, 2005) no existuje významná zhoda, že vzťah medzi presvedčeniami a praxou existuje a je úzky (napríklad Cavanagh a Prescott, 2008; Boz, 2008), dynamický a obojsmerný (Skott, 2014; Thompson, 1992). Ak v rámci výskumu natrafíme na nekonzistenciu rôznych vyjadrení účastníkov, podľa Leathama (2006) je prílišným zjednodušením vyvodit' z takých dát záver, že skúmaný účastník si protirečí. Namiesto toho by sme venovať zvýšenú pozornosť oblasti, v ktorej si účastník zdanlivo protirečí a odhaliť

pôvod tejto nekonzistencie. Leatham (2006) vyslovuje jasné stanovisko, že človek sa vždy správa v súlade so svojimi presvedčeniami a nekonzistencie, ktoré sa objavia v rámci výskumu, poukazujú na to, že výskumník nemá do presvedčení účastníka dostatočný vhl'ad a niečo mu ostáva skryté.

Jedným zo spôsobov skúmania, ktorý reaguje na implicitnú povahu presvedčení, je skúmanie metafor, ktoré učitelia používajú vo svojich vyjadreniach o matematike a jej vyučovaní (Davis a kol., 2020; Fives a Buehl, 2012; Patchen a Crawford, 2011). Účastník takéhoto výskumu si buď vyberá z ponuky metafor pre vyučovanie, alebo je vyzvaný vytvoriť nejakú metaforu pre vyučovanie a vysvetliť ju, prípadne sa obrazné vyjadrenia hľadajú priamo v ústnych či písomných vyjadreniach účastníka.

Príkladom môže byť štúdia (Davis a kol., 2020), v ktorej sa autori rozhodli študovať namiesto explicitných vyjadrení učiteľov ich *implicitné asociačné siete* (angl. *implicit webs of association*) s predpokladom, že takýto prístup pomôže vyriešiť problém nekonzistencie deklarovaných presvedčení a praxe. Metafory a obrazné vyjadrenia vyskytujúce sa v prehovoroch učiteľov sú podľa autorov dobre operacionalizované, dostatočne konzistentné a majú silnejšiu predikčnú schopnosť, než explicitný obsah vyjadrení. Vychádzali pritom aj z psychologického výskumu (Thibodeau a Boroditsky 2015), zameraného na skúmanie toho, ako metafory využívané v bežnej reči ovplyvňujú uvažovanie ľudí o komplexných problémoch (konkrétne o vplyve rôznych metaforických opisov na vnímanie a návrh riešenia kriminality).

1.2.8 Funkcie presvedčení

Komplexnejší pohľad na rolu presvedčení v živote človeka ponúkajú Fives a Buehl (2012), pripisujúc im tri hlavné funkcie, a to:

- **filtrov**, na základe ktorých si interpretujeme naše zážitky a skúsenosti,
- **rámcov**, ktoré nám pomáhajú definovať a orámcovať problémy,
- a **návodov**, ktoré nás navádzajú na konkrétne konanie.

Filtračná funkcia spočíva v tom, že vonkajšie podnety a informácie, no i vlastné skúsenosti a spomienky si interpretujeme cez optiku našich presvedčení. Veľmi známym príkladom tejto funkcie je napríklad *konfirmačné skreslenie* (angl. *confirmation bias*) – tendencia človeka venovať pozornosť informáciám, ktoré potvrdzujú jeho názory a presvedčenia a prehliadať informácie, ktoré sú s jeho presvedčeniami v rozpore.

Táto funkcia presvedčení môže objasňovať, prečo presvedčenia veľmi dobre odolávajú zmenám (Ambrose, 2004), najmä ak sa jedná o presvedčenia sformované na základe epizodických spomienok. Nesper (1987) hovorí, že spomienky sú často podfarbené emóciami, čiže nesú akúsi afektívnu stopu. Tá ovplyvňuje proces znovu vybavenia si spomienky a môže umocniť také aspekty spomienky, ktoré viac súhlasia s jej pôvodným afektívnym zafarbením, tým pádom vnieť do procesu rekonštrukcie spomienky neželané skreslenie.

Príkladom filtračnej funkcie presvedčení môžu byť spomienky študentov učiteľstva na časy, keď boli sami žiakmi na strednej a základnej škole a vytvárali si o vyučovaní a o matematike predstavy a presvedčenia na základe vlastných zážitkov. Takto vytvorené presvedčenia potom fungujú ako regulačný systém pre posudzovanie informácií, ktoré sa budúci učitelia dozvedajú počas svojho vysokoškolského štúdia. Spomienky študentov, ktorí boli v matematike ako žiaci úspešní, môžu byť základom presvedčení o tom, že také vyučovanie matematiky, aké zažili oni sami, je efektívne (Liljedahl, 2011). Takéto vnímanie potom môže viesť k tomu, že niektoré informácie, s ktorými sa v rámci vysokoškolského štúdia budú stretávať, budú považovať za málo relevantné, čo zníži účinnosť ich vysokoškolskej prípravy.

Druhou spomínanou funkciou presvedčení je **rámcovanie** problémov, a to obzvlášť pri zle štruktúrovaných problémoch, medzi ktoré patrí aj vyučovanie (Nesper, 1987). Ciele vyučovania a vyučovania konkrétnych predmetov sú síce formálne definované v oficiálnych pedagogických dokumentoch, no nie je zaručené, že učiteľ sa s nimi stotožní. Každý z nás vníma cieľ vyučovania viac-menej odlišne na základy vlastných presvedčení a osobnej filozofie vyučovania. Pre niektorých učiteľov je cieľom naučiť žiakov čo najviac poznatkov, pre iných všestranne rozvinúť žiacky potenciál, pripraviť ich na univerzitné štúdium alebo na vstup na trh práce a iste sa nájdu aj takí učitelia, pre ktorých je cieľom vyučovania rýchlo a úsporne „odučiť učivo“ a čo najskôr ísť domov.

Rôznorodosť cieľov vyučovania teda prirodzene vplýva na to, aké informácie a stratégie (napríklad vyučovacie metódy) konkrétny učiteľ považuje za relevantné a ktorým venuje zvýšenú pozornosť, pretože vníma, že ho dovedú do cieľa najefektívnejšie. Ak teda chceme porozumieť, prečo učitelia učia tak ako učia, potrebujeme poznať, čo je pre nich cieľom vyučovania. V tom hrajú veľkú rolu práve ich presvedčenia. Úspešnou zmenou presvedčení (napríklad vysokoškolskou prípravou budúcich učiteľov) navyše môžeme podnietiť zmenu ich cieľov a tým aj výber optimálnych stratégií.

V skutočnosti stále opisujeme tento proces veľmi zjednodušene, no veríme, že tento hlbší vhl'ad do funkcií presvedčení objasňuje komplexnosť vz'ahu medzi presvedčeniami a konaním. Fives a Buehl (2012) považujú presvedčenia za „predzvesti konania“ (angl. *precursors to action*) a zmeny v presvedčeniach za nutnú podmienku vedúcu k efektívnej zmene učiteľskej praxe.

Komplexnejší pohľad na rolu presvedčení ponúka Schoenfeld (2011) vo svojej *teórii na cieľ orientovaného rozhodovania* (angl. *theory of goal-oriented decision making*), v rámci ktorej presvedčenia zaraďuje do širšej koncepcie prepája ich s učiteľovými zdrojmi (vedomosti, schopnosti), hodnotami a cieľmi, dynamicky reagujúcimi na aktuálnu situáciu.

„Rozhodovanie jednotlivcov je funkciou ich vedomostí a zdrojov, cieľov, presvedčení a orientácií. Ich rozhodnutie a konanie môže byť detailné „zachytené“ (vysvetlené a modelované) pomocou týchto konštruktov.“ (Schoenfeld, 2011)

Schoenfeld touto teóriou nadväzuje na svoj predchádzajúci výskum zameraný na riešenie matematických problémov. Keďže vyučovanie sa podľa Schoenfelda dá považovať za riešenie problémov, sú niektoré poznatky z oblasti riešenia problémov aplikovateľné aj do kontextu učiteľovej edukačnej praxe. Prostredníctvom tejto teórie môžeme modelovať rozhodovanie učiteľa počas vyučovania, no podľa Schoenfelda je aplikovateľná aj na iné profesie, napríklad na rozhodovacie procesy doktorov.

Skott (2014), poukazujúc na Schoenfeldovu (2011) teóriu rozhodovania, konštatuje, že nesúladi skúmaných presvedčení učiteľov a pozorovanej edukačnej praxe by bol problematický, iba ak by sme presvedčenia považovali za konštrukty priamo, jednoznačne a okamžite determinujúce konanie a rozhodovanie jednotlivca. Ak však presvedčenia vnímame ako súčasť väčšej štruktúry opisujúcej rozhodovanie jednotlivca, je zmysluplné s nimi pracovať a skúmať ich ako relatívne stabilné konštrukty.

1.2.9 Zhrnutie

Túto kapitolu sme začínali vyjadrením o absencii jednoznačnej, všeobecne prijímanej definície pojmu *presvedčenie*. O tom, že definovať tento pojem je problematické, písali mnohí autori (napríklad Pajares 1992; Thompson, 1992).

Thompson (1992) hovorí, že napriek veľkej popularite presvedčení sa k samotnému konceptu výskumníci vyjadrujú obvykle iba skromne a skôr predpokladajú, že čitateľovi je jeho význam samozrejímavý. Dôvodom môže byť že presné vymedzenie tohoto pojmu a odlíšenie od vedomostí a iných podobných mentálnych konštruktov je náročné. Druhým dôvodom môže byť, že hľadanie presne vymedzujúcej, jednotnej definície nie je pre výskum v tejto oblasti dôležité. Skott (2014) rôznorodé definície sumarizuje a tvrdí, že výskum v oblasti presvedčení sa v jadre zhoduje na tom, že presvedčenia označujú osobné, subjektívne pravdivé, mentálne konštrukty obsahujúce hodnotiaci aspekt, ktoré sú relatívne stabilné, sú výsledkom zážitkov v sociálnom prostredí a majú významný vplyv na to ako si jednotliviec interpretuje svoje skúsenosti a ako organizuje svoju vyučovaciu prax. Fives a Buehl (2012) sa nestotožňujú s názorom, že problém spočíva v tom, ako definovať pojem presvedčenie (dôkazom čoho je množstvo definícií, ktoré sme uviedli na začiatku kapitol). Pre výskum v oblasti presvedčení je podľa nich problémom skôr to, že presvedčenia nie sú naprieč literatúrou definované konzistentne, čo vplyva na náročnosť zovšeobecnenia výsledkov a vyvodenia konzistentných záverov.

Ak by sme mali veľmi zjednodušiť prevládajúce pohľady na presvedčenia v literatúre, ktorú sme spracovali, v pozadí sa výskum snaží nájsť odpoveď na otázku „*Čo si učitelia naozaj myslia a ako to môžeme ovplyvniť?*“, pričom slovo *naozaj* vyjadruje dôležitý rozdiel medzi vedomosťami a presvedčeniami v kontexte učiteľovej filozofie vyučovania. Učiteľ môže mať veľa vedomostí o vyučovaní a o rôznych didaktických a pedagogických prístupoch, no my sa snažíme preniknúť za hranicu objektívnych faktov a priblížiť sa k tomu, čo je pre daného učiteľa podstatné a preňho osobne rezonujúce.

Keďže účastníkmi nášho výskumu sú študenti bakalárskeho štúdia, nemáme možnosť pozorovať ich v praxi, a teda môžeme skúmať najmä ich deklarované presvedčenia, ich vývin a snažiť sa odhaliť momenty, v ktorých nastáva konfrontácia pôvodných presvedčení študentov s novými pohľadmi. Takéto „rozšírenie obzorov“ pokladáme za nutnú podmienku k neskoršiemu prehodnoteniu presvedčení, prípadne k ich diferenciacii, a teda za jeden z cieľov vysokoškolskej prípravy budúcich učiteľov.

1.3 Vývoj presvedčení

1.3.1 Ako sa presvedčenia menia?

„Presvedčenia sú ako vlastníctvo. Sú ako staré šaty; akonáhle ich získame a chvíľu nosíme, stanú sa pohodlnými. Nezáleží na tom, či vyjdú z módy alebo sa obnosia. Rozlúčiť sa s nimi je bolestivé a nové šaty nás nútia prispôbiť sa,“
(Schommer-Aikins, 2004, citované v Liljedahl, Rösken a Rolka, 2019).

Rovnako kľúčovou témou ako definícia presvedčení a ich súvis s praxou je v rámci výskumu v oblasti presvedčení snaha o porozumenie tomu, ako sa presvedčenia formujú, ako sa vyvíjajú, a ako ich možno ovplyvňovať. Možno skúmať, ako sa presvedčenia učiteľov menia vplyvom skúseností nadobudnutých počas ich kariéry alebo ako sa menia vplyvom zámernej intervencie – napríklad vysokoškolským vzdelávaním alebo ďalším vzdelávaním učiteľov z praxe.

Na rozdiel od prevládajúcej nejednoznačnosti definície konštruktu presvedčení, v literatúre možno badať značne prevládajúcu zhodu na tom, že presvedčenia sú veľmi stabilné a odolné voči zmene (Liljedahl, Rösken a Rolka, 2019; Valoyes-Chávez, 2018; Skott, 2014; Kagan, 1992; Thompson, 1992), dokonca aj vplyvom cielenej intervencie (Fives a Buehl, 2012) alebo stretom s dôkazmi, ktoré sú v rozpore s aktuálnymi presvedčeniami (Kagan, 1992). Presvedčenia často odolávajú aj kognitívnym procesom súvisiacim s poznávaním, akými sú na napríklad kritické posudzovanie či logická analýza (Ambrose, 2004; Thompson, 1992).

Táto odolnosť súvisí s charakteristickými črtami presvedčení, ktoré sme opisovali v skoršej časti práce, najmä s ich epizodickou povahou (presvedčenia sú často založené na epizodických spomienkach, spravidla citovo podfarbených) a nekonsenzuálnosťou (presvedčenia nemajú jasne vymedzené kritéria pravdivosti). Miera stability (odolnosti voči zmene) presvedčenia súvisí podľa Fives a Buehl (2012) s tým ako je dané presvedčenie prepojené s inými v rámci systému presvedčení jednotlivca (viac prepojené presvedčenia sú odolnejšie), a aj tým, ako „čerstvé“ je dané presvedčenie. Presvedčenia, ktoré máme dlhodobo, sú spravidla odolnejšie voči zmene, než novonadobudnuté presvedčenia. To vysvetľuje aj náročnú úlohu univerzitných programov pripravujúcich budúcich učiteľov, pretože nové vplyvy a pohľady na vyučovanie, s ktorými sa študenti stretávajú,

sú posudzované optikou množstva presvedčení získaných počas predchádzajúceho vzdelávania na nižšom stupni.

Zmena presvedčení je vo všeobecnosti považovaná za dlhodobý proces, pričom výnimku môžu tvoriť výnimočné situácie, ktoré pre jednotlivca nesú obzvlášť osobný význam (Liljedahl, 2010). Grootenboer (2008) tvrdí, že zmena presvedčení nie je ani v súčasnosti dobre preskúmaná v literatúre sa vyskytujú aj prípady štúdií, kedy zmena presvedčení účastníkov nastala, ale bola v rozpore so zámerom výskumníkov (pokiaľ išlo o zámernú intervenciu).

Pri vzdelávaní budúcich alebo praktizujúcich učiteľov sa môžeme stretnúť so zdanlivou zmenou presvedčení, pokiaľ skúmame iba verbálne vyjadrenia účastníkov. Davis a kol. (2020) uvádzajú výskum, v ktorom autori sledovali zmenu presvedčení vo vyjadreniach učiteľov matematiky v priebehu metodického kurzu zameraného na inovatívne metódy vyučovania matematiky. Na vyjadreniach účastníkov pozorovali, že postupom času sa stávali plynulejšími v mnohých debatách o (inovatívnom) vyučovaní matematiky a dokázali predviesť veľa metód, ktoré sa učili na kurze, no keď ich výskumníci pozorovali po ukončení tohoto programu, už po roku boli výsledky veľmi slabé. Autori očakávali významný dopad ich kurzu aj na školu, s ktorou v rámci výskumu spolupracovali, lebo bola veľmi otvorená inováciám a predpokladali, že nové prístupy, ktoré sa naučili účastníci výskumu, sa rozšíria aj medzi ich kolegami. Autori porovnávali po roku od ukončenia kurzu aj ich vyjadrenia o vlastnom vyučovaní v rozhovoroch s pozorovaním toho, ako vyučovali počas bežných hodín. Títo učitelia stále dokázali „rozprávať reformne“ a priamo vyjadrovať záujem o inovatívne metódy, s ktorými sa stretli počas kurzu, ale ich prax to neodrážala.

Podobný fenomén zaznamenal aj Grootenboer (2008) v rámci výskumu študentov učiteľstva matematiky v priebehu kurzu, ktorý sám vyučoval. Približne u tretiny účastníkov sa takisto začali objavovať "správne" vyjadrenia (v diskusiách, v rozhovoroch alebo vo vypracovaných písomných zadaniach), ktoré boli zjavne v súlade so zámerom kurzu. Spreádzajúcim javom však u týchto účastníkov bola slabá zainteresovanosť a emočná odozva v ich odpovediach, z čoho autor usúdil, že študenti volili pri odpovediach také vyjadrenia, ktoré boli podľa nich očakávané učiteľom. Grootenboer (2008) upozorňuje, že zmena presvedčení spravidla nie je príjemným procesom a skutočnú zmenu presvedčení by malo sprevádzať isté emočné nepohodlie a vnútorný boj (čo u iných študentov skutočne spozoroval).

Náhla zmena vyjadrení študentov, ktorá nie je sprevádzaná takýmto nepohodlím, však nemusí nutne znamenať, že účastník zámerne zavádza. Grootenboer, vychádzajúc z Greenovho (1971) konceptu zhlučkov presvedčení, ponúka alternatívne vysvetlenie – ak sa študenti počas svojho univerzitného štúdia stretnú s príliš odlišnými pohľadmi na matematiku a jej vyučovanie, než aké si prinášajú zo strednej školy, je možné, že ich novonadobudnuté presvedčenia vzniknú v zhlučku takzvanej *univerzitetnej (didaktiky) matematiky* (voľne preložené z angl. *university mathematics education*), izolovane od presvedčení týkajúcich sa *školskej matematiky*, ktorú budú vyučovať.

Takýto výsledok Grootenboer (2008) považuje za zlyhanie daného univerzitného programu, pretože sa mu nepodarilo zjednotiť tieto dva zhlučkov presvedčení o vyučovaní matematiky. Predpokladá, že akonáhle študenti odídu z univerzity, ich kontext sa zmení z univerzitného na školský a do popredia sa opäť dostanú ich presvedčenia o školskej matematike, ktoré ostali nezmenené.

1.3.2 Ako sa presvedčenia formujú?

Parajes (1992) uvádza dva zdroje presvedčení učiteľov – prvým sú ich **zážitky z minulosti** uložené v epizodickej pamäti a druhým je tzv. **kultúrna transmisia** (preberanie názorov a presvedčení zo sociálneho prostredia, v ktorom učitelia žijú a v ktorom boli vychovávaní). Richardson (Richardson, 1996) dodáva, že presvedčenia vznikajú aj na základe vedomostí získaných v rámci formálneho vzdelávania.

Nespor (1987) hovorí, že veľa učiteľov si vie vybaviť živé spomienky, z ktorých pramenia ich aktuálne presvedčenia. Príkladom takto utvorených presvedčení môžu byť spomienky na vlastnú frustráciu alebo radosť z matematiky, či príjemné alebo nepríjemné zážitky s konkrétnymi učiteľmi. Bývalí učitelia môžu byť silným faktorom pri tvorbe presvedčení, pretože ja väčšia pravdepodobnosť, že žiak v súvislosti s nimi nadobudne silno emočne zafarbených zážitok, v porovnaní so samotným predmetom alebo učebnými materiálmi.

Goodman (Goodman, 1988) takýto proces opisuje ako odvodenie presvedčení z mentálnych **vodiacich obrazov** (angl. *guiding images*) založených na pozitívnych či negatívnych zážitkoch, ktoré učiteľ získal v minulosti (v detstve) pozorovaním svojich učiteľov počas vyučovania, znútorňujúc si modely vyučovania, ktoré zažívali (Gates, 2006; Kagan, 1992). Tieto obrazy vyučovania tak tvoria u budúcich učiteľov základy predstáv o vyučovaní (Grootenboer, 2008) a často sú navyše upevňované výučbovými metódami,

s ktorými sa študenti učiteľstva stretávajú počas ich univerzitného štúdia a počas študentskej učiteľskej praxe.

Študenti učiteľstva matematiky prichádzajú na univerzitné štúdium s relatívne ujasnenými predstavami o vyučovaní (Ambrose, 2004). Richardson (1996) hovorí, že študenti učiteľstva si predstavujú vyučovanie ako priamočiary proces, pozostávajúci najmä z jasného vysvetľovania matematiky žiakom. Za najdôležitejšie považujú svoju schopnosť nadviazať vzťahy so žiakmi a zvládať riadenie triedy. Weinstein (1989) tieto predstavy nazýva *optimistické skreslenie* (angl. *optimistic bias*), čím poukazuje na to, že študenti učiteľstva majú zjednodušený pohľad na vyučovanie, pretože vidia iba vonkajšie prejavy učiteľovej edukačnej činnosti a žiacka perspektíva im neumožňuje vidieť do procesu učiteľovho premýšľania, plánovania a rozhodovania v častokrát náročných situáciách, kedy je potrebné zvážiť množstvo parametrov a zvoliť vo veľmi krátkom čase optimálnu stratégiu.

Tieto presvedčenia nebývajú počas štúdia významne narušené ani skúsenosťami zo študentskej učiteľskej praxe, pretože študenti obvykle nie sú vedení k výraznej reflexii týchto zážitkov a od svojich univerzitných supervízorov dostávajú väčšinou iba morálnu podporu a vyslovene pozitívny feedback (Kagan, 1992).

Zaujímavý prípad učiteľa, ktorý spája svoje presvedčenia o vyučovaní so svojimi spomienkami opisuje Boz (2008). Tento učiteľ, Mustafa, si zo svojich žiackych čias pamätal, že sa zvykol svojho učiteľa pýtať veľa otázok za účelom „naťahovania“ hodiny a márnenia času. Tieto spomienky Mustafu neskôr viedli k presvedčeniu, že interakcia učiteľa so študentmi počas hodiny nie je efektívna pre dosiahnutie vzdelávacích cieľov, čoho následkom bolo, že na vlastných hodinách nedával priestor na žiacke otázky.

Prescott a Cavanagh (2006) navyše dodávajú, že na to, aby tieto spomienky učiteľov na vlastné štúdium vplývali na ich predstavy o vhodnom vyučovaní, nemusia presne zodpovedať skutočnosti. Keď učelia zapojení do ich výskumu vyjadrovali svoje predstavy o žiakoch, často do nich premietali svoje vlastnosti a spomienky na to, akými žiakmi boli oni sami, s očakávaním, že podobne sa budú správať aj žiaci, ktorých oni budú učiť – napríklad že budú vysoko motivovaní, práca na hodine ich bude baviť a budú sústredení a pozorní. Uvádzajú však aj prípady účastníkov, ktorí vyjadrovali nespokojnosť s tým, ako boli učené, čo podnecovalo ich potrebu naučiť sa o vyučovaní viac. Pre jedného účastníka to bolo umocnené aj tým, že pomáhal svojej dcére s domácimi úlohami a pri tom si uvedomil potrebu zlepšiť sa v tom, aby doviedol svojich študentov k lepšiemu porozumeniu.

1.3.3 Zmena presvedčení prostredníctvom vzdelávania

Jedným z najdôležitejších zámerov výskumu v oblasti presvedčení učiteľov je odhaliť účinné spôsoby, ako možno presvedčenia učiteľov zámerne ovplyvňovať, spravidla prostredníctvom univerzitnej prípravy budúcich učiteľov a ďalším vzdelávaním praktizujúcich učiteľov (Fives a Buehl, 2012).

Zámerom cieleného vplyvu obvykle býva posilniť alebo vytvoriť presvedčenia, ktoré učiteľom pomáhajú k efektívnej výučbe. To nás však dostáva aj do etickej roviny. Na základe čoho zhodnotíme, ktoré presvedčenia sú správne, resp. vhodné a ktoré nežiaduce? Je správne zámerne meniť presvedčenia druhých? Kde sa nachádza hranica medzi vzdelávaním a manipuláciou? Tieto otázky sú náročné a univerzitní pedagógovia, ktorí navrhujú študijné programy pre budúcich učiteľov by mali venovať dostatočnú pozornosť na ich zváženie (Grootenboer, 2008).

V našej práci budeme skúmať prirodzený vývoj presvedčení študentov učiteľstva, pričom jediným zásahom do ich presvedčení bude zber dát. V rámci výskumu však nedostávame účastníkov do situácii, v ktorých zámerne ovplyvňujeme ich presvedčenia vopred stanoveným cieľom, preto sa pri zohľadnení etických aspektov výskumu budeme sústrediť najmä na to, aby sme účastníkov počas zberu dát neovplyvňovali (napríklad kladením sugestívnych otázok).

Viacerí autori sa zhodujú na tom, že dosiahnuť zmenu presvedčení o vyučovaní prostredníctvom vzdelávacích programov pre budúcich alebo praktizujúcich učiteľov je veľmi náročné, obzvlášť ak chceme, aby táto zmena bola dlhodobá (napríklad Gates, 2006; Prescott a Cavanagh, 2006; Kagan, 1992). Ak je pedagogická filozofia takýchto vzdelávacích programov vo výraznom rozpore s presvedčeniami účastníkov, je nepravdepodobné, že sa u účastníkov podarí úspešne podnietiť výrazná zmena ich presvedčení a môže sa dokonca stať, že tieto vstupné presvedčenia sa ešte viac posilnia (Prescott a Cavanagh, 2006).

Thompson (1992) konštatuje, že krátkodobé pôsobenie na presvedčenia (napríklad jednosemestrálne kurzy) sú v zmene presvedčení málo účinné a väčšiu šancu má skôr dlhodobé vplyvajúce prostredie, ako je napríklad celé univerzitné štúdium. Znakmi úspešných programov sú podľa Smith a kol. (2005) po prvé, že práca s presvedčeniami učiteľov je jedným z hlavných zámerov programu a po druhé, že program účastníkov podnecuje k tomu, aby sa aktívne snažili porozumieť vlastným presvedčeniam, pohľadom

a názorom, a aby sa dostali do situácií, v ktorých si môžu vyskúšať nové činnosti a skúsenosti z nich reflektovať s ich aktuálnymi presvedčeniami.

Významnú rolu pri zámernej práci s presvedčeniami učiteľov je *reflexia* vlastných činností, zážitkov a presvedčení (Pajares, 1992; Kagan, 1992; Nesporek, 1987). Thompson (1984) pozorovala, že miera do akej sú presvedčenia učiteľov konzistentné s ich praxou, závisí od schopnosti učiteľov reflektovať ich pedagogickú činnosť - premýšľať o ich presvedčeniach, implicitných predpokladoch a osobnej filozofii vyučovania. Neznamená to síce nutne, že každý akt reflexie zaručí vyriešenie kontradikcie presvedčení, ale prinajmenšom umožní učiteľovi získať lepší vhľad do svojho vnútra, čo môže viesť k lepšej integrácii presvedčení, či k možnosti objaviť rôzne alternatívne spôsoby riešenia situácií, ktoré doposiaľ učiteľ riešil navyknutým, nepremysleným spôsobom.

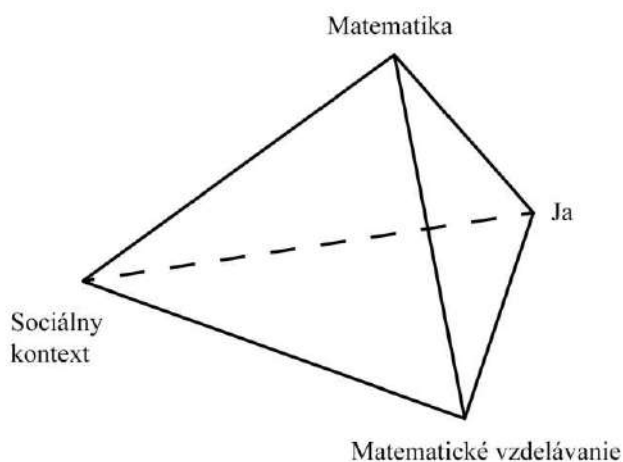
Štandardným spôsobom vedenia študentov učiteľstva k reflexii bývajú rozhovory, kde sú účastníci vyzvaní priamo alebo nepriamo sa vyjadriť o svojich pohľadoch na vyučovanie, prípadne pozorovanie študentov diskutujúcich medzi sebou alebo analýza písomných prác, napríklad denníkových zápiskov učiteľov (Kagan, 1992). Veľmi zaujímavou metódou vedenia študentov k reflexii vlastných postupov opisuje Stones (1986) – študenti po odučení vyučovacej sekvencie prinesú videozáznam svojho vyučovania a ukázali ho ostatným spolužiakom. Každý zo zvyšných študentov následne posúdi tento výkon z inej perspektívy, čím takmer nutne vzniknú konfliktné interpretácie. Študent, ktorý videonahrávku priniesol, má potom za úlohu analyzovať a integrovať tieto alternatívne perspektívy, pri čom konfrontuje a skúma vlastné existujúce presvedčenia o vyučovaní.

1.4 Presvedčenia o matematike a vyučovaní matematiky

1.4.1 Obsah presvedčení

Doteraz sme sa v práci venovali predovšetkým vlastnostiam presvedčení, ich funkcii a procesu ich zmeny. Iba okrajovo sme sa venovali obsahu presvedčení, obzvlášť obsahu presvedčení učiteľov matematiky. V tejto časti práce túto tému rozvineme a uvedieme niekoľko vybraných pohľadov na obsah presvedčení o matematike a o vyučovaní matematiky, z ktorých budeme vychádzať pri analýze zozbieraných dát v našom výskume.

Zatiaľ čo súvis presvedčení učiteľov s praxou a ich vývoj tvoria jeden prúd výskumu, ktorý sa viac sústreďí na skúmanie štruktúry presvedčení nezávisle od ich obsahu, za druhý prúd môžeme považovať výskum obsahu presvedčení (Kagan, 1992). Príkladom môžu byť epistemologické presvedčenia o podstate poznania v tej oblasti, ktorú učitelia učia, presvedčenia o vhodnosti či efektívnosti konkrétnych výučbových metód, ciele vyučovania, spôsoby hodnotenia a klasifikácie, či podstaty učenia sa. Ernest (1989) hovorí o troch oblastiach presvedčení učiteľov matematiky: koncepcie o podstate matematiky, modely vyučovania a učenia sa matematiky a princípy vzdelávania. Ernest (1989) uvádza aj koncepcie siahajúce za hranice matematického vzdelávania, ako napríklad vnímanie dôležitosti dávania žiakom možnosť zažiť úspech, rozvoju kritického myslenia, prípravy zodpovedných a proaktívnych občanov, či viera v to, že každé dieťa je originálne a kreatívne (a teda aj v matematike). Jankvist (2015) predstavuje o niečo rozpracovanejší pohľad – koncepciu štyroch dimenzií presvedčení učiteľa, ktoré zohrávajú úlohu pri vyučovaní matematiku (Obrázok 1).



Obrázok 1: Štyri dimenzie presvedčení učiteľa matematiky

Pre našu prácu je dôležitá dimenzia presvedčení o matematike ako o vednej disciplíne a dimenzia presvedčení o matematickom vzdelávaní. Tá pozostáva z:

- presvedčení o matematike ako o školskom predmete,
- presvedčení o učení sa matematiky a o riešení matematických úloh
- a presvedčení o vyučovaní matematiky.

Ďalšími dimenziami sú dimenzia presvedčení o sebe (týkajúca sa napríklad viery vo vlastné schopnosti a osobných životných cieľov) a o sociálnom kontexte (napríklad presvedčenia o normách správania v triede, o roli učiteľa a roli žiakov, aj všeobecnejšie presvedčenia týkajúce sa pohľadu na spoločnosť a ciele vzdelávania ako takého). Napriek tomu, že aj tieto dve dimenzie významne vplyvajú na to, ako učitelia vyučujú (Beswick, 2012), v našom výskume sa na ne nezameriavame – sústredíme sa na skúmanie presvedčení študentov učiteľstva o matematike a o vyučovaní matematiky.

Väčšina štúdií sa nevenuje výskumu presvedčení v rámci konkrétnej oblasti matematiky, predmetom skúmania sú skôr pohľady učiteľov na to, čo pre nich matematika znamená. Existujú však výnimky ako napríklad vyučovanie dôkazov, riešenie úloh s viacerými riešeniami, kalkulus, či riešenie problémov (Zhang, Q. a Morselli, F., 2016). V našej práci sa taktiež nezameriavame na konkrétnu oblasť matematiky.

1.4.2 Presvedčenia o podstate matematiky

Thompson (1992) na základe analýzy literatúry usudzuje, že len ťažko môžeme nájsť zhodu v tom, v čom spočíva kvalitné vyučovanie matematiky, pokiaľ sa nezhodneme na tom, čo si pod matematikou vlastne predstavujeme. Tento názor dopĺňa výrokom (voľne preložené z angličtiny):

„Predstava jednotlivca o tom, čo je matematika, ovplyvňuje jeho predstavu o tom, ako je vhodné ju prezentovať. Spôsob prezentovania teda odzrkadľuje to, čo jednotlivec považuje v matematike za esenciálne. Kľúčovou otázkou teda nie je ‚Čo je najlepší spôsob výučby?‘ ale ‚Čo je to vlastne matematika?‘“ (Hersh 1986, citované v Thompson, 1992)

V literatúre možno nájsť mnoho kategorizácii pohľadov na podstatu matematiky používajúcich rôzne termíny pre taký či onaký pohľad na matematiku, no vo svojej podstate sa líšia veľmi málo. Môžeme v nich badať súvis so snahami o reformáciu vyučovania

matematiky, ktoré sme spomínali v úvode kapitoly, alebo prinajmenšom snahu o rozšírenie pohľadov na matematiku na „niečo viac“, než len zbierku postupov a faktov, ktoré sa treba naučiť naspamäť (Liljedahl, 2011).

V nasledujúcich odstavcoch opíšeme tri rôzne kategorizácie pohľadov na podstatu matematiky (Ernest, 1989; Lerman, 1983; Skemp, 1978). Filozofia matematiky u konkrétneho učiteľa môže byť aj kombináciou viac než jedného pohľadu – presvedčenia učiteľov zriedkavo presne „pasujú do jednotlivých krabičiek“ (Thompson, 1992).

Ernest (1989) uvádza tri výrazne odlišné filozofie matematiky, prejavujúce sa v kontexte matematického vzdelávania vyučovanií a takisto aj vo filozofii matematiky ako vedy:

- **Inštrumentalistický** pohľad (angl. *instrumentalist view*) vníma matematiku ako zbierku navzájom nie nutne súvisiacich faktov, pravidiel a postupov, ktoré nám môžu pomôcť v praktických životných situáciách
- **Platonistický** pohľad (angl. *Platonist view*) považuje matematiku za statický, zjednotený súbor poznatkov, pozostávajúci z prepojených, navzájom súvisiacich štruktúr a právd (resp. pravdivých tvrdení). Matematika je považovaná za nemenný monolit, ktorý môže byť iba objavený ako objektívna pravda, nie stvorený či vynájdený človekom.
- **Pohľad založený na riešení problémov** (angl. *problem-solving view*) - neustále dynamicky sa rozširujúce pole ľudského bádania. Podľa tohto pohľadu matematika nikdy nie je hotovým, dokončeným produktom a jej výsledky sú neustále otvorené revíziám a prehodnocovaniu.

Ernest (1989) prepája tieto tri pohľady aj s očakávaným prístupom k vyučovaniu:

- Inštrumentalistický pohľad môže viesť k preferencii jediného správneho prípustného postupu, ktorý učiteľ predviedol žiakom, dôraz na presné dodržanie inštrukcii, na formálnu stránku práce a na precvičovanie.
- Platonistický pohľad môže matematiku vnímať izolovanie od ostatných aspektov ľudského života. Oproti inštrumentalistickému pohľadu sa dáva väčší dôraz

na pochopenie konceptov a metód, no tie prichádzajú k žiakom v logickej postupnosti danej štruktúrou matematiky. Učiteľ vystupuje v roli „vysvetľovača“, prenášajúceho na žiakov vedomosti vhodným vysvetlením a modelovaním príkladov. Žiaci sú v roli prijímateľov vedomostí, ktoré učiteľ odovzdáva a osvojenie si nového učiva si od nich vyžaduje predovšetkým, aby "dávali pozor".

- Pohľad založený na riešení problémov vychádza z presvedčenia, že obsah matematiky je výsledkom ľudskej činnosti - pasovania sa s intelektuálnym problémom – a že žiaci by sa mali taktiež stretávať s matematikou touto formou a poznatky získavať riešením primerane náročných úloh, ktoré nevyžadujú priveľký výklad učiteľa. Tento pohľad môže viesť k akceptácii rôznych (alternatívnych) žiackych metód a prístupov k riešeniu úloh. Učiteľ v roli facilitátora vytvára pre žiakov vhodné prostredie, prináša problémy a usmerňuje diskusiu v triede.

Tieto tri pohľady na podstatu matematiky sa niekedy v literatúre označujú ako *kufrik s náradím* (angl. *toolbox approach*) - inštrumentalistický pohľad, *systém* (angl. *system approach*) – Platonistický pohľad a *proces* (angl. *process approach*) – pohľad založený na riešení problémov (Liljedahl, Rösken a Rolka, 2019).

Lerman (1983) vymedzuje dve alternatívne perspektívy, z ktorých možno nahliadať na podstatu matematiky – absolutistickú (angl. *absolutist*) a falibilistickú (angl. *fallibilist*), ktoré by sme mohli veľmi voľne preložiť aj ako *neomylnú* a *omylnú*. Tieto dve perspektívy zodpovedajú dvom myšlienkovým smerom vo vedeckej matematike - euklidejskému a kvázi-empirickému.

- Podľa absolutistickej perspektívy je matematika založená na univerzálnych, absolútnych základoch a matematické poznatky sú isté, absolútne, abstraktné a len okrajovo súvisiace s reálnym svetom. Tieto poznatky možno objaviť a existujú nezávisle od nás.
- Podľa falibilistickej perspektívy sa matematika vyvíja prostredníctvom predpokladov, tvrdení, dôkazov a ich vyvracaní. Neistota sa považuje za neoddeliteľnú súčasť matematiky.

Podobne ako Ernest (1989), aj Lerman (1983) a iní (napríklad Geisler a Rolka, 2021) dávajú do súvislosti tieto dve perspektívy o podstate matematiky so zodpovedajúcimi prístupmi

k jej vyučovaniu. Absolutistickú perspektívu spája s vyučovaním zameraným na osvojovanie si obsahu matematiky (spravidla transmisíou) a falibilistickú perspektívu s učením sa na základe riešenia problémov.

Absolutistickej, resp. falibilistickej perspektíve zodpovedá statický resp. dynamický pohľad na matematiku, s ktorým sa možno taktiež stretnúť v literatúre (Grigutsch a Törner, 1998; Geisler a Rolka, 2021; Liljedahl, Rösken a Rolka, 2019). Statický pohľad zdôrazňuje exaktnú, formálnu štruktúru matematiky - ako konzistentný systém pravidiel, faktov a vzorcov. Tento pohľad môže byť dokonca redukovaný až na inštrumentalistický pohľad na matematiku. Dynamický pohľad zdôrazňuje neustály vývin ako hlavnú črtu matematiky, ako aj experimentovanie, induktívne uvažovanie a využívanie intuície a kreativity. Dynamický pohľad na matematiku viac zdôrazňuje aj vzťahy medzi rôznymi matematickými objektami a tvrdeniami (Grigutsch a Törner, 1998).

Veľa študentov vychádzajúcich zo stredných škôl vníma veľkú priepasť medzi školskou a univerzitnou matematikou, čo je spôsobené presvedčeniami o matematike, ktoré si zo strednej školy prinášajú (Geisler a Rolka, 2021). Učitelia majú väčšinou nedostatočné poznatky z oblastí filozofie a histórie matematiky na to, aby dokázali žiakov nielen naučiť obsah matematiky, ale rozšíriť im aj obzory o matematike ako vednej disciplíne. Vplyvom takýchto skúsenosti je matematika pre budúcich učiteľov matematiky predovšetkým matematikou školskou, teda pozostávajúcou z tém školskej matematiky (geometria, funkcie, algebra, atď.).

Tento „zúžený“ pohľad na matematiku môže vysvetľovať, prečo u učiteľov prevláda statický, resp. absolutistický (prípadne až inštrumentalistický) pohľad na matematiku ako takú (Thompson, 1992). Hersh (1991) hovorí v tejto súvislosti o rozdiel medzi „prednou a zadnou stranou matematiky“ - matematika sa často študentom ukazuje v jej hotovej „prednej“ forme s úhľadne naformulovanými tvrdeniami a dôkazmi, čo ale zakrýva proces ich vzniku, ktorý je oveľa intuitívnejší a menej formálny, než sa môže na pohľad zdať.

Tretiu kategorizáciu presvedčení o podstate matematiky uvádza Skemp (1978), v ktorom poukazuje na dva rôzne výklady pojmu "porozumenie" v matematike – inštrumentálne porozumenie a relacionálne (vzťahové) porozumenie, čoho dôsledkom je, že v rámci diškurzov v oblasti vyučovania matematiky existujú "dve rôzne matematiky". Thompson (1992) poukazuje na to, že Skempove (1978) "dve matematiky" vysvetľujú mnoho šarvátok, nezhôd a nedorozumení aj na poli didaktiky matematiky, či už pri hľadaní správnych a efektívnych výučbových metód alebo spôsobov overovania a hodnotenia

výsledkov vzdelávania. **Inštrumentálne porozumenie** (angl. *relational understanding*), inak povedané "pravidlá bez dôvodov" bývajú v školskom prostredí často vnímanou cieľovou úrovňou pre žiaka. Skemp (1987) uvádza príklad žiaka, ktorý chýbal na hodine matematika, na ktorej sa žiaci učili obsah obdĺžnika. Na nasledujúcej hodine sa na tento vzorec pýtal učiteľa, ktorý mu na to odpovedal, že obsah dostane ako „dĺžka krát šírka“, na čo žiak hneď odpovie: „aha, už rozumiem!“ bez potreby porozumenia tomu „prečo to tak je. Žiakovi stačí, že vie vzorec použiť a že riešenia úlohy vychádzajú správne. Zatiaľ čo inštrumentálne porozumenie hľadá pravidlá a postupy a ich korektné použitie, ktoré si treba zapamätať, **relacionálne porozumenie** (angl. *relational understanding*) si za cieľ kladie porozumenie princípom a predpokladá, že pochopenie princípu v pozadí rôznych matematických poznatkov odľahčuje človeka od toho, aby si musel explicitne pamätať veľa rôznych faktov a postupov, pretože vďaka porozumeniu sa dajú jednoducho odvodiť z menšieho množstva princípov a konceptov.

Skemp (1987) ďalej v článku uvažuje nad častou situáciou vo vyučovaní matematiky, kedy sa stretávajú tieto dva pohľady na porozumenie. Čo ak sa stretne učiteľ kladúci dôraz na relacionálne porozumenie so žiakom, ktorého cieľom je iba inštrumentálne porozumenie a rovinu relacionálneho porozumenia vôbec nevníma? Skemp takúto situáciu prirovnáva k loptovej hre, kedy hrajú dve družstvá s jednou loptou, no každé družstvo hrá inú hru. Pokiaľ sa na začiatku jasne, priamo neporozprávame o hre a našich cieľoch v nej, nemali by sme sa diviť, že sa dopravujeme k nedorozumeniu, hra sa rozpadne zúčastnení odmietnu hrať akékoľvek ďalšie hry. V realite sa často stáva, že sa stretnú relacionálne zmýšľajúci učitelia s inštrumentálne zmýšľajúcimi žiakmi alebo naopak. Oba prípady vyvolávajú napätie a z pre vývoj žiakov môže byť obzvlášť škodlivé, ak sa žiak dožaduje relacionálneho porozumenia, no učiteľ mu to neumožňuje.

Podobne ako pri dvoch výkladoch pojmu "rozumieť", možno poukázať na dve predstavy o matematiky. Skemp (1987) tvrdí, že prv si myslel, že učitelia matematiky učia ten istý predmet, len každý iným štýlom, prípadne na inej úrovni. Názor však zmenil v prospech pohľadu, že v podstate existujú dva prakticky rôzne predmety s rovnakým názvom - matematika.

1.4.3 Presvedčenia o vyučovaní a učení sa matematiky

Druhá oblasť presvedčení, na ktoré sa v našom výskume sústredíme, sú presvedčenia o vyučovaní matematiky. Popri presvedčeniach o matematike samotnej má táto oblasť

taktiež významný vplyv na to, ako sa reálne v triede matematika vyučuje. Presvedčenia o vyučovaní matematik sa prejavujú v každodenných situáciách pri plánovaní a realizácii vyučovania – napríklad voľbou úloh, prezentáciou učiva, reakciami na žiacke chyby, nápady, návrhy či stratégie, alebo miera, do akej sa učiteľ pridržiava učebných textov (napríklad učebníc) a štandardných matematických postupov (Ernest, 1989). Modely vyučovania matematiky sú podľa Ernesta (1989) koncepciami o type a rozsahu učiteľských akcií (činov, úkonov) v triede, ktoré sú v súlade s jeho celkový prístup k vyučovaniu matematiky. Pozostávajú z mnohých mentálnych obrazov a princípov, ktorých príkladmi môže byť:

- čisto objavné, prostredie založené na riešení problémov,
- zámer na konceptuálne porozumenie obohatené o riešenie problémov,
- zámer čisto na konceptuálne porozumenie,
- osvojenie si zručností a faktov podložených ich porozumením,
- osvojenie si zručností a faktov bez nutnosti ich pochopenia,
- prežitie zo dňa na deň (tento príklad upozorňuje na to, že subjektívnym cieľom učiteľa na vyučovacej hodine nemusí byť nutne edukačný cieľ).

Podľa Ernesta (1989) sa presvedčenia o vyučovaní matematiky týkajú aj toho, ako vyzerá proces učenia sa matematiky, aké činnosti a mentálne aktivity sú zapojené na strane učiaceho sa a čo sa považuje za adekvátne a štandardné učebné metódy, a teda vplývajú aj na to to, akú rolu pripisuje učiteľ žiakom na hodine. Dá sa povedať, že v extrémoch môžeme sledovať dva póly týchto koncepcií:

1. pohľad na učenie sa ako na aktívne konštruovanie poznatkov, ktoré sú zmysluplne prepojené medzi sebou,
2. pohľad na učenie sa matematiky ako na pasívne prijímanie poznatkov.

Na základe toho Ernest (1989) predstavuje zjednodušený nárys prístupov k učeniu sa matematiky vyjadreného typom činnosti učiaceho sa žiaka:

- žiak objavuje nové poznatky vedený vlastným, autonómnym sledovaním svojich záujmov,
- žiak si konštruuje poznatky a dáva zmysel skúsenostiam, ktoré sú mu ponúknuté (učiteľom), s prihliadnutím na záujmy žiaka,

- žiak si konštruuje poznatky a dáva zmysel skúsenostiam, ktoré sú mu ponúknuté (učiteľom),
- žiak nadobúda predom stanovené zručnosti a vedomosti,
- žiak lineárne postupuje vopred stanoveným učebným plánom v určenom poradí,
- žiak poslušne plní inštrukcie učiteľa.

Thompson (1992) upozorňuje, že napriek tomu, že síce znie rozumne a očakávateľne, že osobné modely vyučovania matematiky u učiteľov budú vychádzať z modelov alebo teórií učenia (s ktorými sa stretávajú napríklad už počas vysokoškolskej prípravy), v realite nie sú učiteľské modely vyučovania veľmi koherentnými a usporiadanými návodmi na vyučovaciu činnosť, ale skôr eklektickou zbierkou presvedčení a pohľadov, ktorá je z veľkej časti zložená z vlastných skúseností z vyučovania, než z prvkov získaných formálnym vzdelaním.

Ťažko teda zaradíme presvedčenia učiteľa jednoznačne do nejakej kategórie, no napriek tomu nám takéto kategórie pomáhajú spozorovať a opísať tendencie vo vyjadreniach účastníkov nášho výskumu. Pre účely nášho výskumu sa nám vhodnou kategorizáciou javí kategorizácia presvedčení o vyučovaní matematiky opísaná v článku (Beswick, 2012), prepájajúca presvedčenia o vyučovaní matematiky s presvedčeniami o podstate matematiky ako vednej disciplíny s presvedčeniami o matematike ako školskom predmete.

Ako sme už v predchádzajúcom texte uvádzali, u budúcich učiteľov matematiky sa môže vytvoriť v priebehu ich vysokoškolskej prípravy relatívne izolovaný zhluk presvedčení o matematike (predovšetkým vplyvom novonadobudnutých vedomostí z oblasti vysokoškolskej matematiky a didaktiky matematiky), popri ich presvedčeniach o matematike ako školskom predmete (tie sú podmienené najmä osobnými skúsenosťami v roli žiaka). Kategorizácia presvedčení o vyučovaní matematiky, ktorú opisuje Beswick (2012), vychádza z už spomínanej kategorizácie presvedčení o matematike opísanú Ernestom (1989) na tri pohľady: inštrumentálny, platonistický a na riešení problémov založený. Znázorňujeme ju v Tabuľke 1 (prevzaté z Beswick, 2012, s. 7) na ďalšej strane.

Presvedčenia o matematike ako o vednej disciplíne			
	Inštrumentalistické	Platonistické	Riešenie problémov
Inštrumentalistické	Školská matematika spočíva v učení sa základných zručností, ktoré žiaci využívajú v bežnom živote.	Školská matematika spočíva v učení sa základných zručností, ktoré žiakov pripravujú na zvládnutie vyššej, zaujímavejšej matematiky neskôr v ich štúdiu.	Matematika môže byť kreatívna, ale žiak musí najprv nadobudnúť určité základné zručnosti. Matematická kreativita nepatrí do školy.
Platonistické	Školská matematika je súbor hierarchicky poprepájaných poznatkov, ktoré sa treba naučiť, aby ich bolo možné aplikovať v	Školská matematika je súčasťou hierarchicky poprepájaného súboru poznatkov, ktorá slúži ako základ pre pochopenie vyššej matematiky.	Školská matematika je súčasťou hierarchicky poprepájaného súboru poznatkov, ktorá umožní malému počtu nadaných žiakov, aby mohli byť v matematike
Riešenie problémov	Riešenie problémov a sústredenie na žiaka je prostriedkom k tomu, aby boli žiaci motivovaní k nauce sa základných zručností,	Riešenie problémov a sústredenie na žiaka je prostriedkom k tomu, aby žiaci porozumeli obsahu matematiky, ktorá je hierarchicky poprepájaným súborom poznatkov.	Riešenie problémov a sústredenie na žiaka je prostriedkom k tomu, aby žiaci považovali matematiku za mocný a kreatívny proces.

ako o školskom predmete

Tabuľka 1: Vplyv kombinácie presvedčení o matematike ako vednej disciplíny a matematike ako školskom predmete (preložené z anglického originálu v článku (Beswick, 2012, s. 7))

2 Metodológia výskumu

2.1 Vymedzenie výskumného problému

Výskumným zámerom dizertačnej práce je skúmať vývoj presvedčení budúcich učiteľov matematiky, študujúcich na *Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského* (FMFI UK) v Bratislave počas ich trojročného bakalárskeho štúdia študijného programu *Učiteľstvo matematiky v kombinácii*.

Vo výskume sa sústreďme na presvedčenia o matematike a o vyučovaní matematiky a ich vývoj v priebehu štúdia, so zreteľom na hlbšie porozumenie príčinám zmien (prípadne stagnácie) týchto presvedčení a ich súvisom s ich študijným programom, prípadne s externými faktormi.

Stanovili sme si nasledujúce **výskumné otázky** (VO):

VO 1

Ako sa vyvíjajú presvedčenia vybraných študentov učiteľstva matematiky o matematike a vyučovaní v priebehu ich bakalárskeho štúdia?

VO 2

Aké faktory ovplyvňujú presvedčenia študentov učiteľstva matematiky o matematike a jej vyučovaní v rámci ich vysokoškolského štúdia?

Pri skúmaní vývoju presvedčení sa budeme sústreďiť predovšetkým na faktory súvisiace priamo s vplyvom vysokoškolského štúdia, no v prípade že sa objavia významné externé faktory, budeme skúmať aj ich vplyv a hľadať aj súvis medzi pôsobením externých faktorov a vysokoškolského štúdia.

2.2 Voľba metodologického prístupu

Výskum presvedčení o matematike a jej vyučovaní je známy svojím širokým rozsahom a rôznorodosťou využívaných metodologických prístupov a teoretických východísk (Fives a Buehl, 2012). Výrazná väčšina výskumu má interpretatívny charakter a volí kvalitatívny prístup k spracovaniu dát (Thompson, 1992).

V literatúre možno nájsť aj čisto kvantitatívne štúdie (napríklad Geisler a Rolka, 2021; Beswick, 2005), spravidla využívajúce na účel zberu dát dotazníky obsahujúce výroky, ktoré účastník ohodnotí na Likertovej škále číslom (štandardne od 1 do 5) vyjadrujúcim mieru, do akej sa s daným výrokom stotožňuje (resp. do akej miery s ním súhlasí). Takýto typ výskumu umožňuje skúmať väčší počet účastníkov (napríklad celý študijný krúžok alebo ročník, prípadne viacero ročníkov naprieč študijným programom). Výsledkom takéhoto výskumu môže byť zistenie prevažujúceho obsahu *deklarovaných* presvedčení alebo, ak sa výskum vykoná na rovnakej vzorke v rôznych časových intervaloch (napríklad Geisler a Rolka, 2021), s pomocou štatistických metód určiť, či nastala u účastníkov významná zmena presvedčení. Možno tak sledovať zmenu v rámci predom určených kategórií alebo škál, no kvantitatívny výskum neumožňuje nazrieť hlbšie do mechanizmu vývinu presvedčení, ani objasniť príčiny (možno zdanlivej) nekonzistencie presvedčení.

Koncom 20. storočia sa vo výskume presvedčení učiteľov do popredia dostali kvalitatívne prístupy, ktoré na rozdiel od výskumníkmi dopredu nalinkovaných škál nechávali voľnosť participantom na to, aby sami zdôraznili čo považujú za relevantné a dôležité. V rámci kvalitatívneho výskumu sa dáta zbierajú napríklad prostredníctvom esejí, denníkových zápisov či rozhovorov (Liljedahl, Rösken a Rolka, 2019; Zhang, Q. a Morselli, F., 2016; Jankvist, 2015; Smith a kol., 2015; Liljedahl, 2011; Patchen a Crawford, 2011; Boz, 2008; Grootenboer, 2008; Prescott a Cavanagh, 2008; Gates, 2006; Ambrose, 2004). Relatívne častým je aj zmiešaný prístup, ktorý kombinuje kvalitatívny a kvantitatívny prístup (napríklad Beswick, 2012; Swars a kol. 2009).

Švaříček, Šeďová a kol. (2014, s. 15) upozorňujú na to, aby sa výskumník vyhol zjednodušenému pohľadu na kvalitatívneho výskumu ako na výskumu malého počtu účastníkov a slovnú formu zbieraných dát. Voľba výskumného prístupu by sa mala predovšetkým riadiť výskumným zámerom, a teda má nasledovať po stanovení výskumného problému (Švaříček, Šeďová a kol., s 25). Naším zámerom je hĺbkové porozumenie procesu

vývinu presvedčení študentov učiteľstva matematiky počas ich štúdia. Navyše, keďže podľa našich informácií v súčasnosti ani v dohľadnej minulosti na našej fakulte takýto výskum neprebíhal, nemáme do skúmaného procesu dostatočný vhl'ad na to, aby sme mali vopred stanovené hypotézy a jasne určené premenné, ktoré by sme mohli skúmať plošne prostredníctvom kvantitatívneho výskumu. Volíme si teda kvalitatívny prístup. Náročnosť spracovania a analýzy dát v kvalitatívnom výskume a rozsah našej dizertačnej práce nás teda vedú k tomu, aby sme zvolili menší počet účastníkov.

Voľba kvalitatívneho prístupu nám neumožňuje naše výsledky zovšeobecniť, no zovšeobecnenie nie je naším zámerom. Výsledky nášho výskumu však budú podkladom pre ďalší, nadväzujúci výskum, ktorý môže využívať aj kvantitatívny alebo zmiešaný prístup a jeho cieľom môže byť práve overenie zovšeobecniteľnosti záverov, ktoré získame v našom výskume. Ako sme už uviedli v úvode práce, náš výskum je súčasťou širšieho projektu zameraného na výskum presvedčení študentov učiteľstva matematiky a následný návrh odporúčaní pre učiteľský študijný program, ktoré podporia vývin presvedčení učiteľov smerom, ktorý je v súlade s cieľmi tohto študijného programu.

Najvhodnejším dizajnom pre náš výskum sa nám javí (longitudinálna) prípadová štúdia. Prípadová štúdia je vhodná pri výskume, ktorého zámerom je zistiť *ako* alebo *prečo* sa nejaké aktuálne deje, udalosti alebo procesy dejú a navyše ak nad nimi máme iba obmedzenú, prípadne žiadnu kontrolu (Švaříček, Šed'ová a kol., 2014; Yin, 2008). Pokiaľ by sme chceli skúmať, aké vedomosti študenti učiteľstva nadobudli v priebehu štúdia, azda by stačilo ich na konci otestovať, prípadne analyzovať ich študijné výsledky na skúškach. Naším zámerom je však skúmať *ako* sa postoje študentov učiteľstva vyvíjajú a v prípade ich zmeny či stagnácie odhaliť, *prečo* sa to tak deje.

Čo sa týka miery, do akej dokážeme vplyvať na presvedčenia študentov a tým ovplyvňovať ich prirodzený vývin, môžeme skonštatovať, že nemáme vplyv na priebeh štúdia našich účastníkov. Autor práce, ktorý realizuje výskumné rozhovory, nevyučuje účastníkov nášho výskumu, preto sa vyhneme problému, kedy výskumník je zároveň aj vyučujúcim účastníkov, čo môže viesť účastníkov k tomu, aby sa vyjadrovali spôsobom, ktorý im prinesie výhody, či už v podobe priazne vyučujúceho, alebo dobrého hodnotenia v rámci predmetu (Grootenboer, 2008). Nemôžeme však ignorovať vplyv rozhovorov na účastníkov výskumu, pretože kladenie otázok účastníkom a podnecovanie ich k premýšľaniu nad vlastnými presvedčeniami ich môže vplyvom sebareflexie priviesť k myšlienkam a zisteniam o vlastných pohľadoch, názoroch a presvedčeniach, ktoré by bez účasti na výskume možno ostali neodhalené alebo nepremyslené. Takémuto vplyvu

sa však úplne nevieme vyhnúť v rámci našich možností. Alternatívnou možnosťou zberu dát by mohla byť analýza študentských písomných prác, prípadne ich pozorovanie priamo počas štúdia, čo pokladáme za nerealizovateľné. Jednou z možností, ktoré sa nám ponúkajú, je preskúmať, ako samotní účastníci vnímajú vplyv ich účasti na výskume, čo plánujeme urobiť v neskoršej fáze výskumu. Otázke vplyvu výskumných rozhovorov na presvedčenia účastníkov sa ešte plánujeme pozornejšie venovať a zvážime aj iné možné zdroje, ktoré nám poskytnú dáta, ktoré budeme môcť porovnať s dátami získanými z rozhovorov.

2.3 Výskumná vzorka, zber dát a ich analýza

Výskumnú vzorku (resp. jednotlivé prípady) nášho výskumu tvoria traja študenti učiteľstva matematiky v kombinácii s iným odborom. Z hľadiska relatívne nízkeho počtu študentov učiteľstva matematiky sme nemali viac záujemcov o účasť vo výskume, než sme potrebovali, prijali sme teda všetkých z oslovených, ktorí súhlasili s účasťou.

Účastníci výskumu boli vopred oboznámení s rozsahom výskumu a s aktivitami, ktorých sa budú zúčastňovať. V počiatočnej fáze prebehlo osobné stretnutie so všetkými účastníkmi na ktorom sme im vysvetlili zámer a význam nášho výskumu, jeho priebeh a približnú časovú náročnosť. Účastníkom sme poskytli možnosť spýtať sa pred zapojením sa do výskumu akékoľvek otázky k jeho priebehu. Účastníci boli taktiež oboznámení s tým, že výskumné rozhovory budeme nahrávať (spočiatku boli v prípade neskorších rozhovorov počas zhoršeného pandemického stavu išlo o nahrávanie online video hovorov) a poskytli nám na nahrávanie súhlas. Taktiež sme účastníkov uistili, že pri prezentácii výsledkov výskumu nebudú zverejnené ich mená. Členským overovaním zabezpečíme aj to, aby mali účastníci možnosť vyjadriť sa k zverejneniu konkrétnych statí alebo záverov.

V úvodnej fáze výskumu zisťujeme, s akými pohľadmi na matematiku a skúsenosťami s ňou prichádzajú naši účastníci na učiteľské štúdium. Dáta v tejto fáze zbierame formou dotazníkov a troch pološtruktúrovaných rozhovorov, ktoré boli pilotované v rámci spomínaného projektu a bližšie opísané v (Vankúš a Babinská, 2019). Autor dizertačnej práce sa nepodieľal na tvorbe a pilotovaní týchto výskumných nástrojov, ale využíva ich pri zbere dát vo výskume.

Dotazník obsahuje 60 položiek vo forme tvrdení zameraných na skúsenosti s matematikou a vyučovaním zo strednej školy, s bývalými učiteľmi, s názormi na zmysel a ciele vyučovania matematiky, postojmi k matematike a k rôznym vyučovacím stratégiám. Účastník pri každej položke zaznačí jedno zo šiestich políčok tvoriacich škálu, ktorá

vyjadruje, nakoľko účastník s danou položkou súhlasí. Plné znenie dotazníka prikladáme v Prílohe 1.

Cieľom *úvodných rozhovorov* (doplnených dátami z dotazníkov) je vytvorenie profilu účastníka. Sústreďíme sa v nich na oblasti postojov k učeniu, študijných techník, pohľadov na matematiku, skúseností s matematikou a jej vyučovaním zo strednej školy (a u dvoch z troch účastníkov aj z predchádzajúceho vysokoškolského štúdia), skúsenosti s domácou prípravou na hodiny matematiky a názory na bývalých učiteľov (matematiky) a výučbové prístupy, ktoré zažívali. Plné znenie otázok použitých v troch úvodných rozhovoroch prikladáme v Prílohe 2.

V ďalších fázach výskumu sa s účastníkmi stretávame dvakrát do roka, vždy na začiatku nového semestra a zbierame ďalšie dáta v *priebežných rozhovoroch*. Zameriavame sa v nich na priebeh uplynulého semestra, na ktorý si účastníci spomínajú a vedieme ich k tomu, aby rozprávali o tom, s akým obsahom matematiky, učiteľmi a výučbovými metódami sa počas semestra stretávali, ako na nich vyplývali a aký postoj k nim zaujímajú. Rámcovú štruktúru rozhovorov prikladáme v Prílohe 3. Trvanie rozhovorov je približne jedna hodina.

V treťom ročníku sa účastníci výskumu zúčastnia hospitačnej pedagogickej praxe, preto jej ukončení realizujeme s účastníkmi *rozhovor zameraný na ich skúsenosti z tohto obdobia*. Špecifickú formu bude mať aj *finálny rozhovor* po ukončení bakalárskeho štúdia. V tomto rozhovore sa ešte raz celostne zameriame na to, aby si účastníci znovu vybavili celú ich cestu bakalárskym štúdiom a spätne zhodnotili kľúčové momenty, ktoré ovplyvnili ich zmýšľanie, názory a postoje k matematike a jej vyučovaniu.

V prípade potreby zväžíme aj iné zdroje dát, ak by súčasne plánované zdroje neposkytli v priebehu analýzy dostatočne nasýtené dáta, nakoľko prípadová štúdia štandardne dovoľuje rozširovať zdroje dát a metódy ich zberu aj v priebehu výskumu a analýzy dát.

Nazbierané dáta budeme analyzovať metódou otvoreného kódovania (Švaříček, Šed'ová a kol., 2014) s pomocou softvéru ATLAS.ti určeného na kvalitatívnu analýzu dát.

2.4 Kvalita výskumu

V súvislosti s kvalitatívnym výskumom Švaříček, Šed'ová a kol. (2014, s. 28-43) zdôrazňujú, aby výskumník venoval náležitú pozornosť kvalite výskumu. Pri prehliadaní tohto aspektu môžeme ľahko sklíznuť k tomu, že dáta interpretujeme neriadene, rýdzo

intuitívne, čím narušíme hodnovernosť výskumu. Na zabezpečenie *platnosti, prenositeľnosti* a *spoľahlivosti* výskumu plánujeme využiť niektoré autormi uvádzané techniky:

- **členské overovanie** – závery nášho výskumu budeme overovať u účastníkov, aby sme odhalili nesprávne interpretácie a poskytli im možnosť na naše závery reagovať
- **reflexiu kolegov** – počas výskumu budeme priebežne diskutovať naše úvahy s kolegami (najmä v rámci výskumného tímu projektu, pod ktorý náš výskum spadá),
- **priame citácie** – výsledky budeme v dizertačnej práci sprevádzať úryvkami z rozhovorov,
- **spojenie záverov výskumu a odbornej literatúry** – v závere práce budeme analyzovať, nakoľko naše výsledky korešpondujú s dostupnou literatúrou
- **prepís nahrávok rozhovoru** – dáta zozbierané v audiovizuálnom formáte kompletne prepíšeme do textovej formy
- a **konzistenciu pri kódovaní** – v čom nám pomôže najmä využitie softvéru ATLAS.ti.

Výpisom a realizáciou týchto techník naša snaha o kvalitu výskumu, samozrejme, nekončí - v ďalších fázach práce budeme aj naďalej hľadať možnosti, ako zvýšiť kvalitu nášho výskumu.

3 Projekt dizertačnej práce

V práci sa venujeme dlhodobému výskumu presvedčení troch vybraných študentov učiteľstva matematiky na našej fakulte. Trvanie výskumu je minimálne tri roky, pretože zber dát prebieha počas celého trojročného bakalárskeho štúdia účastníkov, pričom rátame s možnosťou, že aj v štvrtom roku od začiatku výskumu budeme potrebovať dozberať nejaké dáta (čo náš výskumný dizajn, prípadová štúdia, dovoľuje).

Cieľom dizertačnej práce je:

1. Opísať vývoj presvedčení o matematike a vyučovaní matematiky u vybraných študentov učiteľstva matematiky počas ich bakalárskeho štúdia.
2. Identifikovať kľúčové faktory, ktoré vplyvajú na presvedčenia týchto študentov v priebehu ich bakalárskeho štúdia.

Prínosom nášho výskumu bude hlbšie porozumenie tomu, ako sa vyvíjajú pohľady vybraných študentov učiteľstva a čo tento vývoj ovplyvňuje, než aké máme k dispozícii počas bežného chodu štúdia, kedy si môžeme všimnúť iba akademické výsledky študentov, prípadne zbierať anekdotické skúsenosti pri neformálnych rozhovoroch.

Porozumenie procesu zmeny presvedčení, resp. nahliadnutie do vývoja osobnej filozofie vyučovania matematiky môže slúžiť ako podklad pre skvalitnenie študijného programu *Učiteľstvo matematiky v kombinácii* tak, aby čo najlepšie pripravoval budúcich učiteľov na ich povolanie.

Odporúčania pre skvalitnenie študijného programu nie sú cieľom dizertačnej práce, ale patria medzi ciele projektu *Výskum vývoja postojov budúcich učiteľov matematiky s cieľom inovácie ich vysokoškolskej prípravy* (KEGA 007 UK - 4/2020), ktorého súčasťou je naša práca. Výsledky môžu byť prínosné aj pre prípravu učiteľov iných odborov, nakoľko presvedčenia študentov o matematike a jej vyučovaní neexistujú nutne v izolácii od ostatných pohľadov na vzdelávanie vo všeobecnosti alebo na vyučovanie iných predmetov.

Časové rozvrhnutie fáz dizertačnej práce sa nachádza na ďalšej strane v Tabuľke 2.

Plán výskumu	
September 2019	Oboznámenie sa s projektom a pilotnou fázou výskumu.
Október 2019	Nábor účastníkov do výskumu.
Október 2019	Úvodná fáza zberu dát (úvodný dotazník a tri rozhovory).
Jeseň 2019 - jún 2022	Zber dát prostredníctvom priebežných rozhovorov.
September 2019 - február 2021	Štúdium literatúry a príprava podkladov pre písomnú prácu k dizertačnej skúške.
Marec 2021 - december 2022	Priebežná analýza dát a ďalšie štúdium literatúry
September 2022 - jar 2023	Spracovanie výsledkov výskumu a ich prezentácia (článok, výstup na konferencii)

Tabuľka 2: Plán výskumu

V súčasnosti sa nachádzame približne v polovici etapy zberu dát a po preštudovaní hlavnej časti literatúry, ktorá nám pomohla oboznámiť sa s najdôležitejšími témami, teoretickými východiskami a metodologickými prístupmi v oblasti skúmania presvedčení (budúcich) učiteľov, so zámerom na presvedčenia o matematike a jej vyučovaní. Rozsah literatúry v tejto oblasti je veľmi široký a našli sme niekoľko teoretických modelov, ktoré opisujú obsah a zmenu presvedčení, čo nám pomôže v analýze dát aj v priebežnom dizajne rozhovorov.

Podarilo sa nám získať troch účastníkov do výskumu, čo považujeme za úspech, nakoľko tento počet zodpovedá rozsahu práce. Menej účastníkov by mohlo poskytnúť príliš plochý a jednostranný obraz o vývine presvedčení našich študentov, a pri viacerých účastníkoch by sme riskovali, že dáta nestihneme v danom čase kvalitne zanalyzovať. Dosiaľ všetci traja účastníci vo výskume pokračujú, a plánujú v ňom zotrvať do konca.

Ďalší postup práce je pokračovanie v zbere dát a sústredenie sa na štúdium literatúry o tom, ako robiť kvalitný kvalitatívny výskum, nakoľko doteraz sme sa sústredili predovšetkým na orientáciu v oblasti výskumu presvedčení a menej na metodológiu kvalitatívneho výskumu. Autor práce sa plánuje v marci 2021 zúčastniť na tréningovom programe pre začínajúcich výskumníkov využívajúcich kvalitatívny prístup. Od jari 2021 začneme taktiež priebežne analyzovať dáta a pokiaľ budeme badať priebežné výsledky hodné prezentácie, budeme hľadať možnosti ako našu prácu prezentovať či už formou článku alebo výstupom na konferencii.

Záver

V prvej kapitole predkladanej práce sme prezentovali prehľad naštudovanej literatúry a v rámci neho opísali hlavné témy rezonujúce vo výskume presvedčení učiteľov. Zdôvodnili sme aj dôležitosť takéhoto typu výskumu pre univerzitnú prípravu budúcich učiteľov matematiky. V snahe porozumieť pojmu *presvedčenie* a nájsť aspoň implicitnú definíciu, ktorá bude základom nášho výskumu, sme sa venovali rôznym charakteristikám presvedčení a systémov presvedčení a ich dôsledkom na výskum. V ďalších častiach sme sa bližšie venovali komplexnému vzťahu medzi presvedčeniami a edukačnou praxou, ako aj náročnosťou, s akou je možné na presvedčenia učiteľov vplývať formálnym vzdelávaním. Zatiaľ čo predchádzajúce časti prvej kapitoly boli zamerané skôr na štruktúru a organizáciu presvedčení, v poslednej časti prvej kapitoly sme sa už sústredili konkrétne na obsah presvedčení o matematike (či už ako o vednej disciplíne, alebo ako o školskom predmete) a jej vyučovaní, pričom sme uviedli niekoľko kategorizácií týchto presvedčení od rôznych autorov. Tieto kategorizácie nám budú slúžiť ako východisko pri analýze dát.

V druhej kapitole sme rozpísali náš výskumný zámer a naše výskumné otázky. Vychádzajúc z naštudovanej literatúry sme uviedli stručný prehľad metodologických prístupov bežne používaných pri skúmaní presvedčení učiteľov a odôvodnili výber našej metodológie v kontexte nášho výskumného zámeru a podmienok, za akých výskum realizujeme. Ako výskumný dizajn sme zvolili dlhodobú prípadovú štúdiu, pričom výskumným prípadom je študent učiteľstva a dohromady skúmame tri takéto prípady. Opísali sme aj metódy zberu dát a možnosti, ako zabezpečiť kvalitu výskumu.

V tretej kapitole sme predstavili projekt dizertačnej práce a zhodnotili sme aktuálny stav jej rozpracovanosti a načrtli ďalšie kroky, ktoré v rámci výskumu podnikneme.

Veríme, že porozumenie tomu, ako sa u začínajúcich študentov vyvíjajú v priebehu ich štúdia ich pohľady na matematiku a jej vyučovanie (a možno aj vyučovanie a vzdelávanie vo všeobecnosti) nám pomôže v tom, aby sme vedeli budúcich učiteľov prostredníctvom univerzitného štúdia čo najlepšie pripraviť na výzvy tohto neľahkého, komplexného, no pre zdravú, fungujúcu spoločnosť kľúčového povolania. Dúfame, že výsledky našej práce budú priamo využiteľné v rámci už spomínaného projektu *Výskum vývoja postojov budúcich učiteľov matematiky s cieľom inovácie ich vysokoškolskej prípravy* a že poskytnú podnetné závery aj pre iné učiteľské smery.

Zoznam použitej literatúry

- Ambrose, R. (2004). Initiating Change in Prospective Elementary School Teachers' Orientations to Mathematics Teaching by Building on Beliefs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 91–119.
- Abelson, R. P. (1979). Differences between belief and knowledge systems. *Cognitive science*, 3(4), 355-366.
- Beswick, K. (2005). The Beliefs/Practice Connection in Broadly Defined Contexts. *Mathematics Education Research Journal*, 17(2), 39–68.
- Beswick, K. (2012). Teachers' beliefs about school mathematics and mathematicians' mathematics and their relationship to practice. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 127–147.
- Boz, N. (2008). Turkish Pre-Service Mathematics Teachers' Beliefs About Mathematics Teaching. *Australian Journal of Teacher Education*, 33(5).
- Brousseau, B. A., Book, C., Byers, J. L. (1988). Teacher beliefs and the cultures of teaching. *Journal of Teacher Education*, 39(6), 33-39.
- Cavanagh, M., Prescott, A. P. (2008). A Situated perspective on learning to teach secondary mathematics. In M. Goos, R. Brown, a K. Makar (Eds.), *MERGA 31 conference proceedings: navigating currents and charting directions* (Vol. 2), s. 407-413.
- Clark, C. M., Peterson, P. L. (1986). Teachers' Thought Processes. In: Wittrock, M. C. (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (3rd Ed.) (s. 255-296). New-York: Macmillan.
- Davis, B., Towers, J., Chapman, O., Drefs, M., Friesen, S. (2020). Exploring the relationship between mathematics teachers' implicit associations and their enacted practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23, 407–428.
- Ernest, P. (1989). The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: a model. *Journal of Education for Teaching: International research and pedagogy*, 15(1), 13-33.
- Fives, H., Buehl, M. M. (2012). *Spring cleaning for the “messy” construct of teachers' beliefs: What are they? Which have been examined? What can they tell us?* In K. R. Harris, S. Graham, T. Urdan, S. Graham, J. M. Royer, a M. Zeidner (Eds.), *APA handbooks in psychology®. APA educational psychology handbook, Vol. 2. Individual differences and cultural and contextual factors*, 471–499.

- Gainsburg, J. (2012). Why new mathematics teachers do or don't use practices emphasized in their credential program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(5), 359-379.
- Gates, P. (2006). Going beyond Belief Systems: Exploring a Model for the Social Influence on Mathematics Teacher Beliefs. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 347-369.
- Geisler, S., Rolka, K. (2021). "That Wasn't the Math I Wanted to do!" - Students' Beliefs During the Transition from School to University Mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education* 19, 599–618.
- Goodman, J. (1988). Constructing a practical philosophy of teaching: A study of prospective teachers' professional perspectives. *Teaching and Teacher Education*, 4, 121–137.
- Green, T. F. (1971). *The Activities of Teaching*. New York: Mcgraw-Hill. ISBN 0070243360 096583395X
- Grigutsch, S., Törner, G. (1998). *World views of mathematics held by university teachers of mathematics science*.
- Grootenboer, P. (2008). Mathematical belief change in prospective primary teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 479–497.
- Hejný, M., Kuřina, F. (2015). *Dítě, škola a matematika, Konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál. 240s. ISBN 978-80-262-0901-0
- Hersh, R. (1986). Some proposals for revising the philosophy of mathematics. In T. Tymoczko (Ed.), *New directions in the philosophy of mathematics* (s. 9-28). Boston: Birkhauser.
- Hersh, R. (1991). Mathematics has a front and a back. *Synthese*, 88(2), 127–133.
- Jacobs, J., Hiebert, J., Givvin, K., Hollingsworth, H., Garnier, H., Wearne, D. (2006). Does Eighth-Grade Mathematics Teaching in the United States Align with the NCTM Standards? Results from the TIMSS 1995 and 1999 Video Studies. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(1), 5-32.
- Jankvist, U. T. (2015). Changing students' images of "mathematics as a discipline". *The Journal of Mathematical Behavior*, 38, 41-56.
- Kagan, D. M. (1992). Implication of Research on Teacher Belief. *Educational Psychologist*, 27(1), 65-90.
- Kuhn, T. (1962). *The structure of scientific revolutions*. Chicago: University of Chicago Press.

- Kuhs, T. M., Ball, D. L. (1986). *Approaches to teaching mathematics*. Nepublikované. National Center for Research on Teacher Education, Michigan State University.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press.
- Leatham, K.R. (2006). Viewing Mathematics Teachers' Beliefs as Sensible Systems*. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 91–102.
- Lerman, S. (1983). Problem-solving or knowledge-centred: the influence of philosophy on mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(1), 59-66.
- Liljedahl, P. (2010) Noticing rapid and profound mathematics teacher change. *Journal of Mathematics Teacher Education* 13, 411–423.
- Liljedahl, P. (2011). The theory of conceptual change as a theory for changing conceptions. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16(1-2).
- Liljedahl, P., Rösken, B., Rolka, K. (2019). Changes to preservice elementary teachers' beliefs about mathematics and the teaching and learning of mathematics: How and why? *Journal of Adult Learning, Knowledge and Innovation JALKI*, 1-11.
- Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 19(4), 317-328.
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62, 307-332.
- Patchen, T., Crawford, T. (2011). From Gardeners to Tour Guides: The Epistemological Struggle Revealed in Teacher-Generated Metaphors of Teaching. *Journal of Teacher Education*, 62(3), 286–298.
- Prescott, A. P., Cavanagh, M. (2006). An Investigation of Pre-service Secondary Mathematics Teachers' Beliefs as They Begin Their Teacher Training.
- Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In: J.Sikula (Ed), *Handbook of Research on Teacher Education*. (s. 102-119). New York: Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (2011). *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications*. New York: Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning from instruction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334–370). New York: Macmillan Publishing Company.
- Schommer-Aikins, M. (2004). Explaining the epistemological belief system: Introducing the embedded systemic model and coordinated research approach. *Educational Psychologist*, 39(1), 19–29.

- Skemp, R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.
- Skott, J. (2014). The Promises, Problems, and Prospects of Research on Teachers' Beliefs. In Fives H., Gill M. G. (Eds.). *International Handbook of Research on Teachers' Beliefs* (s. 13-30). Abingdon: Routledge.
- Smith, S. Z., Smith, M. E., Williams, S. R. (2005). Elaborating a change process model for elementary mathematics teachers' beliefs and practices. *Current Issues in Education*, 8(19).
- Stones, E. (1986). Towards a systemic approach to research in teaching: The place of investigative pedagogy. *British Educational Research Journal*, 12, 167-181.
- Swars, S. L., Smith, S. Z., Smith, M. E., Hart, L. C. (2009). A longitudinal study of effects of a developmental teacher preparation program on elementary prospective teachers' mathematics beliefs. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 47-66.
- Švaříček, R., Šed'ová, K., a kol. (2014) *Kvalitativny výskum v pedagogických vĕdách*. 2. vyd. Praha : Portál. 384 s. ISBN 978-80-262-0644-6
- Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 127-146). New York: Macmillan.
- Thompson, A (1984). The relationship of teachers' conceptions of mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 105-127.
- Tzur, R., Simon, M. A., Heinz, K., Kinzel, M. (2001) . An account of a teacher ' s perspective on learning and teaching mathematics: Implications for teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 227 – 254.
- Valoyes-Chávez, L. (2018). On the making of a new mathematics teacher: Professional development, subjectivation, and resistance to change. *Educational Studies in Mathematics*, 100(2), 177-191.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2019) Didactics of Mathematics in the Netherlands. In Blum, W., Artigue, M., Mariotti, M.A., Sträßer, R., Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Eds.), *European Traditions in Didactics of Mathematics* (s. 57-94). ICME-13 Monographs.
- Vankúš, P., Babinská, M. (2019) Future mathematics teachers attitudes towards mathematics and its teaching. Research preview. In *ICERI2019 Proceedings*, s. 3523-3526.
- Weinstein, C.S. (1989). Teacher education students' preconceptions of teaching. *Journal of Teacher Education*, 4, 31-40.

- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: design and methods* (6th Ed.).
Los Angeles: Sage, 2018. ISBN 9781506336169
- Zhang, Q., Morselli, F. (2016) Teacher Beliefs. In G.A. Goldin a kol. (Eds.), *Attitudes, Beliefs, Motivation and Identity in Mathematics Education*, (s. 11-13) ICME-13 Topical Surveys.

Príloha 1: Úvodný dotazník

		Silne súhlasím	Súhlasím	Mierne súhlasím	Mierne nesúhlasím	Nesúhlasím	Silne nesúhlasím
1	Učiť sa matematiku je hlavne o tom mať dobrú pamäť.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Je stratou času, keď nás učiteľ matematiky nechá premýšľať samostatne.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Matematiku sa dokáže naučiť každý.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	Matematika nám umožňuje lepšie pochopiť svet v ktorom žijeme.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	Každý človek musí tvrdo premýšľať, aby vyriešil matematický problém.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	Existuje len jeden prístup na nájdenie správneho riešenia matematického problému.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	Ľudia v svojom živote neustále používajú matematiku.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	Čo sa naučím na matematike môžem použiť aj v ostatných školských predmetoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	Myslím si, že tento rok sa mi na matematike bude dariť.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	Na matematike sa snažím najlepšie ako viem, aby som ukázal svojmu učiteľovi, že som lepší ako ostatní žiaci.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	Matematike sa venujem rád.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	Očakávam, že v písomkách a odpovediach z matematiky budem úspešný.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	Na matematike sa snažím, aby som ukázal učiteľovi a spolužiakom aký som šikovný.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	Rozumiem všetkému, čo sme preberali z matematiky tento rok.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	Myslím si, že matematika je dôležitý predmet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16	Mám rád, keď na matematike musím tvrdo pracovať, aby som dospel k riešeniu úlohy.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	Chápem aj tie najťažšie veci, ktoré sme sa na matematike učili.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	Jediné, čo ma na matematike zaujíma, je dostávať dobré známky.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	Ak sa dostatočne snažím, rozumiem tomu, čo sa na matematike učíme.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20	O matematiku sa veľmi zaujímam.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

		Silne súhlasím	Súhlasím	Mierne súhlasím	Mierne nesúhlasím	Nesúhlasím	Silne nesúhlasím
21	Ak nedokážem vyriešiť matematický problém za niekoľko minút, tak ho nedokážem vyriešiť vôbec.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22	Ak neviem vyriešiť matematický problém rýchlo, prestanem sa snažiť.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23	Len veľmi inteligentní žiaci dokážu chápať matematiku.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24	Bežní žiaci nemôžu chápať matematiku, môžu sa len naučiť naspamäť pravidlá, ktoré sa preberajú.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25	Na to, aby som chápal matematiku, sa nemusím veľmi snažiť.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26	Obyčajne dokážem vyriešiť matematický problém, ktorý si vyžaduje veľa času na riešenie.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27	Zistil som, že dokážem riešiť ťažké matematické problémy s trpezlivosťou.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28	Úlohy na precvičovanie učiva sú veľmi dôležité pre vyučovanie matematiky.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
29	Dostať správnu odpoveď je dôležitejšie ako rozumieť prečo je táto odpoveď správna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30	Čas strávený snahou o pochopenie postupu riešenia je dobre využitý.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
31	Diskutovať o rôznych spôsoboch riešenia matematického problému je dobrý spôsob učenia sa matematiky.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
32	Myslím si, že je dôležité naučiť sa viacero spôsobov riešenia toho istého matematického problému.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
33	Matematiku sa učím, pretože viem aká je dôležitá.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
34	Vedieť matematiku mi pomôže pri zarabani peňazí.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
35	Matematika je hodnotný a potrebný predmet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
36	Matematika nemá pre môj život nijaký význam.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
37	Učiť sa matematiku je zabíjanie času.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
38	Z matematiky sa oddá učiť len to, čo bude na písomke.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
39	Myslím si, že čo sa učíme na matematike tento ročník je pre mňa dôležité.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
40	Páči sa mi, čo sa tento ročník na matematike učíme.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

		Silne súhlasím	Súhlasím	Mierne súhlasím	Mierne nesúhlasím	Nesúhlasím	Silne nesúhlasím
41	Myslím si, že učivo matematiky v tomto ročníku je zaujímavé.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
42	Som rád, keď je práca v triede pre mňa výzvou, takže sa môžem naučiť niečo nové.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
43	Som si istý, že sa môžem naučiť riešiť aj najťažšie matematické problémy.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
44	Myslím si, že v porovnaní s ostatnými v triede som v matematike dobrý.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
45	Môj učiteľ si myslí, že nevadí, keď sa mýlime, pokiaľ sa zo svojich chýb učíme.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
46	Môj učiteľ vysvetľuje, prečo je matematika dôležitá.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
47	Môj učiteľ nám vždy ukáže ako riešiť problém krok za krokom, až potom rátame úlohy na precvičovanie.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
48	Môj učiteľ sa snaží, aby sa nám učenie nových vecí páčilo.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
49	Môj učiteľ chápe naše problémy a ťažkosti s matematikou	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
50	Môj učiteľ pozorne počúva, čo povieme.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
51	Na hodinách matematiky robíme veľa skupinovej práce.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
52	Môj učiteľ nám vždy dá čas na preskúmanie nového problému a vyskúšanie rôznych postupov riešenia.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
53	Môj učiteľ ocení, ak sa veľmi snažíme, aj keď naše výsledky nie sú také dobré.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
54	Môj učiteľ je k nám priateľský.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
55	Môj učiteľ sa snaží urobiť hodiny matematiky zaujímavé.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
56	Môj učiteľ si myslí, že vie všetko najlepšie.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
57	Môj učiteľ chce, aby sme chápali obsah matematiky v tomto ročníku.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
58	Môj učiteľ chce, aby sme si obsah matematiky v tomto ročníku len zapamätali.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
59	Môj učiteľ sa nezaujíma o to, ako sa na hodine matematiky cítime.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
60	Môj učiteľ je veľmi "zažraný" do matematiky, nás si nevšímá.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Príloha 2: Úvodné rozhovory

1. AKÝ SI ŠTUDENT, AKÝ MÁŠ PSOTOJ KU ŠKOLE

(cieľ: Aký typ študenta je náš študent? Ten, kto sedí vzadu a nechce byť videný, ale doma sa venuje predmetom ktoré ho zaujímajú? Alebo ten, kto je na hodinách aktívny, všetko vysvetľuje? Alebo ...)

PROFIL ŠTUDNETA

- Chodíš/chodil si rád/rada do školy?
- Aké si dosahoval/a výsledky na SŠ?
- Ako hodnotíš sám/sama seba ako študenta?
- Zúčastňoval/a si sa olympiád/súťaží? Ak áno, akých?
- Koľko úsilia si zvykol/la týždenne venovať príprave do školy?

POSTOJ K UČENIU SA

- Baví/bavilo Ťa učiť sa? Ak áno, čo?
- Zaujímal/la si sa o to, čo ste sa v škole učili aj keď to neovplyvnilo Tvoje známky? Ak áno, o čo najradšej?
- Spomínaš si, čo najzaujímavejšie si robil/a v/do školy?
- Čo robievaš vo vojom voľnom čase? (navštevuješ krúžky, riešiš krížovky, strikujeteš ...)
- Zaujímaš sa o aj iné veci, ako o tie, s ktorými sa stretávaš/stretával si sa v škole? O aké?

ZMYSLUPLNOSŤ A FORMA UČENIA SA

- Považuješ za potrebné vedieť, na čo sa jednotlivé veci učíš?
- Ktoré predmety by si Ty vyučoval/nevyučoval lebo sú podľa Teba potrebné/nepotrebné?
- Aké predmety si má/ nemal rád/a? Prečo? Na ktoré predmety si sa tešil/la a na ktoré nie?
- Čo Ti na danom predmete vadilo? Obsah alebo hodiny samotné? Ako tieto hodiny prebiehali? (čo robíš Ty, čo robí vyučujúci, čo robia spolužiaci)

2. TY A MATEMATIKA

(cieľ: Ako študent vidí matematiku? Je to zbierka vzorcov, ktoré je potrebné sa naučiť alebo praktická, logická veda, v ktorej sa na vzorce dá prísť?)

MATEMATIKA AKO VEDA

- Čo rozumieš pod matematikou? Ako by si niekomu vysvetlil čo to vlastne matematika je?
- Prečo majú podľa Teba študenti v škole tak veľa hodín matematiky?
- Čo si predstavuješ pod pojmom „dobre vedieť matematiku“?
- Máš rád/rada matematiku? Prečo? Prečo nie?
- Prečo podľa Teba veľa žiakov nemá rado matematiku?

SKÚSENOSTI Z VYUČOVANIA ZO SŠ

- Mál/la si rád/rada hodiny matematiky na SŠ/ZŠ? Tešil/la si sa na ne? Prečo?
- Ako u Vás prebiehali hodiny matematiky? (čo si robil/a Ty, čo robil vyučujúci, čo robili spolužiaci)

VEDOMOSTI – NÁZOR ŠTUDENTA

- Aké si mal/la z matematiky známky?
- Ako hodnotíš sám seba z hľadiska vedomostí z matematiky?

PRÍPRAVA NA VYUČOVANIE

- Zvykol/la si sa pripravovať na hodiny z matematiky?
- Zvykol/la si sa pripravovať na písomky z matematiky?
- Ak áno, akým spôsobom? Koľko času približne?
- PomáhaL/a si spolužiakom s prípravou na matematiku?

UČENIE SA MATEMATIKY

- Akým spôsobom si sa zvykol/la učiť matematiku?
- Máš rád/rada skôr zložité alebo jednoduché úlohy?
- Máš rád/rada úlohy, ktoré majú daný presný postup riešenia a Ty ho musíš aplikovať?
- Máš rád/rada kreatívne úlohy, ktoré si vyžadujú dlhší čas na premýšľanie?
- Snažíš sa pri učení sa matematiky zapamätať kroky postupu riešenia?
- Premýšľaš nad jednotlivými krokmi riešenia (prečo je pre vyriešenie úlohy potrebné urobiť ten daný krok)?

- Považuješ matematiku za vedu, ktorá má vo svete uplatnenie?
- Zaujíma Ťa, ako sa veci ktoré sa v škole učíte dajú reálne využiť v živote?

3. TY A VYUČOVANIE, TY AKO UČITEĽ

(cieľ: Akú predstavu má náš študent o cieľoch školskej matematiky a cieľoch učiteľa matematiky.)

UČITEĽ AKO OSOBA

- Na čo podľa Teba slúži škola?
- Myslíš si, že povinná školská dochádzka je dobrý nápad?
- Vidíš v súčasnom školstve na Slovensku nejaké problémy?

- Mal si nejakých obľúbených/neobľúbených učiteľov? Prečo? Ktoré predmety Ťa vyučovali? Ako prebiehali ich hodiny?
- Ako podľa Teba vyzerá/koná/správa sa dobrý učiteľ?
- Aké sú podľa Teba najdôležitejšie vlastnosti dobrého učiteľa?

UČITEĽ MATEMATIKY

- Ako by mal podľa Teba vyzeráť dobrý učiteľ matematiky? Aké sú jeho najdôležitejšie vlastnosti? Aké sú jeho vedomosti?
- Líši sa od učiteľov iných predmetov?
- Aký dôležitý je podľa Teba vzťah medzi učiteľom a žiakom?
- Musí mať podľa Teba dobrý učiteľ matematiky prijateľský vzťah ku žiakom?
- Musí podľa Teba dobrý učiteľ matematiky „dobre vedieť matematiku“?
- Musí byť podľa Teba učiteľ matematiky „zažratý“ do matematiky? Mohol/mal by byť tzv. „geek“?
- Poznáš „*Big Bang Theory*“? Ak áno, kto by bol podľa Teba lepší učiteľ: Sheldon alebo Penny? Prečo?
- Ktorá postava z filmov/rozprávok je/bol by/bola by dobrý/á učiteľ? Prečo?

VYUČOVANIE MATEMATIKY

- Kto by mal podľa Teba hovoriť na hodine viac? Učiteľ alebo žiaci?
- Je podľa Teba dôležité aby bolo na vyučovaní ticho a poriadok?
- Sú podľa Teba známky dôležité? Prečo? Prečo nie?
- Sú podľa Teba známky motivujúce alebo demotivujúce? Prečo?
- Mali by mať žiaci zošity a písať si?
- Sú podľa Teba dôležité písomky? Prečo? Prečo nie?
- Je podľa Teba potrebné/dobré dávať žiakom domáce úlohy? Prečo?
- Aká je podľa Teba úloha učebnice matematiky? Mali by s ňou žiaci pracovať? Ak áno, ako?
- Je podľa Teba dôležité motivovať žiakov k práci? Prečo? Prečo nie? Akým spôsobom?

- Ako by podľa Teba mala prebiehať/vyzerať dobrá hodina matematiky?
- Myslíš si, že by hodina na základnej škole mala vyzerať inak ako hodina na strednej škole? Ako? Prečo?

- Prečo si sa rozhodol stať sa učiteľom?
- Čo očakávaš od štúdia učiteľstva matematiky tu u nás?

Príloha 3: Priebežné rozhovory

Priebežné rozhovory

1. Predmety

Aké si mal/a povinne voliteľné a voliteľné predmety?

2. Priebeh minulého semestra

- S akou matematikou si sa stretával/a počas semestra?
- Akých učiteľov a aké spôsoby vyučovania si zažil/a počas semestra?
- Akým spôsobom si sa učil/a matematiku počas semestra?

3. Súčasnosť

Matematika

- Čo pre teba znamená matematika?
- Prečo je matematika dôležitá?

Vyučovanie matematiky

- Čo považuješ za svoju úlohu ako (budúci/a) učiteľ/ka matematiky?
- Aký je podľa teba cieľ vyučovania matematiky ako školského predmetu?
- Aký prístup k vyučovaniu matematiky považuješ za (ne)správny?
- Do akej miery v súčasnosti chceš ísť vyučovať matematiku?
- Nakoľko sa v súčasnosti cítiš pripravený/á vyučovať matematiku?

Učenie sa matematiky

- Akým spôsobom je dobré učiť sa matematiku?
- Čo pre teba znamená “vedieť dobre” matematiku?

2. Kapitola:

MATEMATICKÉ MYSLENIE, POSTOJE K MATEMATIKE A VIDEOHRY

Mária Čujdíková

Predhovor

„Škola a vzdelávanie má dávať žiakom príležitosti vystrojiť sa rôznymi nástrojmi na skúmanie javov a riešenie problémov tohto sveta, nástrojmi, ktoré ich majú pripraviť na zachraňovanie toho, kam svet dospel a čo sme my – predchádzajúce generácie – stihli pokaziť. Ale tiež na tvorbu nového, na sebavyjadrenie, komunikáciu a potešenie.” (Kalaš, 2021)

Počas môjho vysokoškolského štúdia som sa vždy tešila na predmety s mojím súčasným školiteľom prof. Ivanom Kalašom. Odchádzala som z nich nadšená, ako sa mení škola a svet a sama som mala chuť okamžite sa do zmeny sveta pustiť. Až neskôr som pochopila, že ešte dôležitejšie je, ako hovorí v uvedenom citáte, pomôcť vystrojiť sa nástrojmi na zmenu sveta práve žiakom.

V tomto duchu som sa rozhodla aj vo svojej práci zamyslieť nad vyučovaním matematiky a jeho zmysluplnosťou pre žiakov. Využiť pri tom práve videohry ma inšpiroval jeden kamarát, ktorý ma vždy fascinoval svojimi úvahami počas hrania. V práci som hľadala súvislosti medzi uvažovaním pri hraní videohier a myslením, ktoré korešponduje s modernými teóriami o učení sa matematiky. Snažila som sa tiež preskúmať, ako matematiku pri hraní hier vnímajú žiaci a ako hodnotia túto matematiku v porovnaní so školskou matematikou. Videohry som chcela použiť ako sondu do ich vnímania.

Svojimi zisteniami by som chcela prispieť k uvažovaniu o nevyhnutnosti zmeniť hodiny matematiky tak, aby žiaci mali možnosť zažiť matematiku ako užitočnú a zmysluplnú, ako priestor na objavovanie a skúmanie myšlienok, nie ako súbor pravidiel a postupov, ktoré treba len správne zvoliť a bez premýšľania uplatniť. Aby tak matematiku nevnímali ako nudnú a zbytočnú, ale aby aj ona by bola tým nástrojom, ktorý im môže pomôcť meniť svet.

Úvod

Svet sa neustále vyvíja a spolu s ním sa vyvíja aj škola, ktorá má žiakov na život v ňom pripraviť. Výnimkou nie je ani výučba matematiky. Mnohé inštitúcie, ktoré sa zaoberajú vzdelávaním, sa zhodujú v tom, že žiaci by si pri učení sa matematiky mali rozvíjať hlavne schopnosť premýšľať tak, aby vedeli matematiku kreatívne využívať v rôznych situáciách a pri riešení rôznych problémov. Takéto postupy sa často označujú spojením matematické myslenie. Dôležité pri nich je objavovanie a osvojovanie si matematických zákonitostí vlastnou skúsenosťou. V kontraste s tým sa žiaci na hodinách matematiky vyučovaných tzv. tradičným spôsobom stále často dostávajú len k súboru izolovaných pravidiel a postupov, ktoré nezriedka používajú bez hlbšieho premýšľania, čím sa u nich rozvíjajú len procedurálne zručnosti, ktoré sú potom v situáciách mimo školu prakticky nepoužiteľné. Žiaci pri takomto prístupe navyše nevidia spojenie matematiky s ničím pre nich zmysluplným, a tým sa postupne zhoršuje aj ich vzťah k nej.

Jednou z možností, ako sa s matematikou stretnúť v situáciách, kedy ju naozaj potrebujeme, sú aj videohry. Na problémy, ktoré v nich treba riešiť, narážame spontánne, objavujeme ich ako súčasť preskúmania herného sveta, sú súčasťou herného dobrodružstva. Čoraz viac odborníkov poukazuje na to, že videohry využívajú princípy učenia sa, ktoré sú blízke novým teóriám učenia sa ako takého a zhodujú sa na tom, že sa prostredníctvom nich môžeme o *učení sa* veľa dozvedieť – či už tým, že ich budeme sami hrať, alebo tým, že budeme pozorovať pri hraní iných a rozprávať sa s nimi o ich postupoch a uvažovaní (Gee, 2003; Gee, 2007; Papert, 1995; Papert, 1998; Ellis a kol., 2006). Vo svojej dizertačnej práci som sa rozhodla preskúmať, *čo nás videohry môžu naučiť práve o učení sa matematiky*.

Výskum mal dve hlavné časti. V prvej som prostredníctvom obsahovej analýzy vybraných hier skúmala, aké príležitosti na rozvoj matematického – a sekundárne aj informatického myslenia – ponúkajú videohry patriace do rôznych herných žánrov. Vychádzala som pritom z vlastného hrania, ale tiež z pozorovania iných hráčov pri hraní a rozhovorov s nimi počas hrania. Analýza potom pokračovala tým, že zapojení

hrači spätne reflektovali, aké myšlienkové postupy pri hraní využívali. V druhej časti môjho výskumného projektu som skúmala, ako vybraní žiaci strednej školy vnímajú, že sa stretávajú s matematikou pri hrách, ktoré hrajú vo svojom voľnom čase, a čo konkrétne identifikujú ako „matematiku“ v týchto hrách. Ďalej ma zaujímalo, ako vnímajú rozdiel medzi touto matematikou a matematikou v škole. V tejto časti som využila stratégiu kolektívnej prípadovej štúdie.

Práca pozostáva zo šiestich kapitol. V prvej sa zameriavam na vymedzenie výskumného projektu. Predstavujem východiská, ktoré ma k výskumu podnietili, a definujem výskumný problém. Ďalej v nej charakterizujem výskumné ciele a s nimi súvisiace výskumné otázky. V ďalšej časti prvej kapitoly potom opisujem dizajn výskumu, ktorý som využila pri hľadaní odpovedí na svoje výskumné otázky. V závere tejto kapitoly sa venujem otázkam zabezpečenia kvality výskumu a etickým otázkam.

V druhej kapitole opisujem teoretické východiská, o ktoré sa táto práca opiera. Zaoberám sa niektorými novými teóriami učenia sa zmysluplného pre život v 21. storočí, najskôr všeobecne, potom so zameraním konkrétne na matematiku, matematické myslenie a čiastočne aj informatické myslenie. Ďalej v tejto kapitole predstavujem videohry a herné žánre. Následne porovnávam niekoľko princípov učenia sa prítomných vo videohrách podľa (Gee, 2003) s princípmi, ktoré môžeme vidieť v moderných metódach učenia sa matematiky. V ďalšej časti sa venujem edukačnému softvéru a gamifikácii. V poslednej časti sa zaoberám využitím populárnych hier v školskom prostredí. Ako príklad uvádzam prípadovú štúdiu o využívaní prostredia Minecraft na strednej škole v Taliansku, ktorú som po návšteve školy realizovala.

V tretej kapitole opisujem výsledky predvýskumu so žiakmi stredných škôl, v ktorom som zisťovala, aké videohry hrajú, ako často, a tiež či si myslia, že sa s matematikou pri hraní hier stretávajú. Spomedzi žiakov zapojených do tohto predvýskumu som oslovila vybraných participantov do časti výskumu, ktorej výsledky prezentujem v piatej kapitole.

V štvrtej kapitole sa venujem obsahovej analýze vybraných videohier z hľadiska príležitostí pre rozvoj matematického myslenia a informatického myslenia. Najskôr stručne predstavujem vybraných participantov, a zvolené hry, a tiež priebeh analýzy. Následne opisujem kategórie a jednotlivé príležitosti, ktoré som na základe tejto analýzy identifikovala.

V piatej kapitole predstavujem časť výskumu, v ktorej som zisťovala, ako vnímajú využitie matematiky pri hraní videohier žiaci strednej školy a ako vnímajú matematiku v hrách v porovnaní so školskou matematikou. V úvode tejto kapitoly predstavujem participantov v tejto časti výskumu a stručne charakterizujem priebeh výskumu. Následne opisujem témy, ktoré som identifikovala na základe kvalitatívnej analýzy rozhovorov s týmito participantmi. Pri opise jednotlivých tém používam citáty z rozhovorov, ktoré ponechávam bez úpravy.

V šiestej kapitole zhŕňam výsledky výskumu a stručne prezentujem, k akým odpovediam na výskumné otázky ma priviedli.

1 Vymedzenie výskumu

1.1 Východiská

Videohry neodmysliteľne patria k dnešnej digitálnej dobe. Pre mnohých sú obľúbenou formou zábavy. Čoraz viac výskumov však potvrdzuje, že pri hraní videohier nejde len o druh zábavy, ale o komplexný proces so silným edukačným presahom. Rozvíjajú rad kognitívnych zručností, či zručností potrebných pre život v 21. storočí (Bediou a kol., 2017; Whitlock, a kol., 2012; Mengel, 2014).

Papert už v roku 1998 napísal (pozri Papert, 1998), že u detí, ktoré hrajú počítačové hry, môžeme pozorovať komplexnejšie rozvinuté zmýšľanie. Vyslovil myšlienku, že keď budeme deti pri hraní počítačových hier pozorovať a rozprávať sa s nimi o tom, čo robia, môžeme sa veľa naučiť o ich poznávacom procese. Na inom mieste (Papert, 1995) zasa hovorí, že počítačové hry vedú deti k riešeniu náročných problémov, ku ktorým by sa inak ani nedostali.

Gee (2003) vo svojom významnom diele *What Video Games Have to Teach Us About Learning and Literacy* tvrdí, že princípy učenia sa, ktoré sú súčasťou dobrých hier, sú blízke najlepším teóriám učenia sa ako takého. V podobnom duchu sa vyjadril Heppell v (Ellis a kol., 2006) „*Stratégie úspešného hrania hier sú čoraz zložitejšie, sofistikovanejšie, náročnejšie a intelektuálnejšie. Toto hranie hier smeruje do samého srdca toho, kam smeruje učenie.*” A ďalej pokračuje „*Moja vlastná výskumná práca odhalila, že deti, ktoré hrajú počítačové hry, si vyvinuli jasný súbor stratégií. Aby uspeli aj v najjednoduchšej plošinovej hre, musia svoje riešenie problémov podrobiť cyklu pozorovania, spochybňovania, hypotézy a testovania.*”

Zdá sa tiež, že videohry nás môžu veľa naučiť aj o učení sa matematiky. Princípy učenia sa, ktoré v nich nájdeme, majú mnoho spoločného aj s moderným teóriami o učení sa v tejto oblasti. Pritom sa zdá, že pri tradičnom vyučovaní matematiky, ktoré je aj u nás ešte stále dosť bežné, sa tieto princípy často nenapĺňajú.

Devlin (2011) vo svojej práci *Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning* popisuje priamo súvislosť medzi hraním videohier a učením sa matematiky vo svetle novej pedagogiky. Videohry chápe ako ideálny nástroj na rozvoj matematického myslenia. Odvoláva sa na štúdie, ktoré ukazujú, že ak sú ľudia v realite vystavení matematickým problémom, sú pri ich riešení zväčša pomerne kreatívni a úspešní. Domnieva sa, že simulovať takéto situácie v reálnom svete pre účely vzdelávania by bolo náročné, no videohry sú, obrazne povedané, práve takýmito zástupnými simulátormi. Vťahujú nás do sveta, kde môžeme matematiku zažiť.

Dnes už existuje viacero štúdií, ktorých výsledky hovoria o vzťahu medzi matematickým myslením a hraním videohier. Ako obzvlášť zaujímavá mi príde štúdia publikovaná v roku 2015, ktorej výsledky potvrdzujú, že videohry rozvíjajú matematické myslenie najlepšie spomedzi všetkých voľnočasových aktivít (Suziedelyte, 2015). V tejto štúdii autorka analyzovala údaje z The Child Development Supplement (doplnok k vývoju dieťaťa) z PSID (Panel Study of Income Dynamics – dlhoročný prieskum, ktorý meria ekonomické, sociálne a zdravotné faktory rodín v Amerike). Do analýzy zaradila 2006 detí vo veku 3 až 18 rokov. Tieto si dlhodobo zaznamenávali voľnočasové aktivity, ktorým sa počas dňa venovali, a raz za päť rokov ich výskumníci testovali Woodcock–Johnson testom kognitívnych schopností. Z analýzy zozbieraných dát vyplynulo, že hranie videohier pozitívne ovplyvňuje schopnosť riešiť matematické problémy. Podľa tejto analýzy hranie videohier zvyšuje skóre v oblasti matematického myslenia až o 9,3 %, čo je účinok porovnateľný s účinkom, ktorý táto štúdia pripisuje účasti na vzdelávacích aktivitách s rovnakým zámerom.

Zaujímavá je tiež štúdia Possa (2016) z Melbournskej univerzity, založená na analýze výsledkov merania PISA z roku 2012, ktorá potvrdzuje pozitívnu koreláciu medzi výsledkami matematickej gramotnosti a častým hraním online videohier. Štúdiu realizovali s viac ako 12 000 žiakmi z Austrálie. Priemerný počet bodov, ktorý žiaci získali v oblasti matematickej gramotnosti, bol 493. Žiaci, ktorí uviedli, že hrajú online hry skoro každý deň, získavali v matematickej gramotnosti až o 15 bodov viac ako spomínaný priemer. Avšak ako sa vyjadril aj sám autor štúdie, z tohto výsledku

nie je jasné, či videohry rozvíjajú matematickú gramotnosť alebo práve naopak, žiaci, ktorí sú zdatní v matematike, si ako formu zábavy častejšie volia práve hranie videohier.

Tiež existuje niekoľko štúdií ukazujúcich súvis medzi hraním videohier a rozvojom priestorovej predstavivosti. Zaujímavým výsledkom v tomto smere je napr. zistenie (Uttal a kol., 2003), že hranie videohier zlepšuje schopnosť hráča premýšľať o objektoch v troch rozmeroch rovnako dobre, ako vzdelávacie kurzy zamerané na zlepšenie tejto schopnosti.

1.2 Výskumný problém

Moderné teórie vzdelávania v súčasnej, rýchlo sa meniacej dobe kladú dôraz na to, aby sa žiaci naučili reagovať v nových, neočakávaných situáciách. Škola by mala žiakov naučiť predovšetkým tvorivo a kriticky myslieť. Na takéto fungovanie v spoločnosti by žiakov mala pripravovať aj matematika, a to rozvojom matematického myslenia a gramotnosti.

OECD definuje matematickú gramotnosť ako schopnosť človeka formulovať, používať a interpretovať matematiku v rôznych kontextoch (OECD, 2019a). Matematicky gramotného žiaka vidí ako niekoho, kto si uvedomuje, akú úlohu matematika zohráva vo svete a na základe toho robí zdôvodnené úsudky a rozhodnutia, ktoré potrebuje robiť konštruktívny, angažovaný a hlbavý občan. Čiže za dôležité považuje práve samotné definovanie problému a schopnosť o ňom uvažovať. Takýto prístup sa využíva aj v zadaniach merania PISA.

Podobné myšlienky sa dostávajú aj do národných vzdelávacích programov. Nový anglický vzdelávací program pre matematiku (Department for Education, 2014) začína slovami: *„Matematika je kreatívna oblasť poznávania s množstvom prepojení na iné disciplíny. Vyvíjala sa po stáročia a poskytuje riešenie niektorých najzaujímavejších problémov histórie. Je dôležitá pre každodenný život, kľúčová pre vedu, techniku a inžinierstvo a nevyhnutná pre finančnú gramotnosť a väčšinu zamestnaní. Kvalitné vzdelávanie v matematike preto poskytuje základy*

pre pochopenie sveta, schopnosť matematike rozumieť, ocenenie krásy a sily matematiky a pocit radosti a zvedavosti pri tejto téme.”

V podobnom duchu sa nesie aj náš inovovaný štátny vzdelávací program (MŠVVaŠ, 2019), ktorý o vyučovaní matematiky pre stredné školy hovorí: *„Hlavným cieľom vyučovania matematiky je, aby žiak získal schopnosť používať matematiku a matematické myslenie v svojom budúcom živote”* a ďalej odporúča: *„Vyučovanie treba viesť tak, aby rozvíjalo logické a kritické myslenie žiakov, ich schopnosť argumentovať a umožnilo každému z nich získať poznatky objavovaním. Dostatočnú pozornosť a čas treba venovať použitiu získaných poznatkov pri riešení reálnych úloh. Zvyšovanie výpočtovej zručnosti a automatizácie výpočtov nesmie byť na úkor objavovania, pochopenia a aplikácie získaných poznatkov pri riešení úloh.“*

Výsledky externej časti maturity z matematiky však prezrádzajú, že naši žiaci majú práve s úlohami vyžadujúcimi tvorivý prístup dlhodobu najväčší problém. V správe k výsledkom maturity z roku 2017 sa dočítame: *„Priemerná úspešnosť podľa očakávania klesá od najnižšej kognitívnej úrovne – reprodukcie (68,9 %) cez vyššiu kognitívnu úroveň – transfer (45,2 %) až po najvyššiu kognitívnu úroveň – reflexia (26,4 %)”* (Ficek a kol., 2017), pričom úlohy s najvyššou kognitívnu úroveň sú tu definované ako *„tvorivé – úlohy vyžadujúce reflexiu matematického poznania, problémové úlohy založené na tvorbe hypotéz, zložitejšej aplikácii, riešení problémových situácií, objavovaní nových myšlienok a vzťahov, tvorbe produktívnych riešení a použití poznatkov v neobvyklých a neznámych kontextoch.”* Treba priznať, že rozdiel vo výsledkoch pri riešení úloh na najnižšej a najvyššej kognitívnej úrovni bol v roku 2017 obzvlášť veľký, ale aj výsledky z iných rokov potvrdzujú, že naši žiaci majú s touto úrovňou dlhodobu problém. Na podobný problém ukazujú aj výsledky merania PISA, kde naši 15-roční žiaci dosahujú v matematickej gramotnosti opakovane výsledky, ktoré sú pod priemerom krajín OECD (NUCEM, 2017).

Otázku, ako vyučovať matematiku tak, aby skutočne produktívne rozvíjala matematické myslenie, riešia krajiny na celom svete. Hoci školská matematika by mala žiakov pripraviť na využívanie matematiky v bežnom živote, situácia sa javí tak, akoby bola naopak medzi školskou matematikou a matematikou používanou v živote

určitá priepasť. Viacero výskumov (pozri ďalej) ukazuje, že aj keď ľudia v reálnom živote dokázali takmer bezchybne vyriešiť rôzne matematické situácie, keď boli pred nich rovnaké problémy predstreté ako matematické zadania, úspešnosť ich riešenia výrazne klesla.

Zaujímavý experiment v tomto smere uskutočnila trojica vedcov z Oxfordskej univerzity. Ich výsledky boli publikované pod názvom *Street Mathematics and School Mathematics* (Nunes a kol., 1993). Výskum sa odohral v malom brazílskom mestečku Recife. Výskumníci analyzovali, ako používajú matematiku vo svojom bežnom živote deti, ktoré pomáhajú svojim rodičom s predajom na pouličných trhoch a porovnávali to s ich používaním matematiky v školskom kontexte. Do výskumu sa zapojilo päť detí vo veku 9-15 rokov. Najskôr s nimi realizovali neformálny test. Postupne navštívili stánky, na ktorých tieto deti pomáhali a vystavovali ich situáciám, ktoré boli pre nich nezvyčajné. Malí obchodníci tak riešili matematické úlohy, s akými sa bežne nestretávali. Napr. interakcia s 12-ročným chlapcom predávajúcim kokosy vyzerala takto:

Výskumník: „*Koľko stojí jeden kokosový orech?*”

M: „35.”

Výskumník: „*Chcel by som ich 10. Koľko to bude?*”

M: (pauza) „*Tri budú 105, s tromi ďalšími, to bude 210.*”

(pauza) „*Potrebujem štyri ďalšie. To je ... **

(pauza) „*315 ... myslím si, že to je 350.*”

Po absolvovaní neformálneho testu výskumníci vyzvali deti na účasť vo formálnom testovaní. V ňom dostali podobné úlohy, s akými sa stretli predtým v neformálnom teste. Niektoré úlohy boli zadané formou aritmetických operácií, ako napr. „*Vypočítaj $105 + 105$* ”, iné ako slovná úloha, napr. „*Mary kúpil 10 banánov, jeden banán stojí 35, koľko zaplatil spolu?*” Kým na trhovisku deti vyriešili až 98,2 % všetkých úloh správne, ich úspešnosť pri riešení podobných úloh vo formálnom teste bola len 73,7 % pri kontextových úlohách a len 36,8 % pri bezkontextových úlohách. Výskumníci pripísali tento výsledok tomu, že pri úlohách predložených ako

matematický test sa deti snažili využívať metódy, ktoré sa naučili v škole a ktorým hlbšie nerozumeli alebo ich zle aplikovali.

Devlin (2011) opisuje výskum antropologičky Lave nesúci sa v podobnom duchu. Výskumníci v ňom pozorovali dospelých ľudí pri nakupovaní v supermarkete a občas ich poprosili, aby im prezradili, ako postupujú pri výbere daného tovaru. Nakupujúci riešili mnoho matematických problémov. Často porovnávali, ktoré balenie sa im viac oplatí, ak berú do úvahy pomer ceny a kvantity. Pri premýšľaní využívali často odhady, zaokrúhľovanie a tiež výpočty, pri ktorých však nevyužívali naučené metódy, ale postupovali intuitívne. Výskumníci oslovených zákazníkov hneď na to pozvali na vykonanie písomného testu. V ňom im zadali úlohy, ktoré riešili aj pri nakupovaní. Napríklad ak vedeli pri nakupovaní správne určiť, či sa im viac oplatí balenie, kde sú 3 kusy za 4 doláre, alebo balenie 6 kusov za 7 dolárov, dostali v teste príklad, v ktorom mali vybrať väčšie z $4/3$ a $7/6$. Ukázalo sa, podobne ako pri brazílskom experimente, že aj títo respondenti prešli k výpočtom pomocou metód naučených v škole a opäť aj podobne zlyhávali. Celkovo priemerná úspešnosť bola 98 % pri riešení problémov v supermarkete, zatiaľ čo v teste iba 59 %.

Rovnaký problém popisuje vo svojej štúdii *Open and Closed Mathematics – Student Experiences and Understanding* aj Boaler (1998), ktorá uskutočnila trojročný experiment na dvoch školách, kde sa na jednej škole žiaci učili matematiku tradičným frontálnym spôsobom a na druhej formou projektov. Vo svojej štúdii došla k záveru, že žiaci vyučovaní tradičným spôsobom si rozvinuli procedurálne zručnosti, ktoré ale neboli schopní uplatniť v nových situáciách. Podobne ako deti z brazílskeho experimentu zlyhávali pri snahe uplatniť naučené metódy buď tým, že ich zle zvolili alebo aplikovali. Naopak, žiaci ktorí sa učili pomocou projektov, lepšie chápali, prečo robia to, čo robia, a nakoniec boli úspešnejší aj pri riešení záverečných skúšok na získanie GCSE (General Certificate of Secondary Education), hoci tieto pozostávali prevažne z krátkych, uzavretých úloh, s akými sa predtým vo svojom štúdiu nestretávali.

Zaujímavý prípad tiež uvádzajú Hejný a Kuřina (2015) v knihe *Dítě, škola a matematika*. Popisujú dva príklady z testu TIMMS, v riešení ktorých boli českí žiaci

8. ročníka základnej školy úspešnejší ako žiaci končiaci strednú školu. Jeden z príkladov znel: „*Koľko kalórií je v 30-gramovej porcii jedla, ak v 100 gramoch tohto jedla je 300 kalórií?*” a druhý „*Zo zásielky 3000 žiaroviek bolo 100 náhodne vybraných na kontrolu. Ak je v tejto vzorke 5 žiaroviek chybných, koľko chybných žiaroviek môžeme očakávať v celej zásielke?*” Autori neúspech stredoškolákov pri riešení týchto jednoduchých úloh pripísali formálnemu vzdelávaniu, v ktorom sa žiaci učia tak, aby boli úspešní na školských písomných testoch, bez hlbšieho pochopenia podstaty.

To je niekoľko príkladov situácií, ktoré poukazujú na problém tradičného formálneho vzdelávania a reálnej použiteľnosti toho, čo sa žiaci naučia. Ukazuje sa, že táto forma výučby rozvíja často iba povrchné poznatky, ale hlbšie matematické myslenie ostáva nezasiahnuté.

Boaler (2016) v knihe *Matematické cítenie* konštatuje: „*V priebehu rokov sa školská matematika čoraz viac vzdälovala od matematiky, ktorou sa zaoberajú matematici, aj od matematiky v bežnom živote. Študenti trávajú v triedach tisíce hodín drilovaním metód a poučiek, ktoré v bežnom živote alebo v práci nikdy neuplatnia.*”

Hejný a Kuřina (2015) označujú vzdelávanie bez hlbšieho pochopenia veci ako formalizmus. Definujú ho ako chorobu kognitívnej štruktúry a zároveň ako najväčší didaktický problém. Veľkou úlohou vo vzdelávaní pre 21. storočie je hľadanie ciest, ako s touto biedou formalizmu bojovať. Mali by sme v žiakoch znova prebudiť chuť objavovať a pýtať sa, hľadať spôsoby, ako v nich podnietiť túžbu po hlbšom poznaní, túžbu prichádzať veciam na koreň a pomôcť im s učením sa, aké sa očakáva v súčasnom rýchlo sa meniacom svete. Ako píše Kalaš (2012) v *Učebné aktivity žiakov pre 21. storočie zmeny*, ktorými súčasný svet prechádza „*sa premietajú do rastúcej nutnosti (z)meniť formálne vzdelávanie žiakov a študentov, starostlivo prehodnotiť akademický obsah vzdelávania a reagovať na celkom nové potreby na úrovni zručností pre produktívny život v dnešnej – a najmä zajtrajšej – spoločnosti.*”

Za posledných niekoľko rokov sa toho v matematike zmenilo len málo. Radikálne sa však zmenilo to, ako ju potrebujeme využívať. V minulosti, kedy prevládali ručné výpočty, malo možno zmysel sústrediť sa na jej procedurálnu časť. V súčasnosti túto časť za nás však preberajú digitálne technológie. Dnes sú potrební predovšetkým ľudia schopní premýšľať a tvoriť, s chuťou objavovať nové vznikajúce možnosti a s túžbou neustále sa učiť nové veci. Tiež sme pokročili v tom, čo už vieme o učení a učení sa, a zároveň máme k dispozícii nové digitálne technológie, ktoré nám môžu pomôcť s učením sa novým spôsobom, aký bol v minulosti nepredstaviteľný.

Tieto možnosti a poznatky sa dostávajú aj do školy a menia ju. I vo vyučovaní matematiky môžeme vidieť cesty, ktoré vychádzajú z nových poznatkov o učení, reflektujú nové potreby a pomáhajú žiakom pri rozvíjaní matematického myslenia potrebného pre život v súčasnom storočí. Podnecujú v nich chuť učiť sa, bádať, objavovať. V časti 2.4 uvediem niekoľko metód vychádzajúcich z tohto inovatívneho prístupu. Konkrétnejšie predstavím Hejného metódu, šanghajskú matematiku a prístup didaktičky matematiky Boaler. Zaujímavú príležitosť na rozvoj matematického myslenia ponúkajú aj digitálne technológie, ktoré podporujú učenie sa priamo vytváraním niečoho. Matematické myslenie má blízko tiež k informatickému mysleniu a ako poukazujú viacerí autori (Feurzeig a kol., 1970; Papert, 1980; Papert, 1996; Kalaš, 2017; Benton a kol., 2017; Benton a kol., 2018 a pod.) rozvoj informatického myslenia môže prostredníctvom vhodných aktivít viesť aj k rozvoju matematického myslenia. Aj z tohto dôvodu sa v práci čiastočne venujem tiež aj informatickému mysleniu.

V reformných prístupoch k vyučovaniu matematiky sa okrem objavovania kladie dôraz na spoluprácu a na význam chyby ako podstatnej časti poznávacieho procesu.

Jedným z výnimočných prostriedkov, ktoré nám v súčasnej digitálnej dobe dáva k dispozícii, sú aj videohry. Umožňujú nám stretnúť sa s matematickými či logickými problémami v určitom zmysle prirodzene. Problémy vo videohrách sú súčasťou herného sveta, časťou celého objaviteľského dobrodružstva, sú niečím, čo sa nás skutočne dotýka. Poskytujú nám príležitosť zažiť matematiku v situáciách, kedy ju

naozaj potrebujeme. Problémy vo videohrách sú zároveň prezentované tak, že na riešenie prichádzame sami, svojím spôsobom a tempom, sami objavujeme nové súvislosti a postupy. Podnecujú v nás túžbu skúmať, experimentovať, inovatívne uvažovať či tvoriť. Motivujú nás formulovať vlastné hypotézy a overovať ich v praxi. Tiež nás učia k pozitívnejšiemu prístupu k chybám. Aj keď neuspějeme, chceme to skúšať znova a znova.

1.3 Ciele výskumu

Výsledky výskumov, ktoré hovoria o súvislosti medzi rozvojom matematického myslenia a hraním videohier (pozri 1.1) považujem za zaujímavé. Tiež si myslím, že aj vo svetle moderných teórií o učení sa matematiky, ktoré má viesť k rozvoju matematického myslenia, si videohry zasluhujú pozornosť. Vo svojom výskume som nadviazala na spomínané výskumy a zamerala sa na kvalitatívne preskúmanie tohto fenoménu.

Výskum mal dva hlavné ciele. Jedným z týchto cieľov bolo preskúmať, aké príležitosti na rozvoj matematického a informatického myslenia ponúkajú videohry. Hoci pôvodným cieľom bolo skúmať len matematické myslenie, počas plnenia tohto cieľa sa stále častejšie vynárali príležitosti, ktoré ukazovali, že hranie videohier má bohatý potenciál aj pre rozvoj informatického myslenia. Javilo sa preto ako zaujímavé venovať sa aspoň čiastočne aj týmto príležitostiam. V rámci tohto cieľa som analyzovala, aké myšlienkové procesy, ktoré sú v súlade s matematickým a informatickým myslením, sú súčasťou riešenia herných situácií.

Druhým, nie menej podstatným cieľom bolo preskúmať, ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách, ktoré hrajú. Podľa predvýskumu (pozri Čujdíková, 2019a alebo kapitola 3) mnohí žiaci, ktorí hrajú videohry veria, že sa pri ich hraní často stretávajú s matematikou. V rámci tohto cieľa som sa snažila lepšie porozumieť, čo títo žiaci, ako matematiku vo videohrách identifikujú a aký majú k takejto matematike postoj. Ďalej som chcela tiež preskúmať, ako hodnotia matematiku vo videohrách v porovnaní so školskou matematikou, v čom im príde podobná a v čom odlišná. Viacerí odborníci tvrdia, že pri učení sa matematiky hrá

afektívna zložka dôležitú úlohu (Papert, 1980; Boaler, 2016; Devlin, 2011; Hejný, Kuřina, 2015; Hejný, 2012). Zároveň však aj u našich žiakov pozorujeme, že sa ich vzťah k matematike postupom do vyšších ročníkov neustále zhoršuje (Vankúš, Kubicová, 2010; Federičová, Mních, 2014). V rámci plnenia tohto výskumného cieľa som chcela tiež lepšie porozumieť možným príčinám takéhoto vývoja.

1.4 Výskumné otázky

Na základe vyššie uvedených výskumných cieľov som sformulovala nasledujúce otázky, na ktoré som vo svojom výskume hľadala odpovede.

O1: Aké príležitosti pre rozvoj matematického a infromatického myslenia poskytujú videohry?

O2: Ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách? Čo konkrétne považujú za matematiku pri hraní hier?

O3: Ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách v porovnaní so školskou matematikou?

1.5 Dizajn výskumu

V snahe hľadať odpovede na výskumné otázky som využila viaceré metódy. Išlo o kvalitatívny výskum (Creswell, 2012), keďže som neoverovala vopred stanovené hypotézy, ale pokúšala som sa daný fenomén čo najdôkladnejšie preskúmať a následne podľa toho popísať. Pre kvalitatívny výskum som sa rozhodla aj kvôli charakteru zbieraných a analyzovaných dát. Dáta som získavala prevažne z rozhovorov a pozorovaní, išlo teda o dáta typicky kvalitatívne (Švaříček, Šedová, 2007; Creswell, 2012).

Výskum mal dve hlavné časti. V prvej časti som hľadala odpoveď na O1 predovšetkým pomocou **obsahovej analýzy vybraných videohier**. Obsahová analýza je podľa Krippendorffa (2004) výskumná stratégia, pri ktorej čítame obsah vybraného produktu spôsobom, ktorý nás vedie k odpovediam na naše výskumné

otázky. V minulosti sa obsahová analýza používala na analyzovanie textu, predovšetkým textu z tlačenej médií. Dnes sa táto metóda uplatňuje aj pre analýzu iných ako textových materiálov, napr. pri analýze obrazov, filmov, umeleckých diel a pod. Podľa Schmierbacha (2009) a Mallieta (2007) je obsahová analýza vhodným nástrojom aj na skúmanie videohier. Avšak ako zdôrazňujú, pri takejto analýze treba myslieť na špecifickosť skúmaného média. Na rozdiel napr. od písaného textu alebo filmu, priebeh danej videohry často závisí od konkrétneho hráča. Hráč, ktorý hrá videohru, je teda zároveň aj spoluvýtvorcem analyzovaného obsahu.

Pri obsahovej analýze vybraných hier som vychádzala z vlastného hrania, ale tiež z **pozorovania** iných hráčov pri hraní a **rozhovorov** s nimi počas hrania a neskôr, kedy spätne reflektovali, aké myšlienkové postupy pri hraní využívali. Rozhovory boli pološtruktúrované a vždy sa vynorilo množstvo ďalších podnetných tém. Predovšetkým som užšie spolupracovala s jedným participantom, ktorý má s hraním dlhoročné skúsenosti. Tento participant mal značný vplyv aj na výber hier na účely výskumu. Hry pre analýzu boli vybrané na základe **zámerného výberu** (Creswell, 2012). Išlo o hry, ktoré sa javili ako bohatý zdroj príležitostí pre skúmaný fenomén.

Pri analýze situácií z hier a dát získaných z pozorovaní a rozhovorov som sa zamerala na identifikovanie príležitostí, ktoré majú potenciál rozvíjať matematické a informatické myslenie. Skúmala som jednotlivé situácie vo vybraných hrách a to, ako v nich hráč môže premýšľať, keď chce byť pri ich hraní úspešný.

V druhej časti výskumu som sa snažila hľadať odpovede na O2 a O3. Využila som v nej stratégiu **kolektívnej prípadovej štúdie**. Prípadová štúdia (Creswell, 2012; Yin, 2018; Švaříček, Šedřová, 2007) predstavuje stratégiu, ktorej zmyslom je podrobné preskúmanie jedného alebo niekoľko málo prípadov s cieľom čo najdetailnejšie pochopiť skúmaný fenomén. Yin (2018) odporúča túto stratégiu výskumu využiť hlavne vtedy, ak sa naše výskumné otázky zameriavajú na pochopenie „ako“ alebo „prečo“. Ak skúmame a porovnávame viac prípadov, ide o kolektívnu prípadovú štúdiu, čo je vhodná forma na skúmanie širšieho fenoménu z viacerých perspektív (Stake, 2005; Creswell, 2012; Hendl, 2005). Pred začatím tejto výskumnej časti som spravila predvýskum, v ktorom som zisťovala, aké hry hrajú žiaci strednej školy a ako

vnímajú matematiku. Na základe predvýskumu som potom oslovovala vhodných potenciálnych participantov do výskumu. Chcela som zabezpečiť, aby vo výskumnej vzorke boli žiaci, ktorí hrajú videohry vo väčšej miere a zároveň majú rôzny postoj k matematike. Išlo teda o **zámerný výber výskumnej vzorky** (Creswell, 2012; Yin, 2018). S týmito žiakmi som ďalej viedla **pološtruktúrovaný rozhovor**, v ktorom som zisťovala, ako vnímajú, že sa stretávajú s matematikou pri hrách, ktoré hrajú a čo konkrétne identifikujú ako matematiku v týchto hrách. Ďalej ma zaujímalo, ako vnímajú rozdiel medzi touto matematikou a matematikou v škole. Rozhovory som zaznamenávala formou audio záznamov a následne ich analyzovala.

V snahe zodpovedať O2 som tiež viedla krúžok, na ktorom participanti hrali hru Monument Valley. Participantmi boli dobrovoľníci spomedzi žiakov z jedného z gymnázií, na ktorom som uskutočnila predvýskum. Ako metódu zberu dát som zvolila **nezúčastnené pozorovania a rozhovory** (Creswell, 2012; Yin, 2018). Najskôr som nechala participantov hrať hru bez toho, aby som do tohto procesu aktívne vstupovala. Pri hraní som im nekládla žiadne otázky, v snahe čo najmenej ich rušiť. Počas hrania som si všimla komentáre, ktorými hodnotili situácie v hre. V snahe zabezpečiť čo najuvoľnenejšiu atmosféru som terénne zápisky z pozorovania zaznamenávala až po skončení krúžku. Po dohraní hry som sa zaujímala, či participant vnímali, že sa v nej stretli s matematikou a ak áno, v čom ju tam videli. Najskôr som ich nechala svoj názor vyjadriť písomnou formou, aby sa vzájomne neovplyvňovali, a následne sme o vyjadrených názoroch diskutovali spoločne.

Pri analýze dát zozbieraných pri O2 a O3 som využila metódu **tematickej analýzy** (Braun, Clarke, 2006). Tematická analýza zahŕňa prehľadávanie celého súboru dát s cieľom nájsť opakujúce sa významové vzorce, ktoré zachytávajú niečo dôležité vzhľadom na našu výskumnú otázku. Používala som **induktívny prístup** (Braun, Clarke, 2006; Creswell, 2012; Yin, 2018). Nemala som vopred stanovené témy, ktoré by som v odpovediach žiakov očakávala, ale jednotlivé témy som identifikovala až na základe skúmania a kódovania dát. Creswell (2012) induktívny prístup charakterizuje ako vychádzanie od konkrétnych prípadov k širším zovšeobecneniam, čo sa dialo aj

v tomto prípade. Podľa (Braun, Clarke, 2006) má tematická analýza šesť fáz. Týmito šiestimi fázami prechádzala aj moja analýza.

Fáza 1: Oboznámenie sa so svojimi dátami

V prvej fáze sa oboznamujeme s našimi dátami ako celkom. Ak ich zaznávame formou videonahrávok alebo audiozáznamov, súčasťou tejto fázy je tiež ich prepis do textovej podoby. Podľa autoriek aj čas strávený prepisom záznamov je zmysluplne využitý, lebo už pri ňom sa začíname hlbšie oboznamovať s významom, ktorý je v nich skrytý. Autorky ďalej zdôrazňujú, že je ideálne prečítať si celý prepis dát aspoň raz predtým, ako začneme s kódovaním, pretože práve pri tomto prvom čítaní sa začínajú formovať naše nápady a môžeme identifikovať prvé objavujúce sa vzorce. V tejto fáze som prepisovala audiozáznamy z rozhovorov pomocou programu Atlas.ti. Následne som si celý prepísaný záznam čítala a uvažovala nad ním. Prvé nápady som si zaznamenávala formou komentárov.

Fáza 2: Generovanie počiatkových kódov

V druhej fáze prechádzame prepis dát s cieľom priradiť mu kódy. Podľa Creswella (2012) kódovanie predstavuje proces segmentácie a označovania textu tak, aby sme v údajoch identifikovali široké témy. Odporúča, aby sme sa pri jednotlivých častiach textu sami sebe pýtali: „*O čom táto osoba hovorí?*“. Podľa (Braun, Clarke, 2006) je dôležité zabezpečiť, aby boli kódované skutočne všetky časti textu. V tom sa autorky rozchádzajú s názorom Creswella, ktorý preferuje pri prvom kódovaní priradiť skôr menší počet kódov a nepovažuje za nevyhnutné kódovať každú časť. V tomto smere som sa pridržala odporúčaní Creswella. Znovu som si čítala prepísané dáta, uvažovala, na aké myšlienky v nich žiaci poukazujú a následne som z časti textu, v ktorom sa vyskytovala daná myšlienka, vytvorila segment a priradila mu kód. Po prejdení celého prepisu dát som sa vrátila na začiatok a skúmala, či nenájdem ďalšie časti na podporu pre identifikované kódy tam, kde som to možno na prvý pohľad prehliadla. Potom som podľa Creswellových odporúčaní znova prehodnotila kódy a zlúčila tie, čo boli podobné do jedného. Autorky ďalej odporúčajú, aby sme zoskupili všetky segmenty patriace k danému kódu. O to sa v mojom prípade postaral Atlas.ti, ktorý to robí automaticky.

Fáza 3: Hľadanie tém

Potom ako dokončíme kódovanie prichádza ďalšia fáza. V nej analyzujeme kódy a zvažujeme na aké témy poukazujú. Následne roztriedime kódy do potenciálnych tém. Aj Creswell (2012) považuje vytváranie tém za jeden z kľúčových prvkov v kvalitatívnej analýze. Témy charakterizuje ako kódy spojené dohromady tak, aby formovali hlavnú myšlienku v dátach. Týmto spôsobom som sa tiež snažila zoskupiť identifikované kódy do širších tém, ktoré by viedli k jednej myšlienke a poskytovali tak ucelenú časť odpovede na danú výskumnú otázku.

Fáza 4: Prehodnotenie tém

Keď už sme identifikovali témy, je čas sa nad nimi znovu zamyslieť. Niektoré môžu byť podobné a dajú sa zlúčiť do jednej alebo môžeme mať témy, pre ktoré nemáme dostatočnú podporu v dátach a môže byť preto lepšie ich vylúčiť. Autorky odporúčajú si v tejto fáze znova prečítať celý prepis dát a zamyslieť sa nad tým, ako témy, ktoré sme identifikovali, súvisia s celkom. V tejto fáze môžeme znovu priradiť kódy, ktoré doteraz chýbali. Zároveň sa tak môžu vynoriť nové témy. Podľa autoriek by sme na konci tejto fázy mali mať celkom dobrú predstavu o tom, aké rôzne témy máme, ako do seba zapadajú a aký celkový príbeh o dátach rozprávajú.

V tomto smere som zvolila čiastočne iný prístup. Keďže som k výskumu pristupovala iteratívne, najskôr som analyzovala prvé rozhovory a identifikovala v nich potenciálne témy. Niektoré témy mali už v týchto dátach silnú podporu, ale nevyraďovala som ani témy so slabšou podporou. Namiesto toho som ich ponechala na ďalšie preskúmanie, či sa objavia v nasledujúcich rozhovoroch. Uvedeným cyklom tvorby a prehodnocovania tém som prechádzala pri každej analýze nových rozhovorov. V iteráciách som sa snažila pokračovať až kým som nemala pocit, že som sa priblížila k bodu, ktorý Creswell (2012) opisuje slovami: *„Posledným bodom, ktorý si musíte uvedomiť pri vývoji tém, je, že dosiahnete bod, v ktorom sú témy úplne rozvinuté a nové dôkazy neposkytnú ďalšie témy. Nasýtenosť je bod, v ktorom ste identifikovali hlavné témy a do vášho zoznamu tém alebo do podrobností o existujúcich témach sa nemôžu pridať žiadne nové informácie. Kedy dosiahnete*

tento bod záleží od subjektívneho hodnotenia, ale väčšina kvalitatívnych výskumníkov si uvedomí, keď k nemu dôjde.“

Fáza 5: Definovanie a pomenovanie tém

V predchádzajúcich fázach sme si vystačili s tzv. pracovnými názvami tém. Stačilo, aby sme sami chápali, čo sa za nimi skrýva. Avšak na to, aby sme vedeli svoje výsledky následne prezentovať je potrebné, aby čitateľ z nášho názvu pochopil o čom daná téma je. Svoje pracovné témy som po zvážení tohto aspektu premenovala na témy, ktoré sú zároveň názvami podčastí v častiach 5.1 a 5.2. V tejto fáze sa tiež zamýšľame, či vieme identifikované témy dostatočne opísať. V prípade, že nie, autorky odporúčajú ich ďalšie prehodnotenie. Na konci tejto fázy by sme mali mať už vyjasnené, čo sú naše témy a čo nie.

Fáza 6: Prezentovanie výsledkov

V tejto fáze je našou úlohou odprezentovať, čo sme zistili pri svojej analýze. Je to spôsob, akým predostrieme odpovede na naše výskumné otázky. Podľa slov autoriek tu máme vyrozprávať komplikovaný príbeh, ktorý prezrádzajú naše dáta – a to v rámci jednotlivých tém i medzi nimi. Autorky a Creswell (2012) sa zhodujú v tom, že toto rozprávanie má byť doplnené živými príkladmi z rozhovorov, ktoré sú výstižne a zaujímavo ilustrujú danú tému. Pri svojej prezentácii identifikovaných tém používam doslovné citáty žiakov, ktoré nechávam kvôli zachovaniu autenticity bez jazykovej korektúry. Prezentáciu mojich výsledkov, ktorými sa snažím odpovedať na O2 a O3, uvádzam v kapitole 5.

Tematickú analýzu som okrem hľadania odpovedí na O2 a O3 tiež použila pri analýze vnímania matematických problémov v rámci predvýskumu.

1.6 Kvalita výskumu

Pri realizácii výskumu som využila hlavné stratégie na zabezpečenie kvality kvalitatívneho výskumu podľa Creswella (2012), a to trianguláciu, členské overovanie (member checking) a audit.

Triangulácia v kvalitatívnom výskume (Creswell, 2012; Yin, 2018; Hendl, 2008) znamená, že zistenia, ktoré vyslovíme, vyplývajú z preskúmania viacerých zdrojov informácií, využitím rôznych metód, rôznych typov údajov a získavaním dát od rôznych osôb. Vďaka tomu môžeme zistenia overovať a rozširovať a prispieť tak k zvýšeniu dôveryhodnosti a presnosti výskumu. Hendl (2008) uvádza, že pojem triangulácia bol do kvalitatívneho výskumu prevzatý zo zememeračstva, kde označuje určenie geografického bodu pomocou merania z dvoch rôznych miest. Pri realizácii môjho výskumu som využila **dátovú trianguláciu**. Dáta som zbierala pomocou rôznych metód, konkrétne pomocou dotazníkov, rozhovorov a pozorovaní. Tiež som využila trianguláciu, ktorú Hendl označuje ako **implicitnú**. Pri pozorovaní participantov počas hrania som sa snažila vyhodnocovať, akým spôsobom uvažujú a zároveň som s nimi o ich uvažovaní diskutovala, či už počas hrania ako tiež aj po dohraní.

Za ďalšiu dôležitú stratégiu na zvýšenie dôveryhodnosti a presnosti výskumu sa často považuje **členské overovanie** (Creswell, 2012; Švaříček, Šedová, 2007a). V členskom overovaní zisťujeme, čo si o našich záveroch myslia participanti, nakoľko skúmané javy a zistenia vidia podobne ako my a či naše zhodnotenia považujú za pravdivé a presné. Na základe toho sa môžeme nad našimi závermi zamyslieť a korigovať ich. Aj pri svojich zisteniach som sa zaujímala, aký názor na ne majú zapojení participanti a na koľko sa s nimi stotožňujú. Konzultovala som s nimi prvotné závery a následne som svoju interpretáciu upravovala na základe ich pripomienok.

Tretia stratégia, ktorú Creswell (2012) označil ako jednu z najdôležitejších stratégií na zabezpečenie kvality kvalitatívneho výskumu, je **audit**. Audit znamená, že necháme svoj projekt zhodnotiť expertom, ktorí doňho nie sú sami zapojení. Creswell (2012) hovorí, že túto stratégiu môžeme použiť buď počas alebo na konci výskumu. Švaříček a Šedová (2007b) na základe vlastného testovania tejto stratégie odporúčajú jej využitie hlavne počas výskumu, lebo vďaka nej môžeme objaviť nové témy alebo interpretácie, ktoré sa oplatí preskúmať a môžu tak slúžiť k obohateniu výsledkov. Aj v mojom výskume zohrával audit dôležitú úlohu. Priebežné výsledky

výskumu som prezentovala na domácich a zahraničných konferenciách a následne som reflektovala získanú spätnú väzbu v ďalšej práci. Podobne som reflektovala postrehy a pripomienky kolegov na katedre, získané pri mnohých podnetných rozhovoroch.

1.7 Etická stránka výskumu

Dôležitú úlohu v každom výskume hrajú etické otázky. Viacerí autori (Hendl, 2008; Creswell 2012; Švaříček, Šedová, 2007a) sa zhodujú na tom, že medzi základné etické otázky, ktorými by sa mal zaoberať každý výskumník, patrí informovanie účastníkov o účele výskumu, zachovanie dôvernosti, získanie súhlasu od účastníkov, zdržiavanie sa klamlivých postupov a sloboda odmietnutia.

Etické otázky hrali dôležitú rolu aj v mojom výskume. Keďže časť výskumu prebiehala na gymnáziách, pred začatím výskumu som na nich najskôr získala súhlas od riaditeľov a učiteľov, ako aj od samotných žiakov. Žiaci najskôr v rámci predvýskumu vyplňali dotazník, na základe ktorého som následne oslovovala potenciálnych participantov do výskumu. Vyplňanie dotazníka bolo dobrovoľné a tiež žiaci oslovení pre ďalší výskum mohli svoju účasť odmietnuť, prípadne sa v ľubovoľnom okamihu prestať zúčastňovať. Pre zachovanie dôvernosti neuvádzam skutočné mená participantov a v anonymite ponechávam aj názvy gymnázií.

Všetkých participantov zapojených vo výskume som vopred oboznámila s tým, že ide o výskum a stručne im vždy predostrela, čo mám v pláne skúmať.

Podľa Creswella (2012) je dôležitou súčasťou etiky výskumu tiež rešpektovanie prostredia, v ktorom výskum prebieha, a ako výskumníci by sme podľa neho mali narúšať toto prostredie čo najmenej. Preto som sa snažila na daných školách využívať len nevyhnutné množstvo hodín počas vyučovania a prispôbiť sa možnostiam učiteľov, o ktorých hodiny išlo tak, aby som čo najmenej narušila ich plány. Časť výskumu som realizovala počas krúžku, ktorý za týmto účelom vznikol. Pri plánovaní času krúžku, ako aj jeho dĺžky trvania, som zohľadňovala preferencie potenciálnych účastníkov.

Za čestné a zdvorilé sa pri etických otázkach často považuje sprístupnenie výsledkov participantom (Creswell, 2012; Švaříček, Šedová, 2007a), najmä vtedy, ak sme im to predtým slúbili. Sprístupnenie výsledkov výskumu môže tiež pre zúčastnených participantov predstavovať určitú formu reciprocity (Creswell, 2012). Preto som svoje závery poskytla aj participantom.

Ďalej sa máme podľa Creswella (2012) etickými otázkami zaoberať nielen počas zberu a analyzovania dát, ale aj pri publikovaní výsledkov. Hovorí, že by sme nemali zabúdať na zodpovednosť, ktorú máme voči iným výskumníkom a vedeckej obci. V rámci tejto zodpovednosti odporúča, aby sme publikovali všetky svoje zistenia a aby sme ich publikovali čestne a pravdivo, bez snahy zmeniť ich za určitým účelom. Výsledky pedagogického výskumu by mali byť dostupné vedeckej obci, ale aj učiteľom a osobám z oblasti vzdelávania, u ktorých by mohli nájsť praktické využitie. V rámci dodržania tejto zásady som čiastočné zistenia svojho výskumu prezentovala na konferenciách a publikovala v zborníkoch a časopisoch. Zodpovednosť voči vedeckej obci sa prejavuje aj tým, že keď vychádzame z myšlienok či zistení niekoho iného, uvedieme presný zdroj, z ktorého sme čerpali. V práci teda uvádzam odkazy na zdroje, ktoré som použila. Doslovne prevzaté časti uvádzam ako citácie.

2 Teoretické východiská

V tejto časti predstavím teoretické východiská, z ktorých vychádzam vo svojom výskume. Budem sa zaoberať niektorými teóriami učenia sa zmysluplného pre život v tomto storočí, najskôr všeobecne, potom so zameraním konkrétne na matematiku, matematické myslenie a čiastočne aj informatické myslenie. Ďalej sa budem venovať videohram a herným žánrom. Následne rozoberiem princípy učenia sa, ktoré sú prítomné vo videohrách a mali by byť prítomné aj na hodinách matematiky. V ďalšej časti, v ktorej sa budem venovať edukačnému softvéru, rozoberiem tieto princípy učenia sa v hre Matemág, Wuzzit Trouble a v Informatike s Emilom. V poslednej časti sa budem venovať populárnym hrám, ktoré sa používajú na školách. Ako príklad uvediem prípadovú štúdiu o využívaní Minecraftu na strednej škole v Ríme.

2.1 Učenie sa a rozvoj zručností pre 21. storočie

Svet sa za posledné roky zmenil a mení sa neustále. Mnoho odborníkov hľadá odpovede na otázky, aké zručnosti je potrebné u žiakov rozvíjať a ako by sa mali učiť, aby sa na život v tomto rýchlo sa meniacom svete pripravili. Vychádzajú pritom zo skúmania očakávaní budúcich zamestnávateľov, ako aj z nových výskumov o učení a učení sa a nových možností, ktoré v prospech efektívneho učenia sa otvárajú digitálne technológie. Nové výskumy v psychológii, kognitívnej vede či neurovede už odkryli viacero záhad fungovania našej mysle. Z toho vyplynuli nové teórie o učení sa. Z nich zasa vychádzajú rôzne prístupy modernej pedagogiky, ako napr. konštruktivizmus.

Konštruktivizmus priniesol myšlienku, že poznatok sa nedá odovzdať zvonku, ale človek si ho vytvára – konštruuje – sám vo svojej mysli. Základy konštruktivizmu položil Piaget, ktorý ako prvý preskúmal, ako sa u detí formuje kognícia a abstraktné myslenie. Podľa (Kalaš a kol., 2013) z pohľadu konštruktivizmu *„Učenie sa je aktivita, ktorá hľadá rovnováhu medzi vyvíjajúcou sa štruktúrou mysle a novými prichádzajúcimi poznatkami. Obsah mysle je na začiatku vrozený, ale postupne sa rôznymi mechanizmami prispôsobuje prostrediu a vonkajším vplyvom, ktorým sa*

dieťa snaží porozumieť. Podľa Piageta sa poznanie nedá deťom odovzdať. Rodič a učiteľ však môže pomáhať pri vytváraní podmienok a situácií, kedy si dieťa poznatok samo skonštruuje a zaradí do svojho systému poznania.”

Z konštruktivismu sa vyvinula aj ďalšia zaujímavá teória o učení sa, ktorej autorom je Piagetov študent Papert, a to konštrukcionizmus. Podľa (Kalaš a kol., 2013) v konštrukcionizme ide o učenie sa tým, že dieťa vytvára nejaký preň zmysluplný produkt, často spolu s inými deťmi, pričom „*vytvorenie produktu dieťa plánuje a realizuje, premýšľa o ňom a používa ho spolu s druhými*”.

Ďalšou významnou teóriou, ktorá sa vyvinula z konštruktivismu, je sociálny konštruktivismus. Jeho autorom je Vygotsky, ktorý zdôraznil, že významnú úlohu pri konštruovaní poznatku hrajú sociálne interakcie. Podľa (Muniyappan, Sivakumar, 2018) „*Sociálni konštruktivisti veria, že proces zdieľania individuálnych perspektív, nazývaných spoločné spracovanie, má za následok, že žiaci budujú spoločné porozumenie, a táto konštrukcia nie je možná samostatne v rámci jednotlivcov. Vygotsky (1978) sa domnieva, že učenie je nepretržitý pohyb od súčasnej intelektuálnej úrovne k vyššej úrovni, ktorá sa prispôsobuje potenciálu žiaka. Tento pohyb sa vyskytuje v oblasti proximálneho vývoja (zóny najbližšieho vývinu) v dôsledku sociálnej interakcie.*”

Významným prínosom mnohých výskumov o učení sa je tiež poznanie dôležitosti emócií a motivácie. Podľa *The Nature of Learning* (OECD, 2012) emócie a motivácia slúžia pri učení sa ako „vrátnici”. Kým pozitívne emócie môžu silne podporiť efektívnosť učenia sa, negatívne emócie môžu schopnosti učiť sa aj úplne zabrániť. Podobnú funkciu hrá motivácia, a to najmä vnútorná motivácia. Učíme sa efektívnejšie, ak cítime, že sa niečo chceme učiť, láka nás to, považujeme to za zmysluplné.

Autori (OECD, 2017) na základe nových poznatkov o učení sa sformulovali sedem princípov inovatívneho vzdelávacieho prostredia. Takéto prostredie:

1. považuje žiakov za svojich hlavných účastníkov, podporuje ich vlastnú aktívnu angažovanosť a rozvíja v nich pochopenie ich vlastnej aktivity ako žiakov,
2. je založené na sociálnej povahe učenia sa a aktívne podporuje dobre organizované kooperatívne učenie sa,
3. vzdelávací profesionáli v ňom sú naladení na motiváciu žiakov a úlohu emócií považujú za kľúčovú pri dosahovaní úspechu,
4. je citlivé na individuálne rozdiely medzi učiacimi sa v ňom, berie ohľad na ich predchádzajúce poznatky,
5. predkladá úlohy, ktoré predstavujú pre všetkých náročné výkony a primerané výzvy,
6. funguje na základe jasných očakávaní a využíva stratégie hodnotenia, ktoré sú v súlade s týmito očakávaniami; kladie silný dôraz na formatívnu spätnú väzbu ako podporu vzdelávania,
7. výrazne podporuje horizontálne prepájanie medzi oblasťami poznatkov a tém, ako aj s komunitou a širším svetom.

Autori zdôrazňujú, že pre efektívne učenie sa je dôležité, aby vzdelávacie prostredie reflektovalo všetky tieto princípy.

Ďalšou dôležitou otázkou, ktorú je potrebné z pohľadu na učenie sa pre súčasný život riešiť, je popri otázke ako sa učiť aj otázka, čo sa učiť. Aké zručnosti a kompetencie má zmysel rozvíjať? Aj na túto otázku sa snažia nájsť odpoveď mnohí odborníci a inštitúcie.

V (Kalaš, 2012) môžeme nájsť tzv. dúhovú schému učenia sa v 21. storočí podľa Trillinga a Fadela (2009), ktorá sa túto otázku snaží zodpovedať. Spodný oblúk dúhy tvoria predmety, ktoré poznáme zo školského vyučovania spolu s novými témami pre 21. storočie.



Obrázok 1: Schéma učenia sa v 21. storočí podľa Trillinga a Fadela (2009), prevzaté z Učebné aktivity pre žiakov v 21. storočí (Kalaš, 2012)

Kalaš (ibid) ďalej uvádza, že vonkajšiu vrstvu schémy tvoria zručností pre 21. storočie, ktoré autori rozčlenili do troch oblastí a niekoľkých podoblastí. Sú to:

Učíme sa spolu tvoriť a inovovať (zručnosti pre učenie sa a inovatívnosť):

- kritické myslenie a riešenie problémov,
- komunikácia a kolaborácia,
- tvorivosť, inovatívnosť, predstavivosť.

Pracujeme s informáciami, médiami a technológiami (digitálna, mediálna a technologická gramotnosť):

- práca s informáciami,
- mediálna gramotnosť,
- práca s technológiami.

Pripravujeme sa na prácu a život (zručnosti pre život a zamestnanie):

- flexibilita a adaptabilita
- sociálne a multikulturálne zručnosti,
- zodpovednosť za seba,
- produktivita a spoľahlivosť,
- lídersstvo a zodpovednosť za iných.

Podľa (OECD, 2012) je základným pilierom celoživotného učenia sa nevyhnutného pre život v 21. storočí formovanie adaptívnych znalostí (*adaptive expertise*), čo znamená schopnosť flexibilne a kreatívne využívať v rôznych situáciách získané vedomosti a schopnosti.

Tieto poznatky a teórie o tom, čo a ako sa máme učiť, nachádzajú uplatnenie v rôznych formách a formátoch učenia sa. Svoje miesto by mali mať všade tam, kde k učeniu dochádza. Mali by sa stať tiež prirodzenou súčasťou každej školy a každého vyučovacieho predmetu, ak má mať učenie sa v škole pre žiakov v dnešnej dobe opodstatnenie.

2.2 Matematické myslenie

Na pilieroch uvedených v predchádzajúcej časti by malo byť postavené aj učenie sa matematiky. V spojení so zmysluplným učením sa matematiky sa často stretávame tiež s dôrazom na rozvoj matematického myslenia.

Čo však je matematické myslenie? Odpovedať na túto otázku nie je vôbec ľahké, o čom nás učia aj viacerí odborníci. Devlin (2012) v knihe *Introduction to Mathematical Thinking* hovorí: „*Matematické myslenie je špecifickým spôsobom nazeranie na veci vo svete. Nemusí to byť vôbec o matematike, aj keď by som si dovolil tvrdiť, že určité časti matematiky poskytujú ideálne kontexty na učenie sa, ako myslieť týmto spôsobom.*” Vo svojej inej knihe, *Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning* (Devlin, 2011), kde sa premýšľaniu o matematickom myslení venuje vo väčšom rozsahu, dochádza k záveru, že matematické myslenie je sugestívny a užitočný pojem, ktorý sa však bráni presnej definícii. Na inom mieste tejto knihy sa Devlin snaží priblížiť, čo je a čo nie je matematické myslenie prostredníctvom analógie, pri ktorej vychádza z presvedčenia, že veľa ľudí si zamieňa matematické myslenie so základnými matematickými zručnosťami. Konštatuje: „*Zamieňať si matematické myslenie s ovládaním základných zručností je podobné zamieňaniu si architektúry s murárstvom alebo zamieňaniu si hrania na hudobný nástroj so schopnosťou zahrať stupnicu. Potrebujete samozrejme základné zručnosti. Stavbu tehlového domu nemôžeme*

postaviť, pokiaľ nevieme, ako položiť tehly, a nemôžeme hrať na nástroj, ak nevieme, ako majú znieť rôzne tóny. Podobne nemôžeme myslieť matematicky, ak sme nezvládli základné zručnosti. Matematické myslenie je však oveľa viac ako len mať v rukáve základné zručnosti, rovnako ako architektúra je viac než kladenie tehál a hudba viac ako len hranie nôt.” A pre istotu, aby nevznikol dojem, že navrhuje najskôr sa memorovať matematické zručnosti a až potom ich využiť na niečo zmysluplné, dodáva: *„Toto porovnanie by sa nemalo považovať za návrh, aby študenti najprv ovládali základné zručnosti a potom si rozvíjali matematické myslenie. Prvé je síce potrebné pre druhé, ale zručnosti získame oveľa ľahšie, keď sa s nimi stretáme ako so súčasťou matematického myslenia.”*

Zaujímavý pohľad ponúka tiež Papert (1980) vo svojej knihe *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. V nej síce nehovorí priamo o matematickom myslení (aspoň to tak neoznačuje), ale hovorí o myslení, ktoré sa môže u detí rozvíjať, ak budú sami skúmať „veľké matematické myšlienky”. Poukazuje na to, že neoddeliteľnou súčasťou rozvoja myslenia je afektívna zložka. Deti môžu s nadšením odhaľovať matematické myšlienky, ak sú spojené s niečím, čo im dáva zmysel, čo je pre nich dôležité. Papert ukazuje, že výborným nástrojom na rozvoj takéhoto myslenia je počítač. Vďaka nemu sa môže stať z formálneho konkrétne a deti môžu matematiku pochopiť neoddelene od zvyšku svojho zmýšľania a svojich záujmov, keď ju budú potrebovať využiť pri niečom, čo chcú samé vytvoriť (napr. ak chcú korytnačku v LOGU naučiť, aby nakreslila domček alebo panáčika či dokonca naprogramovať celú vlastnú hru). Papert dáva takýto živý a aktívny prístup, plný radosti z nápadov a myslenia do kontrastu s tým, čo sa deje na hodinách matematiky v tradičnej škole. Poukazuje na to, že školská matematika, v ktorej deti len preberajú vopred vybrané pravidlá a postupy, a ktoré precvičujú na množstve podobných príkladov, sa vynaliezavým deťom právom javí ako nudná a nielenže ich k premýšľaniu nemotivuje, ale môže ich svojou bezduchosťou od myslenia odrádzať. V súvislosti s tým konštatuje: *„Deti potrebujú a zaslúžia si niečo lepšie, ako povyberané kúsky starej matematiky. Rovnako ako oblečenie odovzdávané mladším súrodencom nikdy nesedí dobre.“*

Rovnako ako Devlin (2011, 2012) a Papert (1972, 1980) aj ďalší autori, ako Boaler (1998, 2016), Lockhart (2016), Hejný (2018), Hejný a Kuřina (2015), a pod. dávajú matematické myslenie (alebo myslenie celkovo v Papertovom prípade) do kontrastu s mechanickým vykonávaním naučených metód. Boaler (2016) tento protipól k matematickému mysleniu označuje ako procedurálnu matematiku, Hejný, Kuřina (2015) používajú pojem formalizmus.

Devlin (2011, 2012), Papert (1972, 1980) a Lockhart (2016) sa ďalej zhodujú na tom, že dôležitou súčasťou rozvíjania sa v matematike je naučiť sa myslieť ako matematici. Papert (1972) hovorí: *„Byť matematikom nie je možné definovať ako poznanie sady matematických faktov, rovnako ako byť poetom nie je možné definovať ako poznanie sady lingvistických faktov.“* Lockhart (2016) v tomto duchu v knihe *Matematikov žalospev* porovnáva prácu matematika a prístup k matematike na hodinách pri tradičnom vyučovaní slovami: *„... je také srdcervúce sledovať, čo sa deje na matematike v školách. To bohaté a fascinujúce dobrodružstvo sa redukuje na sterilný súbor faktov, ktoré si treba zapamätať, a postupov, ktoré treba dodržať. Namiesto jednoduchých otázok na tvary a útvary, namiesto tvorivého a obohacujúceho procesu vymýšľania a objavovania sa žiaci napríklad dozvedia, že plocha trojuholníka sa rovná jednej polovici súčinu základne a výšky. Žiaci sa musia naučiť naspamäť tento vzorec a potom ho používať znova a znova pri precvičovaní. Preč je chvenie objavovania, radosť, preč je smútok a frustrácia tvorivého procesu. Zmizol aj problém. Otázka bola položená a zodpovedaná súčasne – žiak už nemá čo robiť.“* a ďalej dodáva *„Avšak dôležitý nie je fakt, že trojuholníky zaberajú polovicu svojich okienok. Dôležitý je krásny nápad rozkrojiť ich jedinou čiarou, to, že táto myšlienka môže dať vzniknúť ďalším krásnym myšlienkam a viesť k tvorivým prelomom v úplne iných problémoch...“* Lockhart teda poukazuje na to, že základnou súčasťou myslenia v matematike je práve tvorivý proces objavovania, kladenia otázok a overovania nápadov, v čom sa zhoduje s Papertom (Papert, 1972; Papert, 1990) a Devlinom (Devlin, 2011; Devlin 2012). Bez zažitia tohto tvorivého procesu si podľa nich nie je možné prácu profesionálneho matematika predstaviť.

Na priblíženie toho, ako prichádzajú na nové myšlienky profesionálni matematici a vedci všeobecne, používa Kuřina (2016) Helmholtzove *stupne poznania nového*.

Sú to:

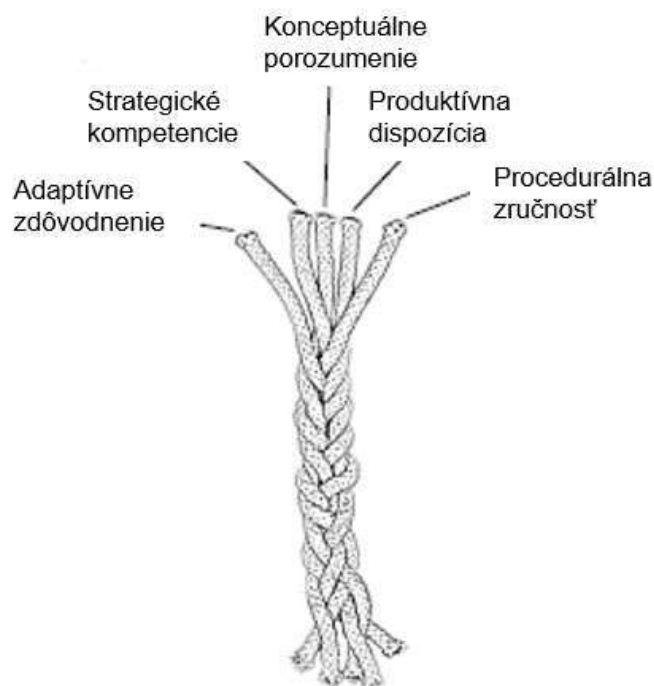
- 1 preparácia – problém je podrobený systematickej analýze
- 2 inkubácia – problém zreje v podvedomí vedca
- 3 iluminácia – v rade asociácií, ktoré sa vedcovi rodia v hlave, sa zrodí „šťastný nápad“, ktorý je jadrom riešenia problému
- 4 verifikácia – overovanie, či myšlienka riešenia je správna

Kuřina vyslovuje názor, že problém so školskou matematikou, ak sa vyučuje tradičným spôsobom, je v tom, že sa veľký dôraz kladie na bod 1, ktorý predstavuje prípravu riešenia úlohy, a potom až na bod 4 – overenie správnosti riešenia, pričom na kroky 2 a 3, ktoré sú pri práci vedca kľúčové, naopak nezostáva veľa času, a tak len málo žiakov zažíva radosť z objavu.

Samozrejme existuje rozdiel medzi objavovaním matematiky u profesionálnych matematikov a u žiakov. Rozdiel v objavovaní matematiky matematikmi a žiakmi je v tom, že matematici prinášajú nové poznatky pre vonkajší svet. Žiaci v porovnaní s tým objavujú niečo, čo je vo vonkajšom svete už známe, no na to, aby sa to stalo súčasťou aj ich sveta, je potrebné, aby to objavili vo svojej mysli. Devlin (2002) v *Jazyku matematiky* hovorí, že žijeme v neviditeľnom svete, ktorý sa riadi matematickými zákonmi. Objavovaním matematiky vo svojej mysli môžeme do tohto neviditeľného sveta nazrieť. Devlin zážitok z matematiky porovnáva s hudobným zážitkom. Podobnosť hudby s matematikou vidí v abstraktnom zápise, ktorý sa vyvinul aj pri hudbe aj pri matematike. Ako však ani sám hudobný zápis nie je hudbou, tak ani matematický zápis nie je matematikou, ale len jej vyjadrením. Devlin poukazuje na to, že hudbu môžeme zažiť aj sprostredkovane, tak, že ju niekto zahrá a my ju cez uši necháme preniknúť do svojho vnútra. Konštatuje, že na matematiku sa nám nevyvinula žiadna obdoba „matematických uší“. Na to, aby sme ju mohli skutočne zažiť a oceniť jej krásu, ju musíme nechať zaznieť v našej mysli.

Okrem otázky, čo je to matematické myslenie, by sme si mohli položiť aj otázku, aké zložky ho tvoria. Devlin (2011) za kľúčové časti matematického myslenia označuje logické myslenie, analytické myslenie a kvantitatívne uvažovanie. Papert (1980) poukazuje na dôležitosť štrukturálneho myslenia pri premýšľaní o matematike a na to, že ak si budeme rozvíjať štrukturálne uvažovanie pri matematike, budeme ho vedieť použiť aj pri iných činnostiach a naopak.

Zaujímavý pohľad na zložky matematického myslenia (alebo matematickej spôsobilosti) poskytuje aj National Research Council (NRC, 2001). NRC na základe zhodnotenia výsledkov dlhoročného výskumu v oblasti vývinovej psychológie a vyučovania matematiky navrhla pohľad na matematické myslenie ako na päť vzájomne prepletených vlákien. Tieto sú od seba neodlučiteľné a vzájomne sa prelínajú.



Obrázok 2: Prepojené vlákna, prevzaté z Adding It Up: Helping Children Learn (NRC, 2001)

Sú to:

- **konceptuálne porozumenie** – pochopenie matematických konceptov, operácií a vzťahov,
- **procedurálna zručnosť** – zručnosť pri flexibilnom, presnom, účinnom a primeranom vykonávaní postupov,
- **strategické kompetencie** – schopnosť formulovať, reprezentovať a riešiť matematické problémy,
- **adaptívne zdôvodnenie** – schopnosť logického myslenia, reflexie, vysvetlenia a zdôvodnenia,
- **produktívna dispozícia** – tendencia vidieť v matematike zmysel, považovať ju za užitočnú a prospešnú, a veriť vo význam úsilia a vo vlastnú schopnosť matematike porozumieť.

Pri analýze príležitostí pre rozvoj matematického myslenia pri hraní videohier (pozri Kapitolu 4), sa zameriavam na kombinatorické myslenie, pravdepodobnostné myslenie, strategické a taktické myslenie, logické myslenie, priestorovú predstavivosť a kvantitatívne uvažovanie. Používam ich v zmysle, v akom o nich uvažujú nasledujúci autori:

Kombinatorické myslenie považujú viacerí autori za špecifický aspekt matematického myslenia (Ammamarihta a kol., 2017; Rezaie, Gooya, 2011; Graumann, 2002). Podľa Medovej (2020) „*kombinatorické myslenie môže byť definované ako schopnosť tvoriť rôzne kombinácie myšlienok a kognitívnych operácií a systematicky plánovať prácu.*” Batanero a kol. (1997) uvádzajú, že kombinatorika sa zaoberá problémami s konfiguráciou konečnej množiny prvkov. Tieto problémy zvyčajne vedú k snahe odpovedať na otázky: „*Existuje konkrétna kombinatorická konfigurácia? Koľko existuje kombinatorických konfigurácií, ktoré spĺňajú určitú podmienku? Existuje optimálna konfigurácia?*” Na základe týchto otázok delia autori kombinatorické problémy na existenčné, ktoré sa zameriavajú na zistenie, či existuje daná konfigurácia; ďalej problémy, ktoré sa zaoberajú vytváraním skupín z prvkov danej množiny pri splnení určitej podmienky; problémy, ktoré skúmajú, koľko rôznych

riešení vyhovujúcich danej podmienke dokážeme vytvoriť; a napokon problémy, ktoré sa zaoberajú nájdením optimálnej konfigurácie z daných prvkov.

Pravdepodobnostné myslenie je podľa Sari a Hermanto (2017) kognitívna činnosť spojená s kontextom, ktorý obsahuje prvok neistoty. Konštatujú, že tým sa pravdepodobnostné myslenie líši od ostatných súčastí matematického myslenia, ktoré sa zameriava na deterministický kontext. Jones a kol. (1999) charakterizujú pravdepodobnostné myslenie ako myslenie v pravdepodobnostných situáciách, ktoré vnímajú ako situácie s viacerými možnými výsledkami, pričom tieto výsledky nie je možné vopred presne určiť. Podľa (Savard, 2014) „*pravdepodobnostné myslenie naznačuje, že pracujeme s neurčitosťou. Toto myslenie berie do úvahy dva dôležité komponenty: variabilitu výsledku a náhodnosť. Výsledok alebo výstup nie sú vopred určené, záležia na možných a priaznivých prípadoch (teoretická pravdepodobnosť), ich frekvencii (frekvenčná pravdepodobnosť) alebo vyhodnotení ich kritérii (subjektívna pravdepodobnosť) v spojení s náhodnosťou*”.

Strategické myslenie chápu Majeed a kol. (2021) ako kognitívny proces, ktorého cieľom je návrh dlhodobej stratégie na dosiahnutie určitého vopred stanoveného cieľa a jej flexibilné uplatňovanie. Tento proces podľa nich zahŕňa zohľadnenie minulých skúseností a odhadovanie budúceho vývoja. Bratianu a Murawa (2004) poukazujú na to, že strategické myslenie je úzko prepojené s pravdepodobnostným myslením, keďže pri snahe vytvoriť dlhodobú stratégiu treba myslieť aj na neistotu a riziko, ktoré v sebe zahŕňa budúcnosť. Podľa viacerých autorov (Papert, 1980; Devlin, 2000; NRC, 2001; Devlin, 2011; Boaler, 2016; Julita, Darhim, 2020) je tvorba stratégií tiež dôležitou súčasťou skúmania matematických myšlienok. **Taktické myslenie** je podľa autorov Majeed a kol. (2021) na rozdiel od strategického myslenia zamerané na okamžité hľadanie riešení z práve dostupných zdrojov. Zameriava sa teda na krátkodobé ciele a využíva pri riešení konkrétnej situácie. Vo svojej štúdii zistil tento kolektív autorov koreláciu medzi taktickým myslením a schopnosťou riešiť matematické problémy.

Logické myslenie je podľa viacerých odborníkov základnou súčasťou matematického myslenia (Devlin, 2012; Brunovský, 2002; Tatsuoka a kol., 2004, Nur,

2018; Steen, 1999). Brunovský (2002) dokonca poukazuje na to, že pod matematickým myslením sa často do veľkej miery chápe práve logické myslenie. Konštatuje: „Čo teda je to myslenie, ktorému má matematika učiť? Zvyčajne sa pod matematickým myslením rozumie schopnosť logicky uvažovať a jeho dôsledok – schopnosť dedukovať, prísne rozlišovať medzi príčinami a následkami.” Podľa Wu (2011) je logické myslenie „racionálny kognitívny proces, ktorý aktívne reflektuje objektivnú realitu pomocou konceptov, úsudkov, uvažovania a iných foriem myslenia.” Uvádza, že k logickému mysleniu patrí hlavne indukcia a dedukcia, analýza a syntéza a posun od abstraktného ku konkrétnemu. Medzi základné koncepty logického myslenia zaraďuje pojmy, úsudky a úvahy.

Priestorová predstavivosť nám podľa Gilligana (2020) „umožňuje porozumieť umiestneniu a rozmerom objektov a tomu, ako rôzne objekty spolu súvisia. Umožňuje nám tiež vizualizovať a manipulovať s predmetmi a tvarmi v našej myslí.” A ďalej zdôrazňuje: „Je dôležité si uvedomiť, že priestorové myslenie nie je len jedna zručnosť, ale súbor rôznych zručností.“ Uttal a kol. (2013) medzi tieto zručnosti zahŕňajú priestorovú vizualizáciu – schopnosť predstaviť si a mentálne transformovať priestorové informácie a priestorovú orientáciu – schopnosť predstaviť si seba alebo určité zoskupenie z rôznych uhlov pohľadu. Viacerí autori vnímajú priestorovú predstavivosť ako dôležitú súčasť matematického myslenia (Devlin, 2011; Boaler, 2015; Nunes, 2015; Gilligan, 2020; a pod.).

Kvantitatívne uvažovanie charakterizuje Nunes (2015) ako „schopnosť reprezentovať kvantitatívne informácie a pracovať s týmito reprezentáciami s cieľom dospieť k záverom, ktoré nie sú doteraz známe o zastúpených množstvách alebo vzťahoch medzi nimi.” Nunes (ibid) podobne ako Devlin (2011) toto myslenie zároveň vníma, ako dôležitú súčasť matematického myslenia.

Vzhľadom na afektívnu zložku rozvoja matematického myslenia je dôležité, aby sme sa s matematikou stretávali v prostredí, kde nám dáva zmysel. Ideálne, ak je nám toto prostredie blízke a dokáže nás pohltiť. Rozpoznanie matematiky v takomto prostredí môže u žiakov zvýšiť ich produktívnu dispozíciu. Matematiku môžu vďaka tomu začať vnímať ako užitočnú, a tiež uveriť vo svoju schopnosť porozumieť jej.

2.3 Poznávací proces v matematike

Ako je to s učením sa matematiky? Ako sa matematiku učíme ako deti a ako môže škola náš vzťah k nej formovať alebo deformovať?

U detí v predškolskom veku môžeme sledovať niečo podobné, ako v prístupe matematikov, ktorý som opísala v predchádzajúcej časti. Rovnako ako matematici, aj malé deti sú matematikou fascinované. Keď objavujú svet a zákonitosti, ktoré v ňom platia, matematika je pre nich súčasťou tohto objaviteľského dobrodružstva. Boaler (2015) píše: *„Deti v útlom veku milujú matematiku. Dajte im sadu kociek a ony ich budú zoradovať a stavať z nich, fascinované tým, ako hrany kociek k sebe sedia. Deti sa pozerú na oblohu a sú nadšené tvarom písmena V, ktoré vytvárajú letiace vtáky. Spočítajte s mladším dieťaťom predmety, popresúvajte ich a spočítajte znova, a ono bude očarené tým, že ich počet je stále rovnaký. Požiadajte dieťa, aby vytvorilo vzor z farebných kociek a ono bude s radosťou vytvárať opakujúce sa vzory, čo je jeden z najtypickejších matematických úkonov.“*

Sama som mala príležitosť vidieť podobnú detskú fascináciu matematikou u malých dievčat hrajúcich sa pred škôlkou v Španielsku. Jedno dievča otvorilo svoj peračník plný farebných fixiek. Dievčatá sa začali zabávať tak, že fixky vysypali na zem a so zatvorenými očami sa snažili vybrať určitú farbu. Pred každým výberom fixky pomiešali. Netrvalo dlho, kým prišli k objavu, že keď budú vytiahnuté fixky postupne vyradovať, bude uhádnutie tej správnej stále jednoduchšie. Potom spontánne prešli k druhej zábave. Fixky sa dali spájať jedna za druhou tak, že takto spojené držali spolu a pri postavení na výšku tvorili vysokú tenkú vežu. Dievčatá sa pustili do tvorenia takejto veže a následne sa postupne porovnávali s jej výškou. K veži sa postavilo najskôr jedno dievča a všetky sa tešili, že veža je vyššia ako ona. Postupne sa takto porovnávali všetky dievčatá. Keď sa k veži postavilo dievča, ktoré ju prevýšilo, pridali ďalšiu fixku a dievča sa s obnovenou vežou porovnávalo znova. Ak už výška veže stačila, dievčatá boli spokojné.

Vzťah k matematike sa zrejme „pokazí” až neskôr, počas školských rokov (Vankúš, Kubicová, 2010; Federičová, Mních, 2014). Pri tradičnom frontálnom vyučovaní sa to deje na jednej strane zmenou prístupu, kedy je objavovanie a hĺbavé premýšľanie nahradené používaním naučených metód a pravidiel, ako detailnejšie rozoberám v predchádzajúcej časti. Na druhej strane sa pri tomto type vyučovania u detí vytvára tiež škodlivá predstava, že v matematike môže byť dobrý len niekto. Americká Národná rada pre výskum (NRC, 2001) uvádza, že predškoláci väčšinou vstupujú do školy, s tým, že sa zaujímajú o matematiku a sú motivovaní sa ju učiť, ale už v prvom ročníku značná časť reaguje na kritiku svojho výkonu usudzovaním, že na matematiku jednoducho nie sú šikovní.

Na tento problém poukazujú aj Papert (1980) a Boaler (2016). Papert (1980) označil rozlišovanie ľudí na „dobrých v matematike” a „hlúpych na matematiku” ako „kultúrny toxín”, ktorým nás infikuje škola a opísal ho slovami: *„Problémy s matematikou v škole sú často prvými krokmi k invazívnemu intelektuálnemu procesu, ktorý nás vedie k definovaniu seba samých ako zhluku schopností a nedostatkov. Priradíme si označenia ako umelecký a neumelecký, hudobne nadaný alebo nenadaný, hĺbavý alebo povrchný, inteligentný alebo hlúpy, prípadne ako nadaný na matematiku alebo bez matematického nadania. Deficit v danej oblasti sa stane súčasťou našej identity a učenie sa zmení zo slobodného detského skúmania sveta na povinnosti spojené s neistotou a obmedzeniam, ktoré sme si sami uložili.”*

Boaler (2016) zdôrazňuje, že viera v matematický talent je nebezpečná nielen pre tých, čo neveria, že ním boli obdarovaní, ale práve naopak aj pre tých, čo sa za obdarovaných považujú. Ak ľudia s poňatím seba ako tých „dobrých v matematike” prídu k problému, ktorý nevedia vyriešiť, môže to naštrbiť ich sebadôveru. Navyiac však už samotný strach, že pri riešení zlyhajú a prídu tak o pocit svojej výnimočnosti ich môže viesť k tomu, že sa boja púšťať do ťažších úloh a tým sa sami limitujú.

Učenie sa matematiky objaviteľským spôsobom a zároveň zmena presvedčenia, že na matematiku nemá každý, sa teda javia ako významné elementy pre rozvoj matematického myslenia.

2.4 Matematika vo svetle modernej pedagogiky

V tejto časti predstavím tri moderné prístupy k vyučovaniu matematiky založené na objavovaní a aktívnom učení sa, konkrétne Hejného metódu, šanghajskú matematiku a metódu didaktiky matematiky Boaler. Princípy učenia sa v týchto prístupoch majú mnoho spoločného s princípmi učenia sa, ktoré nastáva pri hraní videohier, preto ich považujem aj za zaujímavý východiskový bod pre môj výskum. V kapitole 5, kde analyzujem, ako žiaci vnímajú školskú matematiku a matematiku, s ktorou sa podľa nich stretávajú pri hraní hier, porovnávam ich názory s princípmi v týchto metódach.

2.4.1 Hejného metóda

Hejného metóda je tiež známa pod názvom *Vyučovanie orientované na budovanie schém* (ang. Scheme-oriented Approach to Education) (Hejný, 2012). Táto metóda stavia na štyridsaťročných skúsenostiach a pedagogickom experimentovaní a výskume, ako aj na poznatkoch z psychológie o učení sa matematiky. Hejný, hlavný autor Hejného metódy, spolu s jeho otcom, už v ich článku z roku 1978 vyjadrili svoje presvedčenie: *„Ak chceme naučiť žiakov myslieť, ak chceme akcelerovať ich logické a abstraktné myslenie, potom nestačí poznať produkty takejto činnosti — nádherné (pre matematiku ovšem!) axiomatické stavby atraktívnych disciplín súdobej matematiky. Úspešnosť našej práce závisí predovšetkým od toho, či poznáme zákonitosti, ako vzniká a rastie proces „učenia sa myslieť“, či poznáme spôsoby, ako takýto proces môžeme u žiakov navodiť.“* (Hejný, Hejný, 1978).

Hejného metóda je založená na konštruktivizme. Vychádza z presvedčenia, že človeku nie je možné poznatok odovzdať, ale musí ho objaviť sám vo svojej mysli, „skonštruovať“ si ho (Hejný, Kuřina, 2015; Hejný, 2012).

Hejný a Kuřina (2015) preniesli do didaktiky matematiky ideu troch svetov, podľa Bolzana a Poppera:

Svet 1 tvorí fyzický svet. Je to svet všetkých fyzických vecí, ktoré nás obklopujú. Svet hmoty, prírody, techniky, atómov a molekúl.

Svet 2 je vnútorný svet človeka. Sú to jeho predstavy a skúsenosti, myšlienky, pocity, duševné stavy a procesy.

Svet 3 sa nazýva aj svet kultúry. V ňom sa vyjadrujú výtvary ľudského ducha. Je to svet pojmov, teórií, ideí, omylov či umeleckých diel.

Hejného metóda je založená na presvedčení, že skutočné porozumenie matematike sa deje jej objavovaním vo svete 2. Pri tomto objavovaní nám môžu pomôcť určité fyzické reprezentácie patriace svetu 1 alebo hlbšie skúmanie teórií a ideí zo sveta 3. Kvasz (2016) poukazuje na to, že takéto objavovanie vo svete 2 je rešpektovaním epistemickej blízkosti matematiky. Vyslovuje: „*Princíp epistemickej blízkosti vyplýva zo špecifickej povahy matematiky. Matematiku, matematické objekty a vzťahy totiž nosíme v sebe.*” a ďalej konštatuje, že preto sa ani k matematickému poznaniu nemôžeme dostať zvonka, nikto nám ho nemôže odovzdať, ale môžeme ho nadobudnúť len vlastnou poznávacou činnosťou.

Autori metódy opisujú poznávací proces, ktorý je založený na takomto objavovaní matematiky, ako päť po sebe nasledujúcich etáp (Hejný, 2007; Hejný, 2012; Hejný, Kuřina, 2015). Sú to motivácia, izolované modely, generické modely, abstraktné poznatky a kryštalizácia.

Poznávací proces sa podľa autorov začína motiváciou. Vnútorná motivácia nás vedie k spoznávaní najskôr niekoľkých konkrétnych prípadov (izolované modely). Napríklad ako deti rátame, že dva kamienky a tri kamienky je päť kamienkov. Ukazujeme pri tom na každý z nich. Inokedy zasa spočítame dokopy kôpky cukríkov, kde na jednej sú dva a na druhej tri cukríky. Stále si na ne buď ukazujeme prstom alebo ich berieme do ruky. Časom, ako sa stretávame so stále väčším počtom podobných prípadov, si uvedomíme, že nemusíme na tieto predmety priamo ukazovať, ale môžeme počítať prsty, ktoré ich nahrádzajú. Tak vzniká generický model, v tomto prípade prsty, ktorý budeme vedieť neskôr použiť v podobnej situácii. Po stretnutí sa s dostatočným množstvom podobných prípadov, v ktorých tento generický model využijeme, príde ďalšia fáza. Uvedomíme si, že výsledok v takýchto prípadoch bude vždy päť. Dôjde u nás k abstrakcii poznatku $2 + 3$ je 5. Tak sa zrodí

nový poznatok. Ten sa zaradí do celkovej schémy toho, čo už poznáme (kryštalizácia). Takto vzniká a zaraduje sa do schémy každý neformálny matematický poznatok. Obohatí ju, alebo úplne pretvorí. Prechod od izolovaných modelov ku generickým modelom a rovnako prechod od generických modelov k abstraktnému poznatku autori označujú ako abstrakčný zdvih. Abstrakčný zdvih je podľa (Hejný a kol., 1989) „*okamih objavu. Okamih, v ktorom človek uzrie to, čo dovtedy nevidel. Okamih vyvolávajúci v psychike silnú emóciu radosti, toxickú rozkoš, ako vraví B. Russell.*“

Autori sú presvedčení, že takýmto objaviteľským spôsobom, ktorý prechádza cez všetkých 5 uvedených etáp, by sa mala učiť celá školská matematika. Za základnú úlohu učiteľa považujú motivovanie žiakov k aktivite. Učiteľ pri tomto prístupe žiakom predkladá podnetné úlohy a ponecháva im dostatočný priestor na vlastné objavy. Podnecuje ich, aby formulovali vlastné nápady a vedie ich k spoločnej diskusii v triede. Dokonca aj keď žiak „*položí priamu matematickú otázku, učiteľ dá najavo, že si túto otázku váži, napr. slovami: 'Je to zaujímavá otázka' a následne žiada triedu, aby hľadala odpovede*“. (Hejný, 2012). Aktivita je teda naplno v rukách žiakov. Učiteľ žiakov neupozorňuje ani na chyby, necháva ich, aby ich sami odhalili a podnecuje ich k vnímaniu, že chyby sú dôležitou súčasťou hľadania.

Aby sme lepšie porozumeli špecifickosti objavovania, ktorému sa žiaci pri tejto metóde venujú, je dôležité uvedomiť si jeho ukotvenie v genetickom prístupe k matematike, na ktoré upozorňuje Kvasz (2016). Tento genetický prístup k matematike je podľa jeho slov „*založený na detailnom poznaní jej histórie a epistemológie.*“ V tomto smere vyslovuje: „*Keď sa pozrieme na Hejného učebnice očami historika matematiky, nájdeme v nich veľké množstvo skrytej, implicitnej histórie matematiky. Každý poznatok, ktorý chce dieťa naučiť, je rozložený do série krokov opakujúcich históriu jeho objavu.*“ a ďalej uvádza „*Výber problémov a ich vzájomné radenie kopíruje proces historickej genézy matematického poznania. V tomto smere je formatívna sila učebníc neporovnateľne vyššia než o akej môže snívať učiteľ v klasickej škole. Ten, keď žiakom vysvetľoval určitý poznatok, niektorí mu rozumeli, iní na to neboli pripravení a pre ďalších to bolo úplne mimo ich kognitívneho dosahu. V prípade Hejného metódy sú (v ideálnom prípade) všetky*

kroky, ktoré v histórii viedli k objavu určitého poznatku, prítomné a sú vtelené do podoby série gradovaných úloh. Žiak, riešiac tieto úlohy, môže príslušný krok urobiť sám a tak rekapitulovať históriu objavu.”

Ďalšou dôležitou súčasťou Hejného metódy sú prostredia. Vytváranie určitej schémy je aj v bežnom živote úzko prepojené s pobytom v danom prostredí. Hejný (2007) v tomto smere uvádza príklad: *„Viete koľko máte vo svojom byte a) okien, b) dverí, c) lúč, d) kobercov? Asi žiadne z týchto čísel nepoviete ihneď, ale ku každému sa dopočítate. Budete v duchu prechádzať svojim bytom, z miestnosti do miestnosti, a budete počítat a) okná, b) dvere, c) lampy, d) koberce. To môžete uskutočniť, pretože vo vedomí máte uloženú schému svojho bytu. Výsledok nepoviete ihneď, ale nájdete ho celkom bezpečne.”* Aj na matematike v škole by si podľa neho mal žiak vytvárať takúto schému tým, že opakovane navštevuje rôzne matematické prostredia, v ktorých rieši mnoho rôznych úloh a diskutuje o nich so spolužiakmi, pričom sa vracia k situáciám, ktoré ešte úplne nepochopil. (Hejný, 2011). S takouto návštevou prostredia, podobne ako v reálnom svete, tiež súvisí, že sa pritom prelínajú rôzne matematické témy. Fragmentácia matematiky na oddelené celky, ktorá je typická pre tradičné vyučovanie, tu nemá miesto. Hejný (2012) to ilustruje na spomínanom príklade s bytom: *„Táto schéma nie je výsledkom učenia sa učebných osnov 'Zariadovanie nášho bytu' v septembri, 'Svietidlá a koberce' v októbri, 'Kuchyňa' v novembri, atď. Táto schéma je výsledkom našich každodenných skúseností v danom prostredí.”*

Hejného metóda tiež kladie dôraz na osobnostný rozvoj žiakov (Hejný, Kuřina, 2015; Hejný, 2012). K tomu prispieva napr. tým, že každý žiak má právo na svoju stratégiu riešenia úloh. Zároveň tým, že žiaci o svojich riešeniach diskutujú so spolužiakmi, sa učia porozumieť aj myšlienkovým procesom iných.

2.4.2 Šanghajská matematika

Ďalšou zaujímavou metódou je šanghajská matematika. Žiaci zo Šanghaja dosahujú dlhodobu najlepšie výsledky v matematickej gramotnosti v meraní PISA (OECD, 2019b), a tak sa šanghajský spôsob vyučovania matematiky stáva inšpiráciou aj pre

iné krajiny. O šanghajskú matematiku v súčasnosti javí veľký záujem napríklad Anglicko, ktoré ju integrovalo aj do svojich nových učebných osnov (Department for Education, 2015).

Učenie sa na hodinách matematiky v duchu tejto metódy začína nastolením problému, na ktorý sa žiaci spoločnými silami snažia prísť. Sú vedení k tomu, aby sa nad problémom zamýšľali do hĺbky, aby sa viac pýtali ako odpovedali. Žiaci tiež často počas učenia sa niečo vytvárajú, pracujú na projektoch, využívajú rôzne pomôcky a digitálne technológie. Boaler (2016) popisuje skúsenosť, ktorú zažila pozorovaním hodín matematiky v Šanghaji slovami: *„Učitelia učili všetky koncepty formou skúmania a bádania – dokonca aj tie najvšeobecnejšie, akými sú definície doplnkových a vedľajších uhlov. Na jednej hodine sa učiteľka so žiakmi zaoberala práve spomínanými uhlami, dala im príklad a požiadala ich, aby si dôkladne premysleli otázku a potom sa mali zaoberať touto otázkou a všetkými myšlienkami, ktoré sa v súvislosti s ňou vynorili. Počas diskusie prenikli žiaci do tejto oblasti tak hlboko, ako som ešte nikdy na hodinách matematiky pri tejto téme nezažila.“* Učiteľka na tejto hodine vystupovala ako podpichovač či „provokatér“ a zavádzala žiakov rôznymi vyhláseniami, aby ešte viac rozpútala diskusiu. V ďalšej časti hodiny sa žiaci pokúšali rôznymi spôsobmi zobrazit' vzťahy medzi uhlami. Robili rôzne nákresy, preklápali a otáčali uhly a pritom naďalej o svojich myšlienkach s nadšením diskutovali s učiteľkou a ostatnými žiakmi.

Zaujímavým pilierom šanghajskej matematiky je presvedčenie, že matematika je pre všetkých a dokáže sa ju naučiť každý (Stripp, 2014). Neexistuje tu delenie žiakov na „dobrých v matematike“ a na „v matematike slabších“. Na ďalšiu úroveň sa postupuje vždy, až keď všetci žiaci pochopia daný problém. Chyby sa berú pozitívne a žiaci ich na hodinách podľa (Boaler, 2016) *„hrdo prezentujú“*.

2.4.3 Boaler

Boaler je didaktička matematiky zo Stanfordskej univerzity. Skúmaniu, ako zmysluplne učiť matematiku, sa venuje už 20 rokov. Verí, že potenciál na naučenie

sa matematiky je v každom žiakovi, aj keď školská matematika vyučovaná tradičným spôsobom dokáže tento potenciál často úspešne potlačiť (Boaler, 2015).

Podobne ako v predošlých prístupoch aj ona považuje za dôležité, aby žiaci matematiku objavovali sami. Verí, že žiaci by mali na hodinách matematiky dostávať otvorené úlohy, ktoré podnecujú kreatívne premýšľanie a ktoré je možné riešiť rôznymi spôsobmi. Zadané úlohy by pre každého mali predstavovať dostatočnú výzvu a možnosť objavovať. Za ideálne považuje úlohy s *nízkym prahom a vysokým stropom*. To znamená, že je pomerne ľahké prísť aspoň na niečo a ďalej sa dá posúvať vyššie a objavovať stále viac. Podľa jej slov: „*Vďaka takýmto úlohám majú všetci žiaci prístup k jednotlivým konceptom a prácu s nimi môžu dotiahnuť na veľmi vysokú úroveň.*” Za vhodné považuje vyučovanie pomocou dlhodobých projektov pri ktorých žiaci niečo sami vytvárajú a matematika tu slúži ako prostriedok. Úspešnosť tohto spôsobu ukazuje napríklad v (Boaler, 1998). Takýto prístup je zároveň v súlade s Papertovým konštrukcionizmom (Kalaš a kol., 2013).

Boaler za dôležitú tiež považuje, podobne ako predchádzajúce prístupy, prácu v skupinách. Verí v silu motto „*nikto nevie všetko, ale každý vie niečo*”. Myslí si, že vyjadrovanie matematických myšlienok a spoločné premýšľanie nad nimi je užitočné pre každého. Ten, kto na daný nápad prišiel, sa vďaka snahe formulovať ho pre iných dostáva k ešte hlbšiemu pochopeniu daného konceptu. Pre ostatných to môže byť zasa rozšírenie ich úvah, obohatenie toho, na čo zatiaľ sami prišli a môže im to pomôcť v ďalších úvahách. Žiaci si zároveň prácou v skupinách rozvíjajú schopnosť vzájomne komunikovať a prijímať zodpovednosť za ostatných.

Aj v tomto prístupe, rovnako ako v predchádzajúcich prístupoch, sa chyby vnímajú ako dôležitá súčasť učenia sa. Boaler verí, že to, čo žiakov pri učení sa matematiky často brzdí, je práve strach z robenia chýb, obava zo zlyhania. Preto považuje za dôležité formovať u žiakov k chybám pozitívny vzťah. Cestu vidí v oboznamovaní ich s dôležitosťou robenia chýb v bežnom živote ako aj s výsledkami neurovedy, ktoré potvrdzujú, že pri robení chýb sa mozog rozvíja (Moser a kol., 2011). Znamená to, že sa stretáva so situáciou, ktorá preň nie je úplne triviálna.

Podobne ako v Hejného metóde, aj Boaler vidí učiteľa v pozícii sprievodcu. Žiaci pracujú na zadaní v skupine a až keď daná skupina potrebuje s niečím poradiť alebo chce nejaké inšpiratívne a podnetné zhodnotenie, zavolá učiteľa. Učiteľ teda vždy pomáha, až keď je o to záujem a robí to individuálne pre danú skupinu. Každá skupina má právo na svoju vlastnú cestu.

Boaler verí, že podstatnou úlohou vyučovania matematiky má byť prebúdzanie presvedčenia každého žiaka, že na matematiku má potenciál. Za veľký problém pri vyučovaní matematiky považuje elitárstvo, rozdeľovanie žiakov na v matematike „nadaných“ a „nenadaných“, alebo „dobrých“ a „slabších“. Ako som opísala vyššie, ani pri učení matematiky podľa šanghajskej metódy sa s takýmto delením nestretáme. Boaler si myslí, že toto rozdelenie je neoprávnené a ubližuje obom stranám. Poukazuje na to, že žiaci označovaní ako „talentovaní“ sa boja robiť chyby, majú strach z vlastného zlyhania, z toho, že by tým svoj status nadaných naštrbili. Majú často pocit, že musia na všetko prísť hneď, bez námahy, inak sa cítia ako podvodníci. Naopak tí, čo skončili v kategórii slabších, sa často ani nesnažia. Uverili, že matematika nie je pre nich a rezignovali.

Podobný vplyv môže mať podľa Boaler aj stereotypizácia. Napríklad dievčatá alebo príslušníci určitej rasy často ľahko vplyvom názoru v spoločnosti uveria, že matematika nie je pre nich, čo reálne spôsobí, že si v nej prestanú veriť a stratia o ňu záujem. Boaler preto za dôležité pri učení matematiky považuje prejavovanie dôvery v každého žiaka a búranie stereotypov. Verí, že všetkým žiakom treba dať prístup k náročnejšiemu učivu a motivovať ich, aby premýšľal nad vecami do hĺbky. Za dôležité tiež považuje oceňovanie snahy namiesto oceňovania šikovnosti. To žiakov motivuje vynakladať úsilie, dáva im väčšiu slobodu experimentovať a nebáť sa robiť chyby.

Boaler má svoje tvrdenia podložené množstvom vlastných výskumov a výskumov iných odborníkov (pozri napr. Boaler, 2016). Aj na základe nich verí, že matematika môže byť nástrojom, ktorý pomáha rozvíjať kreativitu, otvorenú myseľ, a tiež cestou k rovnosti.

Uvedené prístupy chcú a musia žiakom dopriať dost' času na vlastný objav. Preto sa u nás ťažko zavádzajú, pretože u nás má vyššiu prioritu individuálny úspech a veľa tém.

2.5 Informatické myslenie

Informatické myslenie sa čoraz častejšie vníma ako neoddeliteľná súčasť modernej školy. Podľa (Kabátová a kol., 2016) v posledných rokoch mnohí pedagógovia, tvorcovia vzdelávacích politík, ale aj vedci požadujú, aby sa informatické myslenie stalo súčasťou základného vzdelávania všetkých detí. Autori spomínanej publikácie poukazujú na skutočnosť, že pre to existujú rozdielne dôvody. Niektorí veria, že by si žiaci mali rozvíjať informatické myslenie kvôli neskorším príležitostiam pracovať v oblasti informatiky, iní považujú informatické myslenie za novú gramotnosť, ktorú by si mal rozvíjať každý s cieľom stať sa plno rozvinutým jedincom v digitálnom svete. Aj v nových vzdelávacích dokumentoch (OECD, 2018; Department for Education, 2013; a pod.) môžeme v ostatných rokoch vidieť rozšírenie dôrazu od rozvoja zručností pri práci s digitálnymi technológiami k dôrazu na rozvoj informatického myslenia.

Čo je to však informatické myslenie? Rovnako ako v prípade matematického myslenia, ani pri informatickom myslení nie je jednoduché definovať, čo to vlastne je.

Wing (2006) o ňom hovorí, ako o *spôsobe myslenia, aký používajú informatici*. Tvrdí, že tento spôsob myslenia je dôležitý pre všetkých, nielen pre informatikov, a poukazuje na to, že je tiež súčasťou rôznych ďalších disciplín či činností v každodennom živote. Podľa jej slov: „*Informatické myslenie spočíva v riešení problémov, navrhovaní systémov a porozumení ľudskému správaniu na základe kľúčových konceptov informatiky.*“ A ďalej zdôrazňuje: „*Informatické myslenie je spôsob, ako riešia problémy ľudia. Nesnaží sa prinútiť ľudí, aby premýšľali ako počítače.*“ Hovorí, že počítače sú sami osebe nudné, ale „*My ľudia robíme počítače vzrušujúcimi. Vďaka digitálnym zariadeniam využívame našu chytrnosť na riešenie*

problémov, na ktoré by sme si netrúfli pred digitálnou dobou, a budujeme systémy s funkčnosťou obmedzenou iba našimi predstavami.”

O tejto novej vzrušujúcej ceste myslenia a premýšľania o myslení, ktorú otvárajú počítače, hovoril Papert už vo svojom kľúčovom diele *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas* (Papert, 1980). V tomto diele zároveň ako prvý použil pojem informatické myslenie (computational thinking) a vyslovil svoju predstavu o tom, ako tento spôsob myslenia postupne prenikne do každodenného života a zmení aj spôsob vzdelávania. Sníval o novej škole, v ktorej budú deti programovať a tak sa z nich stanú skutoční myslitelia a objavitelia.

Svoju víziu používania počítačov v modernej škole písal slovami: *„Nie je pravda, že obraz vzťahu dieťaťa s počítačom, ktorý tu budem rozvíjať, presahuje rámec toho, čo je bežné v dnešných školách. Môj obraz neprekračuje tento rámec: ide opačným smerom. V mnohých školách dnes výraz ‘počítačom podporovaná výučba’ znamená, že počítač učí dieťa. Dalo by sa povedať, že sa na programovanie dieťaťa používa počítač. V mojej vízii však dieťa programuje počítač, a tým získava pocit ovládnutia najmodernejšej a najvýkonnejšej technológie a vytvára si intímny kontakt s najhlbšími vedeckými myšlienkami, od matematiky až po umenie vytvárať kognitívne modely.”*

Na týchto Papertových predstavách stoja aj základy modernej informatiky v školách. Aj autori obsahu našej školskej informatiky vychádzajú z týchto Papertových myšlienok a jeho konštrukcionizmu. Navrhujú ju s rešpektom voči žiakom a ich poznávaciemu procesu. Žiaci v nej sú tými, ktorí skúmajú, skúšajú, tvoria, majú v rukách moc – ovládajú rôznych agentov, pomocou ktorých môžu myslieť a premýšľať o svojom myslení. (Kalas a kol., 2018; Kabátová a kol., 2016).

Ako nájdeme v (Kalaš a kol., 2010) *„Papert a logovská kultúra, ktorú inicioval a rozvíjal, ovplyvnila učiteľov, odborníkov a politikov na celom svete. Uvedomme si, že nie Logo samé je pointou logovskej kultúry, ale edukačné programovanie, ktoré mladým ľuďom vytvorilo príležitosť a dalo do rúk nástroj na učenie sa robením, učenie sa objavovaním. A tak aj v našej informatike, hoci žiaci pracujú s rôznymi prostrediami, a neustále pribúdajú nové, táto kultúra zostáva stále dôležitým základom.”*

Rovnako ako pri matematickom myslení, aj pri infromatickom myslení sa môžeme pýtať, aké komponenty ho tvoria a ani tu neexistuje jednoznačná zhoda. Rôzni odborníci, ktorí sa ním zaoberajú, ho chápu rôznym spôsobom. Cansu a Cansu (2019) analyzovali, ako infromatické myslenie vnímajú vo svojich vedeckých publikáciách rôzni autori a na základe toho medzi základné komponenty infromatického myslenia zaradili tieto:

- **Abstrakcia** – proces, vďaka ktorému určité detaily ustupujú do pozadia – vždy, kedy od nich môžeme „odstúpiť“, čím sa problém stáva prehľadnejším a teda jednoduchším.
- **Dekompozícia** – rozdelenie problému na menšie, zrozumiteľnejšie podproblémy.
- **Algoritmické myslenie** – proces vytvárania jednoznačne vykonateľných schém na riešenie skupín príbuzných problémov a uvažovanie o ich vlastnostiach.
- **Automatizácia** – vytváranie schém na automatizované spracovanie podobných situácií
- **Generalizácia** – identifikovanie určitých vzorov, podobností a súvislostí a ich použitie v inom kontexte.

Selby a Woollard (2013) ako ďalší z komponentov infromatického myslenia uvádzajú aj **vyhodnocovanie** (evaluation), ktoré chápu ako schopnosť hodnotiť riešenia a procesy z hľadiska ich efektívnosti a využívania zdrojov a schopnosť rozpoznávať a hodnotiť výsledky. Aj keď Cansu a Cansu nezaradujú hodnotenie medzi komponenty infromatického myslenia, uvádzajú reflexiu ako jeden z postupov používaných v kontexte infromatického myslenia. Reflexia sa používa v zmysle identifikovania kritérií a správne a primerané zhodnotenie v kontexte týchto kritérií riešenia problému.

2.6 Videohry a herné žánre

Pod pojmom videohry rozumieme rôzne digitálne hry, ktoré môžeme hrať na rôznych digitálnych zariadeniach. Patria sem počítačové hry, hry na mobiloch, konzolové hry či hry pre virtuálnu realitu.

Videohra je médium, ako každé iné – ako film, časopis, kniha, ale zároveň je iné. Je iné v tom, že nám umožňuje aktívnu účasť – sami sa stávame súčasťou deja, berieme na seba zodpovednosť za vývoj jej priebehu. Jeden mladý hráč opísal hranie videohier slovami: „*Je to akoby si čítal knihu a zároveň ju písal.*”

To čo odlišuje videohry od iných médií je ich interaktívnosť. Interakciu medzi hráčom a videohrou zabezpečujú tzv. herné mechaniky. Podľa (Čierny, 2018) „*Herná mechanika poskytuje hráčovi určitý set pravidiel vo forme predpísaných vzťahov medzi hernými elementami a ich dopadom na stav hry. Herné mechaniky by mali viesť hráča a samotnú hru k určitému správaniu pomocou vymedzenia možných spôsobov ako dosiahnuť požadovaný cieľ. Herné mechaniky sú teda funkcie, ktoré opisujú možné, preferované alebo doporučené spôsoby, ktorými môže hráč interagovať s hernými elementami pri tom, ako sa snaží ovplyvniť stav hry smerom k dosiahnutiu cieľa.*”

2.6.1 Herný slovník

Hráči používajú špecifický slovník, ktorý môže byť pre čitateľov, ktorí nehrajú hry dosť nezrozumiteľný. Preto pre lepšiu čitateľnosť uvediem niekoľko herných pojmov, ktoré sa budú vyskytovať v ďalšom texte, obzvlášť v citátoch žiakov v Kapitole 5.

akčné body – používajú sa pri ťahových hrách (ang. action points, resp. AP). Predstavujú body, za ktoré môže hráč vykonať určité herné akcie, pričom každá akcia je vyjadrená počtom bodov, ktoré sú na ňu potrebné.

armor – predstavuje výzbroj, ktorá hernú postavu chráni pred poškodením

boss - náročnejší nepriateľ, ktorý často blokuje prístup do určitej oblasti. V mnohých hrách sa tiež nachádza na ich konci.

cooldown – časový interval, ktorý treba čakať po zoslaní kúziel alebo schopností pred ich ďalším použitím

damage - poškodenie, ktoré dáva určitá zbraň alebo schopnosť či kúzlo

HP (hp-čká) – atribút herných postáv, ktorý predstavuje hodnotu zdravia resp. životy (z ang. hit point)

mana – atribút herných postáv, ktorý predstavuje tzv. magickú energiu, ktorá je potrebná na používanie schopností a zosielanie kúziel

spell – kúzlo, ktoré v hre spôsobí určitý efekt

2.6.2 Herné žánre

Mnoho ľudí, ktorí nehrajú hry, si pri pojme videohra často predstaví nejakú „strielačku“. Avšak tzv. strielačky tvoria len jednu skupinu týchto hier. Existuje viacero herných žánrov s pestrou paletou obsahu. A strieľanie sa vyskytuje iba v niektorých.

Tak ako pri literatúre aj pri videohrách rozlišujeme rôzne žánre. Bolo by ťažké a zrejme aj zbytočné vymenovať ich tu všetky. Základné žánre majú často mnoho podžánrov a neustále vznikajú ďalšie. Stáva sa, že nová hra sa nedá zaradiť do žiadneho žánru a tak vlastne definuje nový. V krátkosti predstavím aspoň tie najbežnejšie žánre, s ktorými sa môžeme stretnúť pri základnom delení hier na rôznych herných portáloch (*games.cz, doupe.cz, gog.com, a pod.*). Platí tiež, že nie každú hru môžeme jednoznačne zaradiť do jedného žánru. Mnohé sú kombináciou niekoľkých z nich.

Adventúry

Adventúry predstavujú herný žáner založený predovšetkým na silnom príbehu. Príbehom sa posúvame tak, že postupne riešime rôzne hlavolamy a zamotané situácie. Celá hra je postavená na hľadaní a spájaní súvislostí, takže pri hraní je treba neustále logicky uvažovať. V hre často nachádzame predmety, ktoré nám môžu pomôcť, ak ich správne skombinujeme a vhodným spôsobom použijeme. Tiež nám často pomáhajú rôzne postavy, ktoré v prostredí hry stretáme. Na to, aby nám pomohli, s nimi potrebujeme zväčša rozumne komunikovať alebo pre nich spraviť nejakú protislužbu. Tak sa často dostávame k novým, nečakaným úlohám a výzvam.

Príbeh v hre býva zvyčajne dosť spleťtý a k jeho rozuzleniu môžu viesť rôzne cesty. Okrem hlavnej línie sa často vieme dostať k mnohým vedľajším častiam, podľa vlastnej zvedavosti a chuti, ako aj podľa rozhodnutí pri riešení predchádzajúcich situácií. V niektorých hrách svojimi rozhodnutiami meníme aj hlavnú líniu hry a v závere môžeme dôjsť k rôznym koncom.

Príkladom adventúry je *Life is Strange*, kde sa hráč ocitne v roli dievčaťa, ktoré má schopnosť vracat' čas. Vždy, keď čas vráti, však zmení aj minulosť a alternatívna realita, ktorá sa stáva skutočnosťou, tiež nie je vždy práve najlepšia. Ide o silne psychologickú hru, kde okrem zložitých logických úloh, ako je to bežné vo väčšine adventúr, riešime aj zložité psychologické situácie. Dokážeme zabrániť kamarátke, ktorá sa stala v škole obeťou výsmechu, aby skočila zo strechy? Počas celej hry sa snažíme inej kamarátke neustále doslova zachraňovať život. Ako to dopadne? Ide o príklad hry, kde o tom, ako skončí, rozhodneme sami.

Ďalším príkladom adventúry je *Broken Sword 5*. Ide o **point and click** adventúru, v ktorej vyšetrujeme vraždu. Kúsok po kúsku dávame dokopy indicie, riešime šifry a odhaľujeme súvislosti, ktoré nás postupne dovedú k motívu vraždy a k samotnému vrahovi.

RPG hry

RPG, skratka pre *role-playing game*, sa u nás prekladá ako hry na hrdinov. Sú to hry, v ktorých zaujmeme rolu určitej fiktívnej postavy, s ktorou sa vyberieme do sveta plného dobrodružstiev plniť rôzne neľahké úlohy. Už na začiatku vstúpime do hry s postavou, ktorá má určité vlastnosti a schopnosti. Počas hry túto postavu naďalej neustále vyvíjame, učíme ju nové schopnosti, zlepšujeme jej zvolené vlastnosti, zabezpečujeme jej nové a lepšie vybavenie, získavame a zlepšujeme zbrane. Tiež prostredníctvom nej v hre konáme, a tak formujeme jej charakter. Svoju postavu si vytvárame podľa vlastných predstáv a preferovaného herného štýlu. Každá postava vytvorená konkrétnym hráčom je originálna a odráža jeho jedinečnosť.

Hra nás zoberie do bohatého komplexného sveta, z ktorého máme na začiatku sprístupnenú len jeho malú časť. Ďalšie časti sa odkrývajú postupne, posúvaním sa v príbehu vďaka plneniu rôznych misií a zdolávaniu bojov s nepriateľmi. Za splnené misie získavame buď peniaze, body, skúsenosti alebo nejaký predmet. Získané body môžeme využiť na zlepšenie vlastností alebo schopností svojej postavy. Môžeme ju tak spraviť napríklad silnejšou, inteligentnejšou, charismatickejšou a pod. To sa prejaví potom ďalej v hre a ovplyvní možnosti, ktoré bude mať pri svojom konaní. Čím je postava silnejšia, tým sa jej môže viac dariť v boji, vďaka väčšej charizme môže lacnejšie nakupovať, vďaka vyššej inteligencii môže zasa lepšie komunikovať s inými postavami a pod. Môžeme ju tiež naučiť nejakú konkrétnu schopnosť, napríklad schopnosť vytvárať určité predmety, využívať určité kúzlo alebo špeciálny typ útoku. Niektoré z vlastností postavy sa menia tiež na základe našich rozhodnutí v hre. Našej postave môže napr. klesnúť reputácia, ak bude v určitej situácii klamať a pod.

Svoju postavu môžeme ďalej vylepšovať pomocou oblečenia a zbraní, ktoré získavame buď ako odmenu, nájdeme ich niekde v prostredí, alebo si ich kúpime u obchodníka. Obchodníkovi môžeme zväčša tiež predávať predmety, ktoré sa nám hodia menej a získavať tak ďalšie potrebné peniaze. Peňazí ako aj bodov schopností máme vždy len obmedzené množstvo, takže ich treba investovať rozumne.

V hre existuje hlavný príbeh a s ním sú spojené povinné misie, ktoré musí splniť každý, kto chce hru prejsť do konca. Okrem toho máme možnosť plniť vedľajšie misie, za ktoré získavame rôzne odmeny. Obvyklou súčasťou RPG hry sú súboje, ktoré preveria zdatnosť našej postavy. Pri boji môžeme využívať rôzne naučené schopnosti a ťahy, obnovovať si zdravie, ak na to máme k dispozícii potrebné zdroje alebo využívať rôzne jednorazové predmety, ktoré nám určitým spôsobom pomáhajú.

Príkladmi RPG sú Witcher, fantasy hra, v ktorej sa ocitáme v roli zaklínača, Bloodborne a Dark Souls, hry z temného prostredia, v ktorých sú platidlom duše porazených netvorov alebo fantasy RPG Divinity: Original Sin, v ktorom sa na dobrodružnú výpravu vyberáme dokonca hneď s niekoľkými postavami. Medzi RPG

hry zaraďujeme aj **MMO** (massively multiplayer online) **RPG**, ako je napr. World of Warcraft. Sú to hry založené na tímovej spolupráci. V týchto hrách sa v hernom prostredí stretávame online s ďalšími hráčmi a spoločne riešime náročné situácie.

Strategické hry

Strategické hry predstavujú herný žáner, ktorý je postavený na strategickom myslení a tvorbe správnych taktík. Rozlišujeme viaceré druhy strategických hier. Jednu veľkú skupinu tvoria **budovateľské stratégie**. V nich sami tvoríme prostredie tým, že v ňom staviame rôzne budovy, vysádzame lesy, konštruujeme rôzne atrakcie či zariadenia. Vždy to robíme za nejakým účelom, ktorý býva v jednotlivých hrách rôzny. Všetko, čo v hre vytvoríme, nám poskytuje určité výhody – generuje peniaze alebo suroviny, ktoré môžeme potom použiť na ďalšiu tvorbu, pomáha brániť sa pred nepriateľom alebo si získať nových spojencov či spokojných zákazníkov. Príkladom takejto hry je online hra Divoké kmene, odohrávajúca sa v stredovekom prostredí, kde si staviame dedinu a nadväzujeme rôzne spojenectvá s inými hráčmi. Budovy, ktoré môžeme do svojej dediny umiestniť, ďalej produkujú rôzne suroviny a niektoré dokonca vyrábajú bojové jednotky. Budovy majú niekoľko „stupňov“, s čím súvisí aj ich produktivita.

Ďalší druh tvoria **ťahové stratégie**, kde úspech závisí od efektívnosti daného ťahu. Na premyslenie ťahu máme zväčša neobmedzený čas, sami sa rozhodujeme, kedy ťah ukončíme. V danom ťahu sa snažíme správne kombinovať sériu útokov či iných prvkov tak, aby sme dosiahli želaný cieľ. Príkladom ťahovej stratégie je kartová strategická hra *Hearthstone*, kde si vyberáme postavu a tvoríme k nej balíčiek kariet, s ktorými budeme hrať. Je tu na výber niekoľko postáv, z ktorých každá má iné vlastnosti, poskytuje inú stratégiu hry a má na výber inú sadu kariet. V hre súperíme s druhým hráčom a snažíme sa mu pomocou svojich kariet zničiť tie jeho a tiež ako prvý zobrať jeho postavu všetky životy. Populárnou kategóriou sú tiež **real-time stratégie**, čo sú ťahové stratégie, v ktorých sa zvolené ťahy vykonávajú v reálnom čase.

Logické hry

Logické hry sú hry postavené na logických výzvach, ktoré sa napredovaním v hre stále sťažujú. V hre je podstatné odhaliť systém, na ktorom sú úlohy postavené, a naučiť sa v tomto systéme myslieť. Často tu ide zároveň o experimentovanie s priestorom, geometrickými útvarmi alebo symbolmi. Zaujímavým príkladom takejto hry je Monument Valley, postavená na optických ilúziách, kde pomocou rôznych mechanizmov vieme meniť pohľad a hýbať sa v iluzórnom priestore. Našou úlohou je v každej úrovni hry sa dostať do dverí, ktoré nás pustia do ďalšej časti.

Novinkou medzi logickými hrami sú tzv. ostrovy hádaniek. Sú to ostrovy, na ktorých riešime rôzne logické hlavolamy. Ich riešením si sprístupňujeme stále väčšiu časť ostrova, pričom v novootvorenej časti pred nami vždy stoja stále ťažšie a ťažšie úlohy.

Akčné hry

V akčných hrách prežitie často závisí od rýchlych reflexov a od schopnosti pohybovať sa v zložitom priestore. Pre úspech v hre je dôležité daný priestor správne využívať, vedieť sa efektívne skrývať, flexibilne prechádzať k akcii a reagovať na všetky hrozby. Oplatí sa postupovať strategicky a často byť čo najmenej nápadný. Obvykle platí, že ak na seba príliš upozorníme, nepriatelia privolajú posily a to môže situáciu poriadne skomplikovať. V okamihoch, kedy sme obklopení príliš veľkým počtom nepriateľov, je často najlepšou obranou útek. V hre využívame rôzne zbrane, ktoré nájdeme priamo v prostredí. Každá zbraň má iné vlastnosti a oplatí sa používať ju na iný účel.

Príkladom akčnej hry je Watch Dogs 2, v ktorej sa v úlohe mladého hackera snažíme zabrániť korporáciám, aby zneužívali naše osobné dáta. Ďalšími príkladmi akčných hier sú napr. česká hra Mafia, či dobrodružná hra Far Cry.

Osobitný druh akčných hier tvoria tzv. **first-person shooter** (FPS), čo sú práve hry, ktoré sa často označujú aj ako „strieľačky“. Tieto hry hráč hrá z pohľadu prvej osoby, čiže nevidí celú postavu, ktorú ovláda, ale trebárs len ruky so zbraňou. Príkladom

takejto hry je Alien: Isolation, inšpirovaná filmom Votrelac. Príbeh v nej sa odohráva 15 rokov po udalostiach filmu. Na vesmírnej lodi vypukne chaos a hráč musí bojovať okrem samotného votrelca aj s množstvom zdivočených ľudí či androidmi, ktorých ovláda centrálna umelá inteligencia Apollo. Iným príkladom FPS je Counter-Strike, čo je tímová strelačka, v ktorej sa oba tímy snažia prežiť čo najdlhšie a poraziť súperov.

Pomerne novým druhom akčných hier je v súčasnosti populárny **battle royale**. Príkladmi sú PUBG (PlayerUnknown's Battlegrounds) a Fortnite. V PUBG aj vo Fortnite začína 100 hráčov vyskočením z lietadla na nehostinný ostrov, ktorý sa stále zmenšuje. Na úvod je dôležité vybrať si správnu pozíciu. Na začiatku sú všetci bez zbraní. Tie je treba čo najrýchlejšie nájsť v priestore a ostražito používať. Hru vyhráva hráč, ktorý zostane nažive ako posledný.

Simulácie

Simulácie sú hry, ktoré simulujú určité javy, mechanizmy alebo prostredia. Môžeme sa tak stať napríklad automechanikom v simulácii Car mechanic simulator, zažiť orwellovský svet v simulácii Orwell, či skúsiť peripetie gravitácie pri stavaní mostov v Poly Bridge. Obľúbenou simuláciou je tiež Sims, čo je simulátor bežného života ľudského spoločenstva.

Športové hry

Ako prezrádza názov, sú to hry, v ktorých sa môžeme virtuálne venovať nejakému športu. Umožňujú nám napríklad stať sa súčasťou nejakého športového tímu. Príkladom takejto hry je NHL, kde si môžeme zahrať hokej, alebo FIFA, kde si môžeme zahrať futbal.

Bojové hry

Sú to hry, ktoré sú založené na súboji medzi dvoma súpermi. Často je v roli súpera iný hráč. Hra zväčša končí víťazstvom jedného z bojovníkov. Na začiatku každej novej hry si môžeme vybrať postavu, za ktorú budeme bojovať. Postavy majú rôzne štýly boja a disponujú rôznymi schopnosťami. Pri hre je potrebná pohotovosť a rýchle reakcie. K bojovým hrám patrí napr. Tekken alebo Mortal Kombat.

2.7 Učenie sa vo videohrách a v matematike

Gee (2003) vo svojej práci *What Video Games Have to Teach Us About Learning and Literacy* identifikoval a opísal 36 princípov učenia sa, ktoré sú prítomné v dobrých videohrách a v ideálnom prípade by mali byť prítomné aj vo vyučovaní v škole. Niektoré z nich teraz rozoberiem v kontexte užitočnosti pri učení sa matematiky.

Preberanie identity

V hre sa stávame zaklínačom, temným elfom, hackerom, introvertnou stredoškolačkou... Preberáme identitu herných hrdinov, zmýšľame a konáme tak, aby sme napĺňali ich záujmy. Gee hovorí o trojstrannej hre identít. Na jednej strane je to virtuálna identita, hrdina, pomocou ktorého v hre konáme. Potom je tu stále prítomná naša bežná identita, ktorú máme v reálnom svete. A ďalej je tu projektovaná identita. To znamená, že na jednej strane my projektujeme našu reálnu identitu do virtuálneho hrdinu a na druhej strane aj hrdina v hre rozširuje a obohacuje našu bežnú identitu – môžeme byť niekým, kým by sme inak nemohli byť a robiť veci, ktoré by sme inak robiť nemohli. Rovnako na hodinách matematiky by sa žiaci mali učiť cítiť sa a zmýšľať ako matematici (Devlin, 2011; Kuřina, 2016). Mali by na seba prebrať túto rolu a zažívať v nej tvorivý proces prichádzania na riešenie matematických problémov, a zároveň v roli matematikov by mali reflektovať svoju bežnú identitu s vlastným jedinečným prístupom.

Sloboda robiť chyby

Chyby sa pri hraní hier nevnímajú negatívne, ale sú doslova niečím, vďaka čomu sa posúvame vpred, učíme sa. Ak urobíme pri hraní chybu, na ktorú možno doplatíme aj herným životom, následne sa snažíme analyzovať, prečo náš prístup nefungoval a skúsime nové myšlienky využiť pri ďalšom pokuse. Podobný prístup sa ukazuje ako žiadaný aj pri učení sa matematiky. Túto myšlienku môžeme nájsť napr. v Hejného metode alebo šanghajskej matematike (pozri časť 2.3).

Učenie sa objavovaním, experimentovaním

V hre na riešenia problémov prichádzame tak, že sami experimentujeme, skúšame svoje hypotézy, objavujeme zákonitosti a vzťahy, ktoré v danom prostredí platia. Často na vyriešenie danej situácie existujú viaceré možnosti a záleží od nášho typu zmýšľania či osobnosti, ako sa k riešeniu postavíme. Takýto prístup je vhodný aj pri učení sa matematiky. Pri ešte stále častom tradičnom formálnom vyučovaní sa však k matematike pristupuje presne opačne. Žiaci sa nedostávajú najskôr k problémom, ktoré by ich vtiahli do zažívania tvorivého procesu objavovania, ale sú im predkladané už hotové metódy vymyslené niekým zvonka. Následne majú tieto postupy iba aplikovať na zadané príklady. Matematiku vďaka tomu potom nezriedka vnímajú ako nudnú či mŕtvu (Boaler, 2016; Hejný, Kuřina, 2015; Kuřina, 2016; Hejný, 2012; Hersh, 1999; Papert, 1980).

Učenie sa je stále súčasťou prostredia

Keď sa v hre potrebujeme naučiť niečo, čo tam budeme používať, napríklad aké klávesy máme stlačiť na vykonanie určitej akcie, nejdeme sa to naučiť niekam mimo hru a potom sa nevrátíme vyskúšať si to, ale učíme sa tento postup priamo pri zmysluplných, najskôr jednoduchších akciách, priamo začlenených do prostredia a príbehu. Podobne aj rôzne pravidlá a princípy, ktoré platia v hre sa učíme priamo na základe skúseností pri hraní a dávajú nám zmysel v celkovom kontexte hry. Tak by to malo prebiehať aj na hodinách matematiky. Všetko, čo žiaci robia by malo byť pre nich zmysluplné v danom okamihu, keď to robia a malo by to byť súčasťou určitého zmysluplného celku (Hersh, 1999; Devlin, 2011; Boaler, 2016; Boaler, 2001; Papert, 1972). Aj pri Hejného metóde vyučovania matematiky je jedným z princípov práve učenie sa opakovanou návštevou prostredia.

Učenie sa vlastným tempom

Hra nám umožňuje posúvať sa stále ďalej, nech sme na ľubovoľnej úrovni a nech máme akékoľvek doterajšie skúsenosti s hraním. Dáva nám toľko času, koľko potrebujeme a neustále nás stavia pred výzvy, ktoré sú pre nás dostatočne náročné, ale nie nezvládnuteľné. Tak sa z bodu, kde sme, neustále dostávame ďalej,

zlepšujeme sa a rozvíjame. Na matematike v škole sa často vyskytuje problém, že niektorí žiaci sú „viac popredu“, zatiaľ čo iní si ešte dostatočne neosvojili daný koncept. Keď sa všetci posúvajú rovnakým tempom, tí, čo by potrebovali ešte čas, začínajú zaostávať a medzera medzi nimi a tými „popredu“ sa neustále zväčšuje (Boaler, 2016; Devlin, 2011).

Sociálna povaha učenia sa

Mnoho hier je určených pre viacero hráčov a na riešenie herných situácií v nich prichádzame spoločne s ostatnými členmi tímu. Tieto situácie by boli pre jedného nezvládnuteľné, ale spojením síl dokopy sa to podarí. Najskúsenejší hráči často dávajú užitočné tipy menej skúseným. Okrem spolupráce v samotnej hre, komunita hráčov hrajúca danú hru zväčša vedie rôzne diskusie, či už pri stretnutiach naživo alebo na internetových fórach a zdieľa medzi sebou zážitky a odporúčania. Aj pri hrách pre jedného sa môže občas hodiť premýšľať nad riešením danej situácie s niekým ďalším. Rovnako sa spolupráca javí ako užitočná aj pri učení sa matematiky. Žiaci efektívnejšie prichádzajú na riešenia problémov, ak zdieľajú navzájom svoje myšlienky. Každý môže prísť na niečo, čo je aj pre ostatných užitočné, a zároveň tým, že myšlienku formuluje pre ostatných, jej aj sám lepšie porozumie (Boaler, 2016; Hejný a kol., 2004).

Princíp „psychosociálneho moratória“

Hry využívajú tzv. princíp „*psychosociálneho moratória*“ (Erickson, 1968), čo znamená, že máme možnosť riskovať v priestore, kde nie sú veľké dôsledky v reálnom živote. Ak sa nám v hre niečo nepodarí alebo dokonca aj stratíme herný život nič sa nedeje. Môžeme začať odznova. V reálnom svete zostávame „bez ujmy.“ Takéto bezpečné prostredie by bolo ideálne aj na hodinách matematiky. Avšak v tradičnej škole sa žiaci často boja zlyhať. Strach zo zlyhania ich následne brzdí v ďalšom napredovaní pri učení sa (Horňáková, 2020; Boaler, 2016; Dweck, 2017). Žiaci sa navyše nezriedka so svojimi neúspechmi identifikujú a považujú sa na ich základe za „*zlých v matematike*“ alebo „*tých, čo na to nemajú*“, čím sa zároveň tiež sami blokujú (Papert, 1980; Boaler, 2016; Švecová, 2019). Navyše, zlyhanie býva často potrestané zlou známkou, čo môže rovnako viesť k zlému sebahodnoteniu

a strachu. Dweck (2017) poukazuje na to, že strach žiakov zo zlyhania môže podporiť aj nesprávna pochvala. Ak učiteľ pochváli niekoho, že určitú úlohu zvládol, lebo je šikovný, bude sa báť, že o toto označenie príde a tak nebude mať odvahu púšťať sa do ťažších úloh.

2.8 Edukačné softvérové prostredia a gamifikácia

Papert vo svojom článku v roku 1998 vyslovil názor, že hry vytvorené v rámci zábavného priemyslu sú dobré v tom, ako zapájajú hráčov do zložitého uvažovania a aktívneho učenia sa (Papert, 1998). Konštatoval, že jedna z lekcií, ktorú sa naučil pri pozorovaní detí pri hraní počítačových hier a rozprávaní sa s nimi o ich postupe je v súlade s jeho skúsenosťou – že učenie sa je principiálne ťažké a najlepšie sa uskutočňuje práve vtedy, keď sa človek hlboko ponorí do aktivít, ktoré sú náročné a predstavujú výzvu.

V porovnaní s tým zhodnotil, že veľké množstvo softvéru, ktorý sa ponúka ako edukačné hry, tieto dobré vlastnosti učenia sa nemá. Kritizoval, že tento softvér ponúka v skutočnosti často len drilovacie cvičenia zo starej školskej učebnice „obalené“ do hry. Vnimal, že sa v ňom stráca to, čo je najlepšie na dobrých hrách zo zábavného priemyslu a preberá to, čo je problematické na hodinách v tradičnej škole – že hráč len pasívne vykonáva mechanické výpočty. Papert takýto spôsob učenia sa označil aj ako *drill and kill* (Kalas, Winczer, 2008). Matematika v týchto hrách často nie je prepojená s herným prostredím, ani s konceptom, ku ktorému sa viaže. Bruckman (1999) pre ne použila označenie „brokolica v čokoláde“.

Odvtedy, čo Papert a Bruckman vyslovili tieto slová kritiky uplynulo už viac ako 20 rokov a nastal značný posun v technológiách aj v tvorbe hier. Napriek tomu aj dnes nájdeme mnoho edukačných hier, o ktorých ich slová stále platia. Príklady súčasných hier v podobnom duchu môžeme vidieť na Obrázku 3.



Obrázok 3: Aplikácie *Math for Kids* a *Zeus vs. Monsters*

V hre *Zeus vs. Monsters* (Obrázok 3 vpravo) Zeus bojuje proti nepriateľom tým, že na nich zosiela blesky po každom správne vypočítanom príklade. Ak nestihne nepriateľa zničiť skôr, než k nemu príde, zomrie a hra končí. Hra teda núti hráča k rýchlemu mechanickému počítaniu, pričom chyby sa v nej vnímajú ako niečo zlé. Iným príkladom takýchto hier je *Math for Kids* (Obrázok 3 vľavo). Úlohou je premiestniť obláčik so správnym číslom na obláčik s otáznikom. Ak hráč premiestni nesprávny obláčik, vráti sa preškrtnutý na pôvodné miesto. Aj táto hra nabáda iba k mechanickému počítaniu.



Obrázok 4: Aplikácia *Math Games*

Ďalším typom takýchto hier sú také, ktoré sa ani nesnažia maskovať, že simulujú tradičné školské prostredie. V hre na Obrázku 4 sú na tabuli napísané príklady

a úlohou je vybrať správne z ponúkaných riešení. Po vyriešení 15 úloh hra oznámi počet správne a počet nesprávne vyriešených príkladov.

Aj keď určite aj takéto hry môžu byť pre niektorých žiakov príťažlivejšie ako riešenie podobných úloh na tabuľu či v zošite, nenapĺňajú potenciál, ktorý videohry na učenie sa ponúkajú či môžu ponúknuť.

Dnes už ale existujú aj edukačné softvérové prostredia, ktoré sú postavené na princípoch moderného učenia sa a výskumoch v oblasti vzdelávania. Rozoberiem tu tri príklady, a to Wuzzit Trouble, Matemága a Informatiku s Emilom. Autormi všetkých troch prostredí sú odborníci, ktorí sa roky venujú výskumu v didaktike alebo psychológii. Autormi Emila sú Blaho, Kalaš a Moravčík, ktorí sa dlhoročne venujú skúmaniu využitia digitálnych technológií ako nástroja na zmysluplné učenie sa a vývoju softvéru rešpektujúceho poznávací proces dieťaťa. Za prostredím Wuzzit Trouble autorsky stojí Devlin, ktorý sa venuje matematike ako aj jej popularizácii a skúmaniu, ako sa žiaci môžu matematiku učiť zmysluplne pre život v tomto storočí. Do tvorby Matemága sa zapojil výskumný tím Hejného, hlavného autora Hejného metódy učenie sa matematiky.

Wuzzit Trouble

Wuzzit Trouble je edukačná hra, zameraná na rozvoj koncepčného porozumenia celých čísel a operácii s nimi. Je navrhnutá tak, aby rozvíjala matematické myslenie a zručnosti pri riešení problémov (Matlen, Devlin, 2020; Atienza a kol., 2018; Kiili a kol., 2015; Pope, Mangram, 2015). Jej autori si v nej dávajú za cieľ odbúrať bariéru spôsobenú symbolickým zápisom matematických problémov tým, že žiakom poskytujú príležitosť zapojiť sa do skúmania matematiky pomocou manipulácie s konkrétnymi objektami. Úlohou v hre je zachrániť uväznených farebných tvorov, tzv. Wuzzitov. Wuzzita žiaci vyslobodia vtedy, keď sa im podarí pozbierať všetky kľúče na danej úrovni hry. Na jednotlivých úrovniach sa okrem kľúčov často nachádzajú aj iné predmety a ich získanie prináša ďalšie body. Kľúč alebo predmet sa uvoľní, keď sa nachádza na pozícii pod trojuholníkovou značkou v hornej časti (Obrázok 5). Žiak otáča malými ozubenými kolieskami, čím dosiahne, že sa otočí veľké koleso. Malé

kolieska otáčajú veľké koleso o počet zubov, ktorý je na nich zobrazený. Žiak môže točiť malými kolieskami buď doľava alebo doprava, pričom na jedno natočenie môže zadať niekoľko otočiek, maximálne však päť. Napr. v situácii na Obrázku 5 môže natočiť koliesko s jedenástimi zubami štyrikrát smerom doprava a tak zoberie hviezdičku na pozícii 22, zvonček na pozícii 33 a kľúč na pozícii 44. Následne môže natočiť koliesko s desiatimi zubami tiež štyrikrát doprava a zobrať tak predmet na pozícii 54, kľúč na pozícii 64, predmet na pozícii 9 a kľúč na pozícii 19. Takto sa mu podarí zobrať všetky kľúče a bonusové predmety a využiť pri tom najmenší možný počet natočení.



Obrázok 5: Wuzzit Trouble

Na prechod na ďalšiu úroveň hry žiakovi stačí danú úlohu vyriešiť ľubovoľným spôsobom, avšak ak chce získať maximálny počet hviezdíčiek, musí vymyslieť také riešenie, pri ktorom zoberie všetky kľúče a predmety a dosiahne to na čo najmenší počet natočení. Ďalším obmedzením, ktoré pri tom potrebuje brať do úvahy je, že ak chce zobrať všetky predmety, musí ich získať predtým, ako zoberie posledný kľúč. Žiak si teda musí premyslieť postupnosť krokov, ktorá vedie k takémuto optimálnemu riešeniu, vďaka čomu si rozvíja aj algoritmické myslenie.

Tvorba stratégie na riešenie danej úlohy je vždy v rukách žiaka. Mnohé úlohy ponúkajú viacero optimálnych spôsobov riešenia. Žiak si môže navyše v hre pozrieť, ktoré úrovne už vyriešil a koľko hviezdíčiek za ne získal. Ku každej vyriešenej úrovni sa môže kedykoľvek vrátiť a skúsiť ju vyriešiť inak.

Matemág

Matemág je edukačná hra postavená na princípoch Hejného metódy (Sýkora, 2019; Sýkora a kol., 2021). Deti sa v nej ocitnú v roli súrodencov Jakuba a Terky, pred ktorými sa otvára podmanivý farebný svet plný záhad. Súrodenci sa po svete posúvajú vďaka riešeniu matematických hádaniek. Matematika sa tak javí ako užitočný nástroj na preskúvanie sveta. Vďaka riešeniu matematických záhad sa deti nielenže posúvajú ďalej vo svete, ale objaviteľským spôsobom si tiež osvojujú matematické zákonitosti.



Obrázok 6: Matemág: ukážka úlohy

Súrodenci v hre napr. prídu na miesto zobrazené na Obrázku 6. Hladné rastliny im zatarasia cestu. Deti tu postupne objavujú, že keď dajú každej z nich po čerešni, rastliny sklonia svoje hlavy a pustia súrodencov ďalej. Na iných miestach nájdú podobné rastliny s iným počtom očakávaných dobrôt. Úloha tak rozvíja konceptuálne porozumenie delenia – deti si vďaka priamej manipulácii s objektami môžu uvedomiť, čo delenie v skutočnosti znamená. Zároveň vďaka tomu, že úloha vyžaduje premýšľanie o množstvách, si tiež rozvíjajú kvantitatívne uvažovanie.

Na iných miestach sa súrodenci ocitajú nad priepasťou, ako vidíme napr. na Obrázku 7. Tu deti potrebujú určiť postupnosť krokov, ako sa majú súrodenci pohybovať, aby sa dostali na druhú stranu priepasti. Okrem matematického myslenia si tak rozvíjajú aj algoritmické myslenie.



Obrázok 7: Matemág: ukážka úlohy

Hra Matemág často prepája rozvoj matematického a informatického myslenia spolu s ďalšími oblasťami. Napr. úloha na Obrázku 8 ponúka prepojenie s hudbou. Súrodenci v nej majú zahrať opičiakovi správnu melódiu, aby im spustil most, po ktorom prejdú na druhú stranu. Melódiu našli predtým zapísanú v notovej osnove v zošite neďaleko klavíra. Po kliknutí na klávesu na klavíri sa prehrá tón a zapíše prislúchajúca nota do notovej osnovy nad klavírom. Po stlačení zeleného tlačidla nad osnovou sa prehrá celá navolená melódia. Deti tak z matematického hľadiska zadávajú postupnosť, a zároveň z hudobného hľadiska postupnosť zadaných tónov reprezentuje melódiu.



Obrázok 8: Matemág: ukážka úlohy

Informatika s Emilom

Emil je nová metóda vyučovanie informatiky, ktorej súčasťou je edukačný softvér s robotom Emilom. Spolu s ním žiaci preskúmajú prostredie a riešia množstvo

zaujímavých programovacích problémov. Ide o sekvenciu gradovaných úloh, zameraných na systematický rozvoj základných konštruktov programovania (Kalaš, 2018; Kalaš a kol., 2018, Blaho a kol., 2021). Na ich riešenie žiakom nestačí mechanický postup, ale potrebujú zapojiť analytické a kritické myslenie. Spolu s Emilom tak premýšľajú, overujú svoje myšlienky a následne upravujú svoju stratégiu. Problémy tiež nabádajú k rozvoju kreatívneho myslenia. Často nie sú definované jednoznačne, ale nechávajú otvorený priestor pre vlastnú diskusiu a interpretáciu žiakov. Autori Emila vychádzajú zo sociálnej povahy učenia sa a navrhujú, aby žiaci riešili úlohy vo dvojiciach a následne svoje postupy prediskutovali v triede. Mnohé úlohy, ktoré nájdeme v tomto prostredí, dávajú možnosť na viacero správnych riešení – neexistuje len jeden správny výsledok, ako je tomu často pri úlohách na matematike v tradičnej škole.

Naviac, Emil neposkytuje vyhodnotenie správnosti riešenia daných úloh, teda spätnú väzbu. Posúdenie správnosti je v rukách žiakov – oni sami si musia vyargumentovať, ktoré riešenia je možné uznať ako správne a ktoré nie.

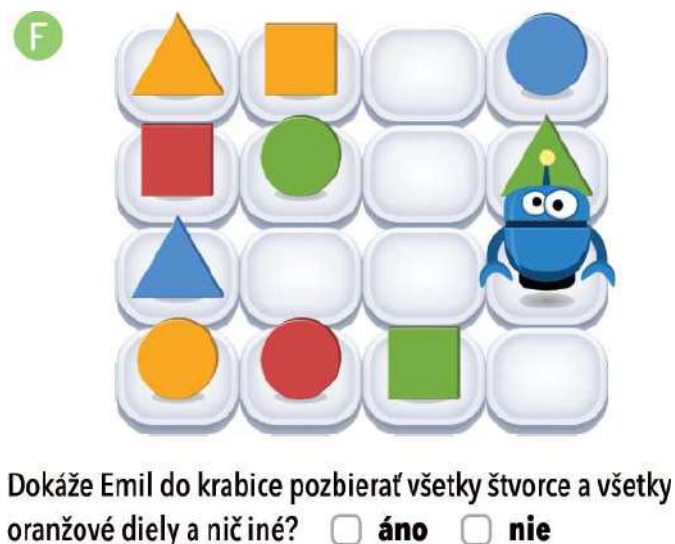
Aj keď ide o softvér určený na vyučovanie informatiky, v mnohých úlohách sa stretne aj priamo s matematickými konceptmi či potrebou použiť matematické myslenie. V Nórsku dokonca prebieha výskum zameraný na použitie Emila v rámci vyučovania matematiky (Turgut a kol., 2021; Berggard, Killingberg, 2020).



Obrázok 9: Informatika s Emilom, zelený svet, úloha A6

V úlohe na Obrázku 9 má Emil napr. pozbierať do police všetky čísla od najmenšieho po najväčšie. Žiaci tu potrebujú vyhodnotiť poradie čísel, ale tiež vymyslieť spôsob, ako sa má Emil pohybovať tak, aby ich zobral v správnom poradí, a teda aby cestou neprešiel cez číslo, ktoré ešte nie je na rade. Okrem premýšľania nad usporiadaním čísel si tak žiaci rozvíjajú aj logické a algoritmické myslenie. Oni sami sú tvorcami stratégie riešenia. Môžeme si všimnúť, že v úlohe navyše chýba číslo os, čo žiakov môže podnietiť k zaujímavej diskusii o číslach, ako aj o splnení zadanej podmienky.

V úlohe na Obrázku 10, majú žiaci zistiť, či Emil dokáže pozbierať všetky štvorce a oranžové diely, a zároveň nič iné. Úloha žiakov vyzýva rozlišovať geometrické útvary, ale tiež podnecuje k uvažovaniu o množstve, vďaka čomu si môžu rozvíjať geometrické predstavy spolu s kvantitatívnym uvažovaním. Konkrétne si žiaci v diskusii vyjasňujú, koľko je na ploche všetkých štvorcov a koľko je oranžových útvarov. Aj keď je odpoveď na prvú otázku je tri a na druhú tiež tri, počet útvarov, ktoré majú pozbierať nie je šesť ale päť. Zároveň musia vymyslieť, ako sa má Emil pohybovať, aby zobral želané objekty, čím si rozvíjajú svoje logické a algoritmické myslenie.



Obrázok 10: Informatika s Emilom, zelený svet, úloha po B3

Uvedené edukačné softvérové prostredia:

- sa opierajú o moderné princípy učenia sa a nové výskumy v tejto oblasti,

- vznikli/vznikajú v spolupráci s odborníkmi na vyučovanie a profesionálmi na vývoj aplikácii,
- sú tvorené s úctou k deťom, rešpektujú ich poznávací proces,
- využívajú potenciál digitálnych hier ako laboratória, v ktorom sa žiaci môžu oboznámiť s konkrétnymi konceptmi a myšlienkami (Devlin, 2011),
- nabádajú k mysleniu a k premýšľaniu o myslení (Papert, 1980),
- zaujímajú aj nás dospelých a pri ich riešení svoju aktivitu vnímame ako určitú kognitívnu výzvu a učenie sa.

V týchto aplikáciách nájdeme tiež princípy učenia sa, ktoré sú podľa Gee (2003), (pozri 2.6), prítomné aj v mnohých videohrách. Rozoberiem aspoň niektoré z nich:

Aktívne a kritické učenie sa

Matemág, Emil a Wuzzit Trouble poskytujú priestor pre aktívne učenie sa a rozvoj kritického myslenia. Žiaci (deti) sa sami pohybujú v danom prostredí, objavujú, aké vzťahy a zákonitosti v ňom platia, skúšajú svoje nápady, kriticky ich vyhodnocujú a na základe toho skúmajú ďalšie postupy. Ich učenie sa je v ich vlastných rukách, prebieha prevažne na báze sociálneho konštruktivismu.

Princíp “Psychosociálneho moratória”

Všetky tri aplikácie umožňujú žiakom (deťom) „bezpečne sa mýliť“. Ak urobia chybu, nič vážne sa nestane. Keď vidia, že nedosiahli, čo chceli, môžu prehodnotiť svoju myšlienku a vyskúšať iný postup. Chyby sú v týchto prostrediach prirodzenou súčasťou učenia sa a rozvoja.

Princíp identity

V uvádzaných aplikáciách žiaci (deti) na seba preberajú určitú identitu. V Emilovi je to robot Emil, v Matemágovi súrodenci Jakub a Terka. Hru Wuzzit Trouble žiaci ovládajú z prvého pohľadu, takže tu nie je zobrazená žiadna fiktívna postava, prostredníctvom ktorej konajú, avšak aj tu získavajú určitú identitu – sú v pozícii perspektívneho osloboditeľa uväznených tvorov.

Princíp zosilneného vstupu

Vo všetkých troch aplikáciách nájdeme mnoho príkladov, kedy jednoduchá akcia vyvolá významnú odozvu v prostredí. Napr. Emil reaguje na každé kliknutie, buď tým, že sa presunie na kliknuté políčko alebo tým, že zostane stáť na mieste a prejaví sklamanie, že nedokáže príkaz vykonať tým, že sa začervená. Vo Wuzzit Trouble natočenie malého kolieska pomocou jednoduchého pohybu myšou spôsobí pohyb veľkého kolieska a otváranie zámkov umiestnených pod zubkami, na ktoré malé koliesko dopadá. V Matemágovi napr. jednoduché chytenie a presunutie jedla spôsobí, že ho rastlina začne jesť a po rovnomernom rozdelení všetkého jedla rastliny sklonia hlavy a súrodenci môžu prejsť ďalej.

Princíp skúmania

Učenie sa je cyklus skúmania sveta:

- niečo urobíme a vnímame a vyhodnocujeme odozvu;
- premýšľame o tejto činnosti a reakcii a na základe toho si sformulujeme určitú hypotézu;
- znovu otestujeme svoju hypotézu akciou v danom prostredí;
- následne ju akceptujeme alebo prehodnotíme.

Napr. v Emilových prvých úlohách žiaci kliknú na nejaké políčko. Uvidia, že sa tam Emil presunul, alebo že sa začervenal a ostal stáť na mieste. Na základe toho objavujú, akým spôsobom môžu riadiť jeho pohyb. Aj v jeho ďalších úlohách skúmaním objavujú, čo v nich platí. Skúšajú svoje predstavy a zamýšľajú sa, či dosiahli, čo chceli. Ak nie, prehodnotia, čo môžu spraviť inak. Vo Wuzzit Trouble zistia, že keď natočia malé koliesko, otočia ním veľké. Po objavení tohto princípu sa snažia zvoliť počet otočení malého kolieska tak, aby sa dostali na miesta, kde sú kľúče alebo iné predmety. Vyskúšajú svoju predstavu a vidia, či funguje alebo nie. Aj keď sa im podarí pozbierať všetky kľúče a teda vedia, že ich hypotéza fungovala, môžu ju prehodnotiť a zamyslieť sa, či to isté nemohli dosiahnuť aj na menší počet pohybov. V Matemágovi, v situácii, kedy súrodencom prvýkrát skrížia cestu rastliny, môžu deti zvoliť stratégiu, že rastliny nakrmiť. Niektoré možno skúsiť rozdeliť jedlo

náhodne. Keď zistia, že to nepomôže, môžu svoju hypotézu prehodnotiť a vyskúšať jedlo rozdeliť rovnomerne – dať každej rastline rovnako veľa. Pri prechádzaní priepasti si zasa vytvoria hypotézu, ako usporiadať šípky, aby pohyb spôsobil, že sa súrodenci dostanú na druhú stranu. Aj tu platí, že ak sa im nepodarí súrodencov prepraviť, môžu prehodnotiť, čo sa dialo pri zvolenom pohybe, a na základe toho premýšľať, prečo neuspeli. Následne podľa toho môžu zadané kroky upraviť.

Princíp situačného významu

Gee (2003) poukazuje na to, že významy slov, činov, predmetov, a pod. nie sú všeobecné ani dekontextualizované, ale sú stelesnené v ich zažívaní v danej situácii. Na to, aby sme porozumeli všeobecnému významu určitého konceptu, potrebujeme ho *zažiť zdola nahor* prostredníctvom stelesnených skúseností. Tento aspekt kognitívneho procesu označuje ako *princíp situačného významu*.

Aj v týchto prostrediach, keď sa žiaci (deti) zoznamujú s určitými matematickými alebo informatickými konceptmi, robia to prostredníctvom ich zažívania v konkrétnych situáciách, ktoré majú zmysel v danom prostredí. Chcú sa niekam dostať, niečo pozbierať, vyslobodiť uväzneného tvora a pod. Všetko, čo sa tu deje, má zmysel v danom prostredí a zapadá do jeho kontextu. Matematika a informatika sú pri tom nástrojom, ktorý môže pomôcť pri riešení danej situácie. Podobne aj princípy, ktoré sa tu využívajú, sa nedajú naučiť niekde mimo prostredie, ale ich žiak (dieťa) objavuje postupne priamo vlastným skúmaním.

Tvorba edukačných aplikácií

Uvedené aplikácie považujem za inovatívne a inšpiratívne. Považujem ich aj za zaujímavú inšpiráciu pre tvorbu ďalších aplikácií na vyučovanie. Dôležité odporúčania na tvorbu didakticky vhodných edukačných hier pre matematiku popisuje tiež Devlin (2011). Poukazuje na to, že matematika by sa v hre nemala skrývať – hráči by mali vedieť, že robia matematiku, ale táto potreba by mala vzniknúť prirodzene, mala by mať zmysel v danom prostredí. Za päť kľúčových

princípov, ktoré by mala mať každá vývinovo primeraná a produktívna edukačná hra, Devlin považuje:

- **„Learning by doing”** – hráč nikdy nie je v pozícii, kedy sa musí pred hraním hry „niečo naučiť“, aby ju mohol hrať. Učenie sa dosahuje hraním. Všetko, čo sa hráč naučí, je súčasťou hry a má zmysel v rámci herného sveta,
- **Vlastné tempo učenia sa** – hráč môže postupovať vlastným tempom, hra mu dáva neustále výzvy, ktoré sú preňho dostatočne veľké, ale nie neprekonateľné,
- **Učenie sa skúmaním** – hra dáva hráčovi dostatočný priestor na skúmanie, overovanie svojich myšlienok a objavovanie nových vecí,
- **Okamžité použitie naučeného** – keď sa hráč naučí novú skutočnosť alebo získa novú zručnosť, okamžite ju použije,
- **Pravidelné overovanie si naučeného** – celý postup hrou pozostáva z opakujúceho sa cyklu učenia sa a overovania naučeného. Všetko, čo sa hráč naučí, okamžite a opakovane testuje. V prípade neúspechu dáva vhodne navrhnutá hra hráčovi pocit, že riešenie problému „ešte nezvládol“, ale že je preňho dosiahnuteľné.

Zaujímavé zistenia v kontexte dizajnu edukačných hier prinášajú aj Moyer-Packenham a kol. (2019). Títo vedci skúmali skúsenosti žiakov s úspešnými videohrami na učenie sa matematiky a identifikovali, že matematika v nich je prepojená s dizajnovými prvkami hry, ako aj s fyzickými akciami, ale tiež, že tieto hry poskytujú rôzne vzájomne súvisiace alternatívne reprezentácie určitého konceptu. Autori identifikovali, že medzi významné prvky v týchto hrách patrilo poskytovanie zrozumiteľnej spätnej väzby, zabezpečenie neobmedzeného množstva pokusov, rady a návody na pomoc s hrou, pomoc so zameraním sa na matematiku, postupné gradovanie náročnosti a vhodne navrhnuté interaktívne prvky.

Gamifikácia

Ďalším fenoménom súvisiacim s učením, učením sa a hrami je gamifikácia. Ide o zavádzanie herných prvkov do neherných oblastí (Robson a kol., 2015; Deterding

a kol, 2011). Medzi takéto prvky patrí napr. možnosť získavať body, odznaky, postupovanie do vyšších úrovní a pod. Aj tu je rovnaké riziko, ako pri edukačných hrách, že zábavný bude len „obal“. Pre žiakov teda nemusí byť dostatočne motivujúci daný obsah výučby, ale môže ich motivovať práve túžba získať odznak či body, vonkajšia motivácia môže byť prevažujúcou motiváciou. Avšak ak je dostatočne zaujímavý aj obsah, môže gamifikácia podporiť potenciál na učenie sa zmysluplné pre život v 21. storočí.

Jedným z často využívaných prvkov gamefikácie sú odznaky. Šuníková a Kubincová (2015, 2016) poukazujú na to, že získavanie odznakov za vzdelávacie aktivity predstavuje pre žiakov určitú formu odmeny. Podľa autoriek odznaky môžu mať pozitívny vplyv na motiváciu žiakov, predstavujú pre nich symbol dosiahnutých úspechov a zároveň im umožňujú sledovať ich pokrok v učení sa.

Ďalej sa už v práci edukačným aplikáciám ani gamifikácii venovať nebudem, ale môj výskum pri hľadaní odpovedí na zvolené výskumné otázky poskytuje aj ďalšie námety pre skúmanie v tomto smere.

2.9 Využitie videohier na vyučovaní v škole

Lord Puttnam of Queensgate v (Ellis a kol., 2006) hovorí: *„Predstavte si, že miesto čítania o územnom plánovaní v učebniciach zemepisu, by žiaci hrali SimCity. Žiaci na hodinách španielčiny by sa namiesto sedenia pri učebniciach a audiozáznamoch hrali online s hráčmi v Španielsku. Zdravotné sestry, právnici a pracovníci sociálnych služieb by sa namiesto počúvania výkladov zapojili do praktických postupov v komplexných simuláciách reálneho života. Namiesto záverečných skúšok by žiakovi ako dôkaz o pochopení teórie a zvládnutí praxe stačilo zdolať bossa.“*

Tieto slová sa v menšej miere naplňajú už dnes. Vo viacerých krajinách sa popri edukačných hrách dostali do školy aj hry, ktoré boli pôvodne určené pre zábavný priemysel. Jednou z hier, ktorej sa to podarilo, je práve spomenuté SimCity. Ide o simulátor budovania mesta. SimCity našlo svoje uplatnenie v rámci vyučovania geografie, občianskej náuky, managementu, politiky, ale aj prírodovedy a matematiky

(Tanes, Cemalcilar, 2010; Woessner, 2015; Arnold a kol., 2019; Kim, 2016; Minnery, Searle, 2014; Cathell a kol., 2008). Ďalšími príkladmi populárnych hier v školskom prostredí sú strategická hra Civilization (Alexander, 2013; Squire, Barab, 2004; Sigurðardóttir, 2016), ktorá našla využitie v rámci vyučovania dejepisu, sociológie, ekonómie a angličtiny, a logická hra Portal, ktorá sa viackrát stala súčasťou hodín fyziky (Trindade, Trindade, 2018; Sigurðardóttir, 2016; Pittman, 2013).

Hry vytvorené pôvodne pre zábavný priemysel sa vo väčšej miere využívajú na školách vo Švédsku, Nórsku, Dánsku, Anglicku, Škótsku, či v Číne alebo Austrálii. Podľa (Wastiau a kol., 2009) škótske učebné osnovy výslovne vyzdvihujú hranie videohier ako nástroj na rozvoj špecifických zručností. Štúdia (Groff a kol., 2010) ukazuje, že v Škótsku nájdeme školy, kde majú skúsenosť dokonca aj s konzolovými hrami. V Nórsku môžeme podľa (Sigurðardóttir, 2016; Klevjer a kol., 2016) vidieť na vyučovaní hry ako Skyrim, GTA, Last of us, Walking Dead, Civilization a Portal.

Obzvlášť zaujímavá v tomto smere je dánska škola Højby. Ide o základnú školu, na ktorej sa podľa štúdie (Wastiau a kol., 2009) videohry vo vyučovaní využívajú už od roku 2002. V čase spomínanej štúdie sa tu žiaci pomocou videohier učili rôzne predmety, ako dánčinu, matematiku, históriu, umenie a pod., alebo dokonca niekoľko predmetov zároveň. Tiež sa učili o videohrách samotných, porovnávali ich s inými médiami, rozoberali ich výhody a nevýhody, uvažovali o jednotlivých herných žánroch. Videohry na škole zapojili do učenia sa žiakov všetkých vekových kategórií, od 6 do 16 rokov. Využívali sa tu hry The Sims 2, Zoo Tycoon 2, Patrician III, Harry Potter and the Order of the Phoenix, Harry Potter and the Prisoner of Azkaban, Astrid Lindgrens Eventyrlige Verden, Dragon Fist, Adventure Quest, a tiež hry Samorost 1 a Samorost 2 od českého herného štúdia Amanita Design. Škola Højby sa celkovo zameriava na komplexný rozvoj žiakov a zručností potrebných na život v 21. storočí. Medzi jej piliere patrí aktívne učenie sa postavené na objavovaní a vlastných zážitkoch, učenie sa s digitálnymi technológiami a spolupráca žiakov pri učení sa.

Ďalším fenoménom, ktorý prenikol do škôl, sa stali edukačné verzie populárnych hier. Ide o verzie, ktoré sú upravené priamo na účely vzdelávania. Takúto verziu ponúka napr. Minecraft.

2.9.1 Minecraft vo vyučovaní (prípadová štúdia)

Zaujímavý príklad využitia Minecraftu vo vzdelávaní nájdeme na strednej škole Pacinotti-Archimede v Ríme, ktorú som mala možnosť navštíviť. V tejto časti prezentujem malú prípadovú štúdiu z tejto školy. Na škole som sa zúčastnila vyučovania ako nezúčastnený pozorovateľ na hodne zameranej na tvorbu 3D hier v prostredí Minecraft: Education Edition. Vyučovaciu hodinu viedol v Taliansku populárny tzv. *Minecraft mentor* Marco, spolu s ďalšími dvoma inovatívnymi učiteľkami, Francescou a Patriziou. Predmet predstavoval bežnú náplň vyučovania pre 1. ročník.

Dáta k spomínanej prípadovej štúdii som zbierala pomocou písomnej komunikácie s Marcom, pozorovaním na hodine a pološtruktúrovaným rozhovorom po skončení hodiny. Priebeh hodiny som zaznamenávala pomocou videozáznamov a terénnych zápiskov. Počas pozorovania mi prišlo na um niekoľko otázok, ktoré som potom prebrala s Marcom v rozhovore. Spomínanú školu som navštívila v strede januára v roku 2019. Žiaci mali vtedy za sebou už štyri a pol mesiaca výučby. Marco mi však predstavil, ako predmet prebiehal od začiatku roku, vďaka čomu som si mohla vytvoriť komplexnejší obraz o celom predmete.

Zozbierané dáta som potom spracovala *kvalitatívnou analýzou* (Creswell, 2012). Najskôr som ich podrobila otvorenému kódovaniu, na základe ktorého som vytvorila kategórie v súlade s otázkami „*Ako sa dá Minecraft: Education Edition využívať na zmysluplné učenie sa v 21. storočí? Aké prvky takéhoto učenia sa sme mohli identifikovať na pozorovanej hodine?*” Identifikované kategórie som ďalej spracovala a následne popísala. Nejasnosti, ktoré mi vyplynuli pri analyzovaní, som diskutovala s Marcom prostredníctvom písomnej komunikácie.

V tejto časti najskôr stručne opíšem Minecraft a ďalej v krátkosti predstavím Marca a školu Pacinotti-Archimede. Potom sa budem venovať obsahu predmetu a princípom moderného vzdelávania, ktoré som v ňom identifikovala.

2.9.1.1 Minecraft a Minecraft: Education Edition

Minecraft je jedna z najpopulárnejších videohier. Ide o tzv. *sandboxovú hru*, čo znamená, že hráčovi poskytuje prostredie, ktoré môže sám dotvárať podľa vlastných predstáv. Prostredie Minecraft vtiahne hráča do sveta zloženého z kociek, v ktorom nachádza rôzne suroviny, vytvára nástroje a predmety, stavia budovy, námestia či celé mestá. Taktiež môže do sveta zavádzať elektrinu a vytvárať rôzne mechanizmy, napr. automatické zatváranie a otváranie dverí. V hre sa zväčša stretáva viacero hráčov a tvoria a objavujú spoločne.



Obrázok 11: Záber z hry Minecraft

Minecraft prenikol do sveta edukačných verzií hier s titulom Minecraft Edu a od roku 2016 poskytuje verziu Minecraft: Education Edition. Jej súčasťou je Code Builder, ktorý umožňuje priamo v Minecraft programovať. Na výber je blokové programovanie (podobne ako v prostredí Scratch) alebo priame písanie príkazov v Javascripte. Všetky zmeny, ktoré napísaný kód spôsobí, sa okamžite prejavia v aktuálnej hre.

2.9.1.2 Marco

Marco je tzv. *Minecraft Global Mentor*, ktorý ako prvý v Taliansku začal so vzdelávaním s využitím Minecraftu. Pomocou Minecraftu na školách sám učí, ale vytvára aj metodické materiály pre iných učiteľov (Boniello, Conti, 2021; Pampaloni, 2019; Sundelin, 2019). Tiež sa zapája do riešenia vzdelávacích projektov spolu s múzeami (Hartleb, 2019). Svoj prístup k Minecraftu v našej písomnej komunikácii opísal slovami: „*Minecraft využívam doslova na všetko a často najradšej miešam*

všetko dokopy – rozšírenú realitu, virtuálnu realitu, umenie, informatické myslenie, problem solving, robotiku a samozrejme matematiku.” Minecraft ako nástroj na vzdelávanie v škole predstavil v roku 2014. Učí pomocou neho žiakov na základných školách vo veku od 7 do 13, a tiež na spomínanej strednej škole Pacinotti-Archimede. Spolu s múzeami pripravuje národné a medzinárodné projekty, do ktorých sa môžu zapojiť školy z rôznych častí Talianska či sveta. Žiaci sa tak pomocou Minecraftu zoznamujú s dianím v múzeu a často môžu sami svojimi návrhmi jeho ďalšie dianie ovplyvniť. Marco tiež využíva Minecraft v spolupráci s lekárskou komorou na pomoc ľuďom trpiacim autizmom. Viac informácií o jeho projektoch poskytuje stránka www.makercamp.it.

2.9.1.3 Škola Pacinotti-Archimede

Je to inovatívna stredná škola so zameraním na počítačové vedy a s možnosťou orientovať sa na tvorbu hier. Sídli v Ríme. Je to prvá stredná škola v Taliansku, ktorá ponúka zameranie na tvorbu videohier. Škola má niekoľko počítačových učební a tri laboratória, kde študenti pracujú s 3D tlačiarňami a inými digitálnymi technológiami.

2.9.1.4 Vzdelávací obsah

Z hľadiska obsahu predmet ponúka skĺbenie dvoch kľúčových cieľov modernej školy – rozvoj informatického myslenia a vzdelávanie v oblasti trvalo udržateľného rozvoja. Popritom si žiaci tiež majú príležitosť rozvíjať svoje matematické myslenie a estetické cítenie a v neposlednom rade kľúčové zručností pre život v dnešnej dobe, akými sú napr. komunikácia a spolupráca.

Vzdelávanie v oblasti trvalo udržateľného rozvoja

Trvalo udržateľný rozvoj je jednou z naliehavých tém súčasného vzdelávania. O potenciáli videohier v tomto smere už písali viacerí autori (Fabricatore, López, 2012; Coakley, Garvey, 2015; Magnussen, Elming, 2015). Žiaci na predmete využívajú prostredie videohry, konkrétne MEE, ako nástroj, v ktorom sami tvoria hry zaoberajúce sa touto problematikou. Pre svoju hru si môžu vybrať niektorý z cieľov trvalo udržateľného rozvoja pre rok 2030 zverejnených na stránke organizácie spojených národov (UN General Assembly, 2015). Francesca zhodnotila, že ako

učitelia sa snažia sprostredkovať dôležité posolstvá, ktoré tieto ciele nesú a dať tak žiakom správne vstupy, aby mohli v prostredí, ktoré im je blízke, navrhnuť vlastné modely ich realizácie. Žiaci sa tak môžu aktívne venovať najväčším súčasným globálnym problémom, ako sú napríklad extrémna chudoba, hlad vo svete, nedostatok pitnej vody, globálne otepľovanie, rasizmus, rodová nerovnosť, a pod. a svoje inovatívne myšlienky na ich riešenia zhmotniť pomocou Minecraftu.

Okrem toho, že sa sami takto aktívne učia, zároveň vytvárajú nástroj pre aktívne učenie sa pre iných. Po naprogramovaní celej hry sa ju môžu zahrať ostatní spolužiaci, vďaka čomu sa aj oni ocitnú v roli hrdinov, ktorí s daným problémom bojujú.

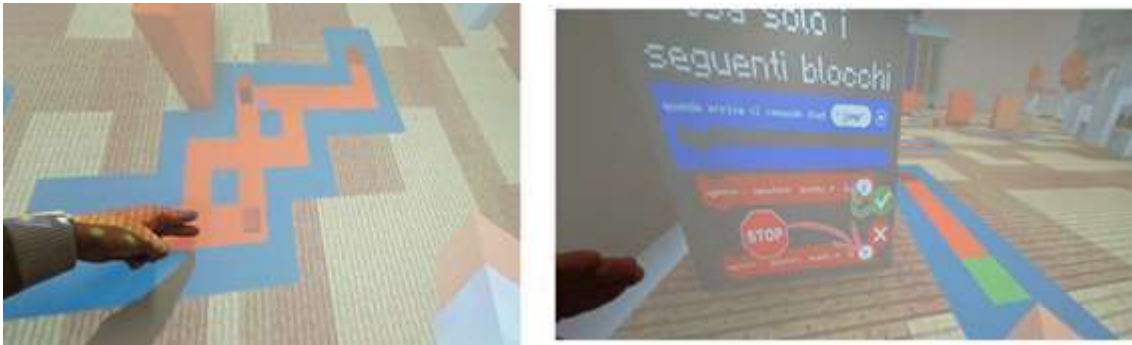
Rozvoj informatického myslenia

Ďalšou významnou témou súčasného vzdelávania, ktorej sa predmet týka, je rozvoj informatického myslenia. Na potenciál rozvoja informatického myslenia práve prostredníctvom programovania hier tiež poukázali viacerí autori (Gee, 2003; Papert, 1991; Majgaard, 2014; Jenson, Droumeva, 2015).

Predmet na začiatku školského roka začína dobre premyslenými zadaniami, kde sa žiaci zoznámia so základmi programovania v prostredí Minecraft. Jednotlivé zadania sú umiestnené priamo v tomto prostredí (Obrázok 12). Úlohou žiakov je ovládať pomocou príkazov robota, ktorý má za úlohu prejsť pripraveným bludiskom. Na tabuli vedľa bludiska sú napísané obmedzenia, ktoré majú žiaci pri prechádzaní bludiskom zohľadniť. Pri riešení úloh potrebujú využívať stále náročnejšie programovacie koncepty. Už samotný štýl zoznamovania sa s programovaním je v súlade s tvorivým prístupom k učeniu sa. Žiaci môžu sami skúšať, čo nové príkazy, s ktorými sa zoznamujú, robia a overovať svoje nápady na riešenie bludiska.

Po tom, ako získajú základné skúsenosti s programovaním v tomto prostredí, predmet pokračuje tým, že v skupinách tvoria menšie vlastné hry. Tieto hry sa následne hrajú ostatné skupiny, aby ich tvorcovia získali spätnú väzbu. Zistia tak, či ich hra nie je príliš náročná, alebo naopak jednoduchá, či v nej nie sú neuchopiteľné

výzvy, a tiež aj to, či sa v nej nevyskytujú problémy, ktoré mohla spôsobiť chyba v kóde. Na základe takéhoto overenia môžu hru upraviť.



Obrázok 12: Zadanie na programovanie v Minecrafte

Na to nadväzujú výberom témy a tvorbou väčších hier (na nich práve pracovali v čase mojej návštevy). Pri ich tvorbe si ďalej rozvíjajú svoje informatické myslenie. Tvorja vlastné, niekedy dosť náročné programy, skúšajú, ako sa prejavia v hre a ďalej ich podľa toho upravujú.

Rozvoj matematického myslenia

Podľa Marca si žiaci na predmete zároveň rozvíjajú aj matematické myslenie, keďže pri tvorbe hier v Minecrafte je potrebné logicky uvažovať, optimalizovať, využívať kombinácie či pracovať s 3D priestorom. Rozvoj matematického myslenia sa tak odohráva v prepojení s rozvojom informatického myslenia. Podľa Marcových slov žiaci tiež často do svojich hier sami pridávajú matematické úlohy, ktoré sú súčasťou výzvy. Zdôraznil, že keď takto aktívne pridajú matematickú otázku, už si ju aj sami položili a poznajú na ňu odpoveď.

2.9.1.5 Princípy učenia sa

Na predmete sme mohli vidieť viacero princípov moderného vzdelávania. Žiaci sú hlavnými účastníkmi vzdelávacieho procesu, majú možnosť využívať kreatívne a kritické myslenie a vzájomne spolupracovať. Učitelia sú v pozícii sprievodcov, pomáhajú, keď to žiaci potrebujú. Mohli sme tu tiež pozorovať nový prístup k hodnoteniu, kde tradičné známkovanie nehrá podstatnú rolu.

Aktívne a kolaboratívne učenie sa tvorbou zmysluplného produktu

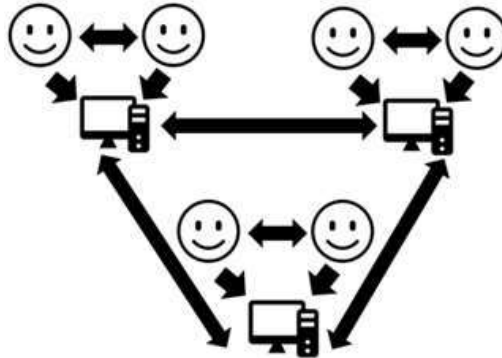
Žiaci na predmete pristupujú k vzdelávaniu v zmysle Papertovho konštrukcionizmu (Papert, Harel, 1991). Učia sa tým, že sami vytvárajú produkt, ktorý je zmysluplný pre nich ako aj pre iných, v tomto prípade vlastnú hru. V ich rukách je návrh vzhľadu a príbehu hry, jej samotné programovanie a overovanie. Počas všetkých fáz žiaci vzájomne spolupracujú, čo je v súlade s myšlienkou sociálnej povahy učenia sa (Gee, 2003; Vygotsky, 1978; OECD, 2012).



Obrázok 13: Predmet Game design s Minecraftom

Model spolupráce na predmete zobrazuje Obrázok 14. Žiaci pracujú vo dvojiciach spoločne na jednom počítači a celkovo hru tvoria tri dvojice spojené virtuálne v jednom Minecraftovom projekte. Spolupráca v rámci dvojice vychádza z princípov párového programovania. Žiaci vo dvojici spoločne píšú kód, premýšľajú nad ním a skúmajú, ako sa prejaví v hre. Následne, ak nie sú spokojní, skúšajú nové postupy na jeho vylepšenie. Vďaka spolupráci viacerých dvojíc v skupine si môžu rozdeliť úlohy súvisiace s ich hrou a postupovať pri vytváraní rýchlejšie. To ich hry obohacuje o nápady z viacerých hláv. Všetci členovia skupiny majú prístup k aktuálnemu projektu s novými zmenami a môžu sa vyjadriť k zmenám od ostatných členov. Žiaci si tiež pri takejto spoločnej práci rozvíjajú dôležité zručnosti pre život v dnešnej dobe.

Učia sa pracovať v tíme a vzájomne komunikovať, vyjadrovať svoje myšlienky pred inými a tiež počúvať a rešpektovať myšlienky druhých. Zároveň sa učia prijímať zodpovednosť za svoju prácu ako aj celkovú zodpovednosť za spoločné dielo.



Obrázok 14: Spolupráca žiakov v rámci dvojíc a v rámci skupiny

Žiaci tiež aktívne pristupujú k vzdelávaniu sa o trvalo udržateľnom rozvoji. K témam, ktoré vo svojich hrách spracúvajú, nedostávajú vopred vybrané informácie, ale sami si ich potrebujú nájsť, naštudovať, vyhodnotiť a ísť ešte ďalej – ponúknuť vlastné inovatívne myšlienky na riešenie.

Hodnotenie v novom duchu

Hodnotenie na predmete prebieha vo viacerých rovinách. Tým, že žiaci môžu svoju hru súčasne tvoriť aj sa ju hrať, získavajú priamo predstavu o tom, či ich kód robí to, čo chcú a ako hra pôsobí na hráča. Vďaka tomu sa vedia na hru pozrieť aj z druhej strany. Takýto prístup podporuje cieľ vytvoriť zmysluplný a pre iných použiteľný a atraktívny produkt.

Žiaci si tiež poskytujú spätnú väzbu navzájom medzi sebou. Tá vyplýva na jednej strane rovnako z hrania hry, ale aj z premýšľania nad kódom spoluprogramujúceho. Neskôr, keď hry dokončia a nechajú sa ich zahrať ostatné skupiny, získajú ďalšiu cennú spätnú väzbu, ktorá im môže pomôcť s následným vývojom. Téma, ktorej sa žiaci v hre venujú, ich motivuje hodnotiť okrem svojej práce aj svet a jeho problémy. Paralelne s premýšľaním nad zlepšením svojej hry premýšľajú aj nad zlepšovaním sveta.

Ak žiaci chcú, môžu svoju prácu konzultovať s učiteľom. Spoločne tak môžu prísť na ďalšie myšlienky, kam sa v tvorbe posunúť. Naopak, hodnotenie učiteľov v tradičnom ponímaní nehrá kľúčovú rolu. Podľa Marca by bolo náročné a možno aj neproduktívne takúto kreatívnu prácu, pri ktorej sa rozvíja množstvo kompetencií, hodnotiť tradičným spôsobom. Prezradil, že nemá žiadne meradlo, ktorým by napríklad vyhodnotil, že prezentačné schopnosti žiaka sú za osem bodov na stupnici od nula do desať. Tiež si myslí, že by bolo náročné hodnotiť žiakov pomocou pre a post testu. Zdá sa, že takéto hodnotenie učiteľa tu nie je nutné.

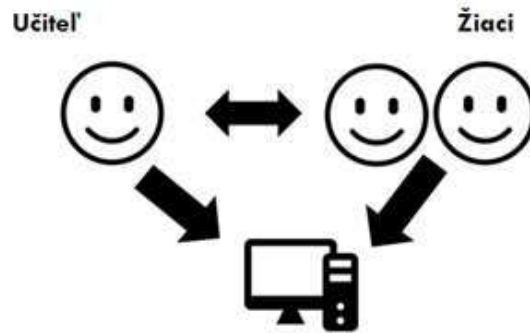
Nové postavenie učiteľa

Učitelia na predmete vystupujú ako ústretoví pomocníci, a tiež, ako to označila Francesca, ako režiséri. Žiaci môžu tvoriť samostatne, avšak ak chcú pomôcť s riešením problémov alebo skonzultovať svoje nápady, sú tam pre nich plne k dispozícii. Z učiteľov srší hrdosť na svoju prácu a v nie menšej miere tiež hrdosť na prácu ich žiakov.



Obrázok 15: Predmet Game design s Minecraftom

Model spolupráce medzi učiteľmi a žiakmi zobrazuje Obrázok 16. V prípade, ak majú žiaci záujem o pomoc alebo o konzultáciu, učiteľ si k nim prisadne a pracujú spoločne na ich počítači. Komunikácia medzi žiakmi a učiteľom prebieha na báze rovnocennosti.



Obrázok 16: Vzťah učiteľa, žiaci a počítač

Učitelia na predmete majú vlastné skúsenosti s používaním Minecraftu. Minecraft sa sami hrajú a vytvárajú v ňom projekty pre iných. Osobná skúsenosť s Minecraftom pri učení s jeho podporou je aj podľa (Marklund, Taylor, 2015) skutočne dôležitá. Čím učiteľ toto prostredie sám lepšie pozná, tým je pravdepodobnejšie, že bude vedieť poradiť svojim žiakom či podnietiť ich k novým myšlienkam.

Príležitosť na učenie sa pre každého žiaka

Na hodine, ktorú som navštívila, boli všetci žiaci do práce naplno ponorení. Na základe pozorovania konštatujem, že neboli rozdiely pri zapojení sa chlapcov a dievčat a ani celkovo sa nenašiel nikto v triede, kto by nebol aktívny. Neskôr mi Marco v písomnej komunikácii prezradil, že v triede je chlapec, ktorý potrebuje sociálnu podporu. Ten podľa jeho slov prichádza na hodinu ako prvý a odchádza ako posledný a cíti sa integrovaný s triedou.

Žiaci pri tvorbe hier môžu stavať na vlastných skúsenostiach z hrania Minecraftu vo voľnom čase, ako aj na základoch skúseností z programovania, ktoré nadobudnú na začiatku predmetu. Každý žiak môže svojimi originálnymi myšlienkami prispieť k vývoju spoločného diela. Žiaci, ktorí majú s Minecraftom väčšie skúsenosti dokážu prispieť náročnejšími technikami.

Súťaž v spolupráci s múzeom M9

Predmet v tom roku nakoniec vyvrcholil tak, že žiaci spojili svoje sily na vytvorenie spoločného projektu do súťaže, ktorú organizoval Marco spolu s múzeom M9 sídliačim v Benátkach. Do súťaže sa mohli zapojiť triedy z celého sveta od základnej školy až po prvé dva ročníky na strednej škole. Úlohou bolo navrhnúť v okolí múzea

M9 mestskú časť, ktorá je v súlade s trvalo udržateľným rozvojom. Prácu žiakov posudzovala odborná komisia a ich návrhy sa môžu stať realitou. Múzeum M9 má skutočne v pláne udržateľnú mestskú časť vo svojom okolí postaviť a inšpirovať sa pri tom víťaznými prácami detí. Do súťaže sa zapojilo 161 talianskych škôl a 27 škôl z iných krajín. Víťazné triedy získali finančnú odmenu a tie zo zahraničia navyše aj pobyt zahŕňajúci tri noci v Benátkach. Medzi víťazov sa zaradili aj práve žiaci z Pacinotti-Archimede. Na základe toho usudzujem, že predmet žiakov reálne pripravil na plánovanie lepšieho sveta. Aj tento výsledok je vzácnou spätnou väzbou k ich práci.

2.9.1.6 Záver

Opísaný predmet na škole Pacinotti-Archimede hodnotím ako inšpiratívny pre podobné použitie Minecraftu, či už vo formálnom alebo neformálnom vzdelávaní. Tiež môže byť podnetom pre ďalšie skúmanie možností Minecraft: Education Edition ako nástroja na zmysluplné učenie a učenie sa v 21. storočí. Na predmete jeho tvorcovia pokryli celú vonkajšiu vrstvu dúhovej schémy učenia sa (pozri 2.1):

- **Žltá časť** – „**zručnosti pre učenie sa a inovatívnosť**“ – žiaci sú v pozícii tvorcov a inovátorov. Vytvárajú nové originálne hry a zároveň v nich navrhujú svoje riešenia na zmenu sveta. Potrebujú pri tom vzájomne spolupracovať a komunikovať, riešiť problémy a kriticky myslieť.
- **Fialová časť** – „**práca s informáciami, médiami a technológiami**“ – žiaci vyhľadávajú a spracovávajú informácie týkajúce sa globálnych problémov. Technológie využívajú na jednej strane pri hľadaní týchto informácií a na druhej strane aj pri svojej tvorbe. Oni sami sú tvorcami médií (videohier).
- **Červená časť** – „**zručnosti pre život a zamestnanie**“ – žiaci preberajú zodpovednosť za seba a za ostatných, rozvíjajú sa v sociálnych zručnostiach (pri spoločnej práci v skupinách), a tiež medzikultúrnych zručnostiach (pri skúmaní problémov týkajúcich sa rôznych častí sveta).

Čo sa týka vnútornej vrstvy dúhovej schémy, na predmete sa prelína informatika s novými témami pre 21. storočie – konkrétne témami súvisiacimi s trvalo udržateľným rozvojom.

Pri podobnom zapojení MEE do výučby v bežnej triede by sme mohli zrejme naraziť na niekoľko problémov. Hoci sme v triede na predmete mohli pozorovať aktívne zapojenie všetkých žiakov bez rozdielu, dosiahnuť to v našich bežných triedach nemusí byť rovnako úspešné. V popísanom prípade zohralo významnú úlohu aj zameranie školy. Dôležitým faktorom je tiež predošlá skúsenosť žiakov s Minecraftom. Marklund (2015) vo svojej štúdii poukazuje na to, že je náročné tvoriť vzdelávacie aktivity v Minecrafte tak, aby predstavovali primeranú výzvu aj pre žiakov zdatných v tomto prostredí aj pre žiakov, ktorí sú v ňom noví. V tomto smere je výhodne navrhovať aktivity, ktoré majú nízke vstupné očakávania, ale vysoké možnosti kam sa v aktivite posunúť – tzv. aktivity s „nízkym prahom a vysokým stropom“ (Boaler, 2015).

Model, v ktorom žiaci pracujú užšie v dvojiciach a širšie v skupinách, považujem na základe svojej analýzy za efektívny a zmysluplný. Každý tak má dostatočný priestor pre zdieľanie svojich myšlienok so svojim najbližším partnerom, a zároveň v rámci skupiny si môžu všetci vyskúšať deľbu práce, spoločné rozhodovanie o dôležitých krokoch a vzájomné skvalitňovanie spoločného diela.

Možností na využitie MEE vo vzdelávaní je mnoho. Žiaci môžu programovať vlastné hry, ako ilustruje prezentovaná štúdia, tvoriť vlastné svety alebo sa hrať svety, ktoré pre nich pripravili pedagógovia. MEE poskytuje široký potenciál na učenie sa objaviteľským spôsobom, kedy je žiak aktívnym tvorcom svojich poznatkov. Vzniká však aj riziko, že niektorí pedagógovia ho použijú na učenie tradičným drilovacím spôsobom, v ktorom je prostredie hry iba atraktívnym obalom. Mala som príležitosť vidieť projekt v MEE, ktorý až exemplárne demonštroval takýto prístup. Vo svete Minecraftu sa žiak ocitol v labyrinte. Na tabuli pred ním bolo zobrazené slovo, v ktorom chýbalo písmeno. V spodnej časti tabule boli dve písmená a žiak mal vybrať to, ktoré gramaticky sedelo do zobrazeného slova, a pohnúť sa ďalej po chodbe vedľa neho. Ak vybral nesprávne, zasiahol ho elektrický prúd. Domnievam sa, že takéto aktivity nevyužívajú dostatočne potenciál Minecraftu na učenie sa zmysluplné pre život v dnešnej dobe.

3 Predvýskum

Pred začatím výskumu som realizovala predvýskum, v ktorom ma zaujímalo, ako žiaci na strednej škole vnímajú matematiku ako takú, aké videohry a ako často hrajú, a tiež ako vnímajú, že sa s matematikou stretávajú práve pri hraní hier. Dáta som zbierala pomocou online dotazníka (Príloha 1). Tento dotazník som najskôr pilotovala na vzorke osem žiakov a na základe zistení z pilotáže som následne upravila jeho finálnu verziu.

Do predvýskumu sa zapojili žiaci z piatich gymnázií – troch bratislavských a dvoch nitrianskych, celkovo 213 žiakov. Išlo o gymnázia, kde sa matematika vyučovala tradičným spôsobom (v zmysle, že tieto školy nepoužívali žiadnu metódu objaviteľského spôsobu vyučovania matematiky). Keďže zúčastnení žiaci sa vyjadrovali dosť osobne, čím by mohli vrhnúť určité svetlo na svoju školu, rozhodla som sa neuvádzať názvy týchto gymnázií.

Kvôli tomu, že viaceré výskumy potvrdzujú negatívny vplyv stereotypizácie na to, ako dievčatá vnímajú matematiku, rozhodla som sa v dotazníku vynechať otázku týkajúcu sa pohlavia. Ako zaujímavý príklad vplyvu stereotypizácie spomína Boaler (2016) štúdiu Steelea (2011), v ktorej zistil, že keď mali dievčatá v matematickom teste vyplniť kolónku pohlavie, ich výsledky boli horšie ako výsledky dievčat, ktoré v teste takúto kolónku nemali. Neviem, nakoľko sa dá podobný vplyv očakávať aj pri samotnom uvažovaní o matematike, ale myslím si, že určitý vplyv by sa prejavil mohol. Z toho dôvodu sa ani nevenujem porovnávaniu medzi chlapcami a dievčatami.

V úvode dotazníka som žiakov oboznámila s tým, že sa jedná o výskumný projekt a prisľúbila im, že informácie zistené v dotazníku budú slúžiť výhradne na účel tohto výskumu. Dotazník vyplňali anonymne a jeho vyplnenie bolo dobrovoľné.

Dotazník sa skladal z časti zameranej na hranie videohier a z časti zameranej na vnímanie matematiky. Časť zameranú na hranie videohier tvorilo osem otázok.

Aby som zistila, ako často žiaci hrajú hry, pridala som otázky „Ako často hráš počítačové alebo konzolové hry?” a „Ako často hráš hry na mobile?” s voľbou odpovede z možností „každý deň”, „skoro každý deň”, „niekoľkokrát za týždeň”, „niekoľkokrát za mesiac”, „takmer vôbec” a „nikdy”. Aby som zistila, aké videohry hrajú v súčasnosti a aké videohry sa im celkovo páčia, pridala som otázky „Aké počítačové hry hráš momentálne?”, „Hrávaš konzolové hry? Ak áno, aké?”, „Vymenuj svoje najobľúbenejšie počítačové alebo konzolové hry.” a „Aké sú tvoje obľúbené hry na mobile?” Išlo o otázky s voľnou odpoveďou. Ďalej som tu položila otázku „Máš doma nejakú konzolu? (Playstation, XBox,...)”, ktorá ponúkala na výber položky „nie”, „mám Playstation”, „mám XBox”, „mám Nintendo” a poskytovala možnosť pridať vlastnú odpoveď. Zaujímalo ma tiež, či ponímajú hranie videohier aj ako spoločenskú aktivitu. Preto som do dotazníka pridala otázku „Stretávaš sa s priateľmi na spoločné hranie videohier?”. Tá poskytovala na výber odpovede „áno” a „nie”. Pôvodne táto časť obsahovala aj otázky „Hráš online hry?” a „Ak áno, ktoré online hry hráš?”, avšak žiaci v rámci pilotáže pri nich uvádzali hry, ktoré už spomenuli pri počítačových hrách, prípadne sa na tieto hry len odvolávali. Tieto otázky som preto z dotazníka vynechala.

Časť zameraná na vnímanie matematiky pozostávala zo štyroch otázok. Tieto otázky som úmyselne formulovala tak, aby sa neviazali automaticky len na školskú matematiku a zaujímalo ma, ako sa k nim žiaci postaví. S cieľom preskúmať, ako vnímajú matematické problémy, som v dotazníku položila otázku „Čo pre teba znamená riešenie matematických problémov?” Išlo o otázku s otvorenou odpoveďou. Ďalej nasledovala otázka „Čo sa ti na matike páči/baví ťa?”, ktorá tiež ponúkala priestor pre vlastnú odpoveď. Vzťah žiakov k matematike som ďalej skúmala pomocou otázky „Ktoré z vymenovaných pocitov v tebe vyvoláva matika? Neváhaj pridať ďalšie.” Pri jej tvorbe som sa inšpirovala otázkou 3 z dotazníka, ktorý skúma postoj žiakov k vyučovaniu matematiky z (Vankúš, 2014). Žiaci si mohli vybrať z pocitov „zaujímavá”, „nudná”, „užitočná”, „zábavná”, „zložitá”, „jednoduchá”, „vzrušujúca”, „zbytočná” a „chladná”. Verila som však, že predvolené položky podnietia žiakov predovšetkým k preskúmaniu vlastných pocitov, ktoré následne uvedú v otvorenej možnosti.

Posledná otázka v tejto časti bola „*Máš pocit, že sa vo videohrách stretávaš s matematikou? (Ak videohry nehrávaš, túto otázku môžeš vynechať)*“. Žiaci v nej mohli zvoliť odpoveď na škále 0 až 5, kde 0 znamenalo „*to vôbec*“ a 5 „*áno, neustále*.“ Táto otázka v prvej verzii neobsahovala informáciu, že ju nemusia vyplňať žiaci, ktorí hry nehrajú a niektorí ju aj skutočne vyplnili, preto som ju následne upresnila pokynom, ktorý to objasňoval.

Keďže išlo o online dotazník a v čase, keď ho žiaci vyplňali, som nebola pri nich, zaradila som na záver dotazníka otázku, či v ňom nebolo niečo nejasné.

Otázky týkajúce sa vnímania matematiky som vyhodnotila kvalitatívne, pričom som využila tématickú analýzu (Braun, Clarke, 2006). Na základe nej som identifikovala niekoľko kategórií vnímania matematických problémov a kategórií toho, čo žiaci na matematike najviac oceňujú. Podľa toho, ako často hrajú videohry, som ich rozdelila na tých, čo hrajú aspoň občas (minimálne niekoľkokrát za mesiac) a tých, čo nehrajú vôbec alebo takmer vôbec. Po preskúmaní odpovedí na otázky zamerané na vnímanie matematiky a pocity z nej som vyhodnotila, aký vzťah k nej má daný žiak alebo žiačka. Následne som žiakov rozdelila do kategórií podľa toho, či hrajú videohry a ich vzťahu k matematike. U tých, ktorí hrajú videohry, som vyhodnotila, ako vnímajú, že sa pri hraní stretávajú s matematikou.

Čiastočné zistenia na výskumnej vzorke 109 žiakov som uviedla vo svojej písomnej práci k dizertačnej skúške, a tiež ich publikovala v zborníku psychologickéj konferencie PhD existence 9 (Čujdíková, 2019). Následne som získala a spracovala dáta od ďalších 104 žiakov. Neskôr, keď som v rámci výskumu s niektorými z týchto žiakov viedla rozhovory, podarilo sa mi spätne lepšie porozumieť aj ich vyjadreniam v dotazníku. To ma podnietilo k tomu, aby som znovu analyzovala všetky odpovede, prehodnotila kategórie, ktoré som predtým identifikovala, a tiež aj jednotlivé zaradenia odpovedí do nich. V rámci tohto procesu som vytvorila niekoľko nových kategórií a niektoré pôvodné som zlúčila do jednej.

Cieľom tohto predvýskumu bolo:

- zistiť, aké videohry hrajú žiaci strednej školy,
- spoznať, ako vnímajú matematiku,
- nájsť vhodných participantov pre hľadanie odpovedí na výskumné otázky O2 a O3.

Na základe zistení, aké videohry žiaci hrajú som tiež chcela porozumieť, akým herným žánrom sa má zmysel venovať pri otázke O1.

3.1 Hranie videohier

V tejto časti analyzujem zistenia ohľadom hrania videohier. Budem sa venovať tomu, ako často hrajú participant predvýskumu počítačové a konzolové hry a tiež hry na mobile. Uvediem, ktoré hry zaraďovali najčastejšie medzi najobľúbenejšie, a ktoré prevládajú v ich hraní v súčasnosti.

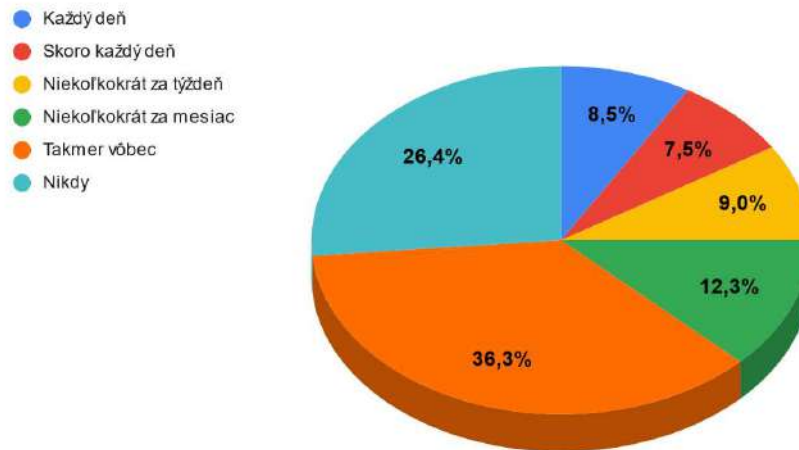
3.1.1 Počítačové a konzolové hry

Na grafe na Obrázku 17 môžeme vidieť, že každý alebo skoro každý deň sa hrá na počítači alebo konzole 16 % participantov, ďalších 9 % sa hrá niekoľkokrát za týždeň a ďalších 12 % niekoľkokrát za mesiac. Približne až 63 % participantov nehrá hry na počítači alebo konzole vôbec alebo skoro vôbec.

Niektorú z herných konzol má doma polovica (108) žiakov, najčastejšie Playstation, XBox alebo Nintendo. Niektorí žiaci majú doma viacero konzol súčasne. Avšak skutočnosť, že majú doma konzolu, nie vždy korešponduje s tým, že sa na nej aj hrajú.

Hry, ktoré participant uviedli, patrili do rôznych herných žánrov. Boli medzi nimi zastúpené akčné hry, strategické hry, RPG hry, simulácie, športové hry, adventúry a v menšej miere aj logické hry. Jednotlivé herné žánre poskytujú rôzne situácie vyžadujúce matematické a informatické myslenie, ako budem ďalej analyzovať v nasledujúcej kapitole. Väčšina hráčov, ktorí hrajú hry často, uviedla viacero hier,

zväčša patriacich do rozličných herných žánrov. Pri tých, ktorí uviedli hry len z jedného žánru to boli najčastejšie akčné hry. U hráčov, ktorí uviedli len jednu hru, prevažovalo League of Legends (LOL).



Obrázok 17: Hranie počítačových a konzolových hier

Ako najobľúbenejšie počítačové a konzolové hry participanti najčastejšie uvádzali GTA (RPG, akčná, adventúra), FIFA (športová), The Sims (simulácia), CS:GO (akčná), LOL (akčná, stratégia), NHL (športová), Call of Duty (akčná), Minecraft (adventúra, RPG), Rainbow Six Siege (akčná), Mafia (akčná), Fortnite (akčná – battle royale), PUBG (akčná – battle royale), World of Warcraft (RPG) a Overwatch (akčná). Medzi momentálne najhranejšie počítačové a konzolové hry u participantov patria LOL, CS-GO, Rainbow Six Sege a PUBG.

V spoločnosti často panuje názor, že hráči sú samotári s obmedzeným spoločenským kontaktom, avšak v tejto výskumnej vzorke spomedzi tých, ktorí trávia hraním najviac času (hrajú aspoň niekoľkokrát za týždeň), sa až 75 % zároveň stretáva na spoločné hranie s kamarátmi. Navyše medzi najčastejšie uvádzané momentálne hrané hry patrili hlavne také, kde sa stretávajú virtuálne.

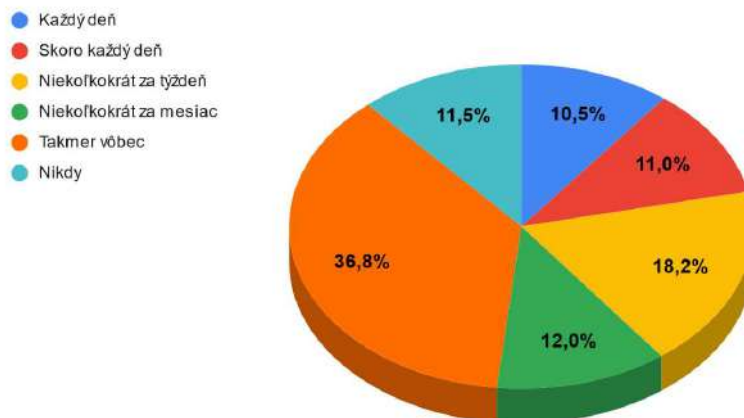
3.1.2 Hry na mobil

Hranie hier na mobile sa u participantov teší väčšej obľube, ako hranie počítačových a konzolových hier. Podľa grafu na Obrázku 18 môžeme vidieť, že každý alebo skoro

každý deň sa na mobile hrá 21,5 % žiakov a niekoľkokrát za týždeň ďalších približne 18 %. Ďalších 12 % sa na mobile zahrá niekoľkokrát za mesiac. Takých, ktorí sa na mobile nehrajú nikdy alebo skoro nikdy, je 48,3 %.

Hry na mobile sa hrá aj mnoho žiakov, ktorí sa vôbec alebo skoro vôbec nehrajú počítačové ani konzolové hry. Zväčša pri hrách, ktoré participanti vymenovali, však ide o jednoduchšie, menej komplexné hry, ako tie, ktoré uviedli pri počítačových a konzolových hrách.

Medzi najobľúbenejšie mobilné hry patria PUBG (akčná – battle royale), Clash royal (stratégia), Candy crush (logická), Homescapes (adventúra) a Hearthstone (kartová stratégia).



Obrázok 18: Hranie hier na mobile

3.2 Vnímanie riešenia matematických problémov

Pri analýze odpovedí na otázku „Čo pre teba znamená riešenie matematických problémov?“ som identifikovala niekoľko uhlov pohľadu, podľa toho, na čo sa participanti pri odpovedi sústredili. Niektorí sa zamerali na vyjadrenie **pocitov alebo postojov**, iní na opísanie **činnosti** a ďalší na popis **zmyslu**. Každá z týchto perspektív je zaujímavá a môže nám o vnímaní matematiky u participantov veľa prezradiť. Pri každej z nich som vytvorila niekoľko kategórií.

3.2.1 Pocity a postoje pri riešení matematických problémov

Mnohí participanti sa zamerali na vyjadrenie pocitov, s ktorými sa im riešenie matematických problémov spája. Na základe odpovedí hodnotím, že pocity, ktoré u žiakov vyvoláva riešenie matematických problémov, sú rôznorodé. Pre niektorých predstavuje príjemný zážitok, iní tento proces vnímajú naopak negatívne.

Mám ich rád/rada, bavia ma

Mohli sme sa stretnúť s odpoveďami prezrádzajúcimi, že riešenie matematických problémov je niečo, čo daného žiaka/žiačku baví, že je to niečo čo, má rád/rada. Našli sa traja participanti, ktorí uviedli takýto postoj priamo, ale podobné vnímanie usudzujem aj z iných odpovedí a naznačujú ho aj nasledujúce tri kategórie.

Zábava, zaujímavá vec

Dvadsať participantov hodnotí riešenie matematických problémov ako zábavu alebo niečo zaujímavé. Viacero z nich však vníma, že je to zábava len niekedy, čo vyhodnocujem z odpovedí ako napr. „*občas zábava*“, „*niekedy aj zábava*“, „*niekedy zábava, niekedy nuda*“ alebo odpovede „*keď je to vo forme nejakej hry, je to zábavné*“.

Ďalší traja participanti vnímajú matematické problémy (aj) ako formu oddychu. V tomto duchu zazneli vyjadrenia ako: „*oddych*“ či „*vytrhnutie z reality, vypnutie*“ ale tiež časť odpovede „*niečo, čo musím robiť v škole na matematike alebo príjemná oddychová činnosť pri sudoku*“ (Túto odpoveď rozoberám detailnejšie pri kategórii *Záleží od okolností*).

Radosť z objavovania, pocit úspechu, dobrý pocit

Niektorí participanti pri riešení matematických problémov zažívajú radosť z objavovania či pocit úspechu, keď sa im podarí na niečo prísť. Usudzujem to napr. z odpovedí: „*matematika je môj najobľúbenejší predmet, takže zábavu a nadšenie pre objavovanie nových vecí*“, „*uspokojenie, keď sa dopracujem k výsledku*“, „*...mám radosť z každého problému, ktorý sa mi podarilo vyriešiť*“ alebo „*podľa toho akých,*

ale mám rád, keď sa mi niečo podarí vyriešiť". Takéto pocity vyjadrili šiesti participanti.

Výzva

Dvanásť participantov uviedlo, že pre nich znamená riešenie matematických problémov výzvu. Pre niekoho znamená dokonca „zaujímavú výzvu v živote”.

Strach, bolesť, hrôza, frustrácia, smútok, forma mučenia

V iných žiakoch naopak riešenie matematických problémov vyvoláva rad negatívnych pocitov, ako sú strach, smútok, bolesť, hrôza či frustrácia. Hodnotím tak na základe odpovedí ako: „je to pre mňa frustrujúce a vidí sa mi to celkom zbytočné”, „forma mučenia”, „čistá hrôza”, „smrť”, „pohroma”, „trápenie” a podobne. Takéto pocity rezonovali v 21 odpovediach.

Problém, niečo ťažké, únava

Ako ďalší problém alebo ako niečo, o čom majú pocit, že tomu nerozumejú, je to únavné alebo ťažké, vníma matematické problémy 28 participantov. Naznačujú to odpovede ako „bohužiaľ vo väčšine prípadov strach a problém”, „ďalší problém”, „problémy”, „problémy navyše”, „ešte väčší problém”, „problém, aj keď viem, že je to svojim spôsobom krásne”, „je to niečo v čom som vždy stratená, a nemám ich rada”, „nebavia ma a nerozumiem im, najradšej by som ich nerobila”, „ďalšiu záťaž do môjho už teraz ťažkého života” či „matematika je pre mňa na obtiaž”.

Nemám ich rád/rada, nebavia ma

Priamo slová, že matematické problémy participanti nemajú radi, alebo že ich nebavia, zazneli v piatich vyjadreniach. Podobné vnímanie však identifikujem vo viacerých odpovediach, predpokladám ho aj pri predchádzajúcich dvoch kategóriách, ako aj v ďalej spomenutej kategórii „nič” a v kategórii „strata času” v nasledujúcej časti.

Záleží od okolností

Niektorí žiaci zhodnotili, že záleží od toho, o aké matematické problémy ide. Pre časť z nich bolo dôležité, aby problém nebol príliš zložitý. V tomto duchu zazneli odpovede: „*podľa toho akých, niekedy to je komplikované a nudné, inokedy jednoduchšie a zábavné*” alebo „*komplikovanosť, ale niekedy v pohode*”.

Ďalšia časť poukázala na to, že je rozdiel medzi tým, či ide o matematické problémy v škole alebo mimo nej. Napr. u jedného žiaka alebo žiačky sme sa mohli stretnúť s pohľadom na riešenie matematických problémov v škole ako na niečo, čo „*musím robiť*”, zatiaľ, čo mimo školy vnímal alebo vnímala matematické problémy pozitívne: „*Niečo, čo musím robiť v škole na matematike, alebo príjemná oddychová činnosť pri sudoku*”. Ďalším príkladom podobného vnímania je odpoveď „*V škole je to nuda, ale ak mi na Youtube vyskočí nejaký zaujímavý matematický problém, tak sa ho snažím vyriešiť, ak ho neviem, tak video sledujem do konca.*”

Nič

Trinást žiakov sa vyjadrilo, že pre nich riešenie matematických problémov neznamená nič, alebo že nevedia, a ďalších 27 nechalo túto otázku nevyplnenú.

3.2.2 Riešenie matematických problémov ako činnosť

Viacero participantov sa tiež pozeralo na riešenie matematických problémov ako na určitú činnosť. Niektorí uviedli, že ide o činnosť, ktorá vyžaduje logické myslenie, pre iných znamená počítanie, snahu dostať sa k výsledku alebo povinnosť.

Činnosť vyžadujúca logické myslenie

Jedenásť žiakov vyjadrilo, že riešenie matematických problémov je činnosť, pri ktorej potrebujú použiť logiku, alebo že ide o „zapnutie mozgu”. Nieкто poukázal na to, že pri tejto činnosti využíva logiku a hľadá rôzne riešenia, podobne ako v živote.

Dostať sa k odpovedi, výsledku

Pre iných znamená riešenie matematických problémov nájdenie určitého výsledku. V takomto zmysle sa vyjadrili šiesti participanti. Dvaja z nich ešte konkrétnejšie definujú, že by malo ísť o číselný či presný výsledok: „*dostať sa k odpovedi, ktorá obsahuje čísla*” alebo „*znamená to získanie presného výsledku*”.

Počítanie príkladov

Podľa odpovedí jedenásti participanti vidia riešenie matematických problémov ako synonymum k počítaniu príkladov.

Hodina matematiky, precvičovanie matematiky, povinnosť

Ďalší ôsmi riešenie matematických problémov vnímajú ako synonymum k hodine matematiky, či domácim úlohám. Šiesti uviedli, že je to povinnosť, čo zrejme tiež súvisí s vnímaním riešenia matematických problémov v súvislosti so školou.

3.2.3 Vnímanie zmyslu riešenia matematických problémov

Časť participantov sa zamerala na vyjadrenie zmyslu riešenia matematických problémov. Z tohto pohľadu niektorí vnímajú riešenie matematických problémov ako dôležitú súčasť života, ďalší ako stratu času, iní ako možnosť získať dobrú známku.

Prospešné pre dobré známky

Priamo o vnímaní riešenia matematických problémov ako prostriedku k dosiahnutiu dobrej známky hovorili tri odpovede. Boli to odpovede „*je to prospešné ak chcem jednotku z matematiky*”, „*good gradez*” a „*ľahký spôsob ako získať 1 za aktivity na hodine matematiky*”.

Strata času

Viacero participantov hodnotí riešenie matematických problémov ako stratu času. Priamo slová „*strata času*”, „*stratený čas*” či „*premárnený čas*” som registrovala v siedmich odpovediach. Ďalší participant alebo participantka uviedol alebo uviedla

odpoveď „zbytočne zaplnené poobedie”. Predpokladám, že podobné vnímanie naznačujú vyjadrenia hovoriace o *nude*, s ktorými sme sa mohli stretnúť desaťkrát. Podobne usudzujem, že tento postoj je aj súčasťou vyjadrenia „*je to pre mňa frustrujúce a vidí sa mi to celkom zbytočné*”, ktoré som citovala vyššie.

Dôležitá súčasť života, formovanie pohľadu na svet

Iní žiaci však v kontraste s predchádzajúcimi postojmi vnímajú riešenie matematických problémov ako prostriedok, ktorý neoddeliteľne patrí k životu, rozširuje ľudské vnímanie, či dáva možnosť priblížiť sa k Bohu. Zazneli odpovede ako „*je to akési rozvíjanie nášho pohľadu na svet, rozširovanie obzorov*”, „*dôležitá súčasť života*”. Niektorí z účastníkov sa v tomto smere vyjadril slovami: „*Je to hľadanie spôsobu, ktorým sa dá zistiť nejaká informácia, ktorú nevieme, ale vieme sa k nej dopracovať pomocou ďalších informácií, ktoré nám sú známe a súvisia s tou neznámou. Na to musíme poznať vzťahy medzi nimi a potrebujeme si vedieť vyvodit' aj nové vzťahy, ktorými sa dajú vypočítat' aj náročnejšie problémy. Matematika je jazykom prírody a preto k nej mám veľký rešpekt. Pre mňa je riešenie matematických problémov výzva. Mám radosť z každého problému, ktorý sa mi podarilo vyriešiť. Riešenie matematických problémov je v podstate približovanie sa k Bohu (prírode...). Len Boh vie všetko, my si to musíme vypočítat'.*”

3.3 Postoje k matematike

Pri analyzovaní odpovedí na otázku „*Čo sa ti na matike páči/baví ťa?*” som identifikovala niekoľko kategórií toho, čo žiaci najviac oceňujú. Tieto kategórie spolu s počtom žiakov, ktorí k nim inklinujú, zobrazuje Tabuľka 1. Celkovo 20 participantov na túto otázku neodpovedalo vôbec a ďalších 41 vo svojich odpovediach vyjadrili, že sa im nepáči nič. Z nich väčšina použila priamo odpoveď „*nič*”, ale našli sa aj rozvinutejšie odpovede ako napr. „*Keď nám odpadne hodina.*” alebo „*Niekedy sa usmejem, keď zazvoní zvonček na prestávku.*” Zvyšní participanti vedeli nájsť niečo, čo sa im páči alebo ich baví. Najviac ma prekvapilo, že vo veľkej miere pozitívne

oceňovali práve počítanie, rovnice a používanie vzorcov. Do tejto kategórie som zaradila až 29 odpovedí.

Kategória	Počet
nič	41
rovnice, algebra, vzorce, počítanie	29
radosť z úspechu, hľadanie odpovedí	22
logika, že je logická, logické uvažovanie	15
geometria, rezy kocky, priestorová predstavivosť	14
exaktnosť, striktnosť, všetko so všetkým súvisí	11
pocit, keď tomu rozumiem	9
veľa spôsobov riešenia	8
praktickosť, užitočnosť, všestrannosť	8
iné matematické témy	6
netreba sa ju bifľovať	5
jednoduchšie úlohy	5
učiteľ, učiteľka	4
životy slávnych matematikov, história, matematické vtipy	3
myslenie (zapájanie myslenia)	3
to, čo využijem v živote	3
nezaradené	7

Tabuľka 1: Čo sa participantom na matematike páči alebo ich baví

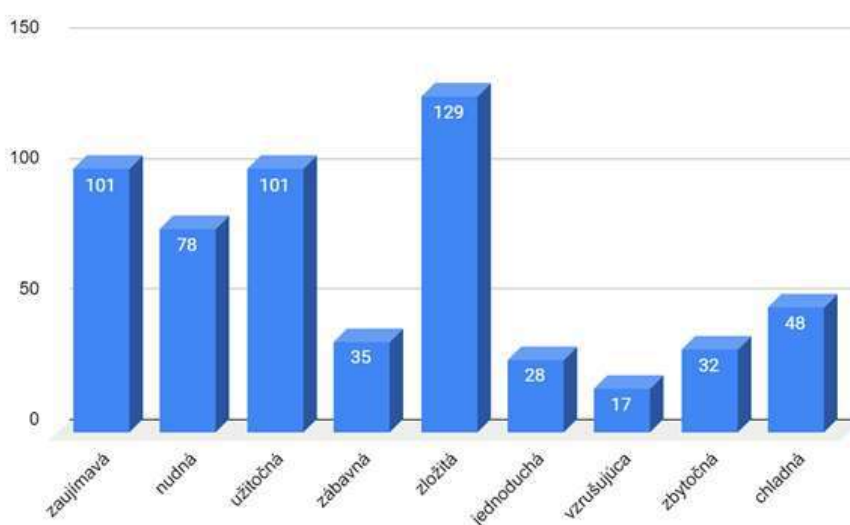
Žiaci majú tiež radi pocit úspechu, keď sa im podarí nájsť riešenie, či zažívajú potešenie už pri jeho samotnom hľadaní. V tomto zmysle sa vyjadriло 22 participantov. Pritom niektorým sa páči, ak sa s riešením nemusia príliš trápiť, ako napr. prezrádza odpoveď „Keď vyriešim príklad bez námahy. Vtedy ma matika baví.“, viacerí však hodnotia pozitívne, ak sa im podarí vyriešiť práve niečo zložité, na čo poukazujú odpovede ako napr. „Keď vyriešim zložitý príklad.“, „Keď je niečo zložité a riešenie príkladu je ťažké, ale podarí sa mi to vyriešiť.“ alebo „Keď nájdem postup k zdanlivo ťažkému príkladu a nakoniec sa dopracujem k riešeniu a zistím, že je to

skutočne jednoduché.” V deviatich ďalších odpovediach žiaci vyjadrili, že sa im matematika páči vtedy, keď jej rozumejú.

Našli sa žiaci, ktorí oceňujú, že existuje viacero spôsobov riešenia a záleží na nich samých, aký prístup zvolia. Mohli sme sa stretnúť s odpoveďami ako „Každá úloha má viac riešení, každý má svoje riešenie a názor na úlohu.” alebo „Že jeden príklad sa dá vypočítať rôznymi spôsobmi a poukazuje to na rôzne myslenie ľudí.”

Žiaci zároveň pozitívne hodnotia u matematiky jej praktickosť a zmysel v živote. Niektorí uviedli: „Vďaka matike môžeme vytvárať veci, ktoré by ľudia v stredoveku považovali za mágiu.” Ďalej sa objavil názor, že na matematike je krásne to, že sa ju netreba biffovať. Viacerí vyzdvihli logickosť matematiky alebo uviedli, že ich baví riešiť úlohy, kde treba používať logiku. Ako pomerne obľúbená téma sa na základe analýzy odpovedí ukázala tiež geometria.

Aj otázka „Ktoré z vymenovaných pocitov v tebe vyvoláva matika? Neváhaj pridať ďalšie.” priniesla zaujímavé odpovede. Na grafe na Obrázku 19 môžeme vidieť, aké pocity z predvolených možností u žiakov najviac rezonujú. Väčšina žiakov označila viacero pocitov, najčastejšie tri až štyri. Dost' často sme sa mohli stretnúť s rozporuplnými pocitmi, preto som sa rozhodla analyzovať ich v kontexte s ostatnými odpoveďami daných jednotlivcov.



Obrázok 19: Počty žiakov, ktorí si označili daný pocit

Zložitá

Žiaci najčastejšie vnímajú matematiku ako zložitú. Takto ju označilo až 129 z nich, čo je viac ako polovica (60 %). Toto označenie mohli mysliť pozitívne, mohlo to byť ocenenie, že vďaka tomu, že je zložitá, predstavuje výzvu a možnosť objavovať. Tiež ale možno vyjadrili skôr negatívny pocit v zmysle *príliš ťažká*. Pri analyzovaní tejto odpovede celkovo v súvislosti s ostatnými odpoveďami na túto otázku, a tiež odpoveďami na zvyšné otázky zamerané na vnímanie matematiky usudzujem, že sa môžeme stretnúť s oboma významami.

Pozitívny pohľad predpokladám napr. u niekoho, kto zvolil „zložitá” a zároveň vyjadril názor: *„Ťažká, ale to je na tom zábavné”*. Podobne hodnotím pohľad žiakov, ktorí vybrali „zložitá” spolu s možnosťou „zaujímavá”, a súčasne na otázku „Čo sa ti na matike páči/baví ťa?” odpovedali *„že je logická a šťastie, keď niečo dokážem úspešne vyriešiť”* alebo *„pocit úspechu, keď príklad vyriešim”*. Zhodnotenie „zložitá” v pozitívnom zmysle tiež predpokladám pri voľbe tejto odpovede spolu s voľbou „užitočná” alebo s odpoveďou *„že sa ju nemusíme bifľovať”* na otázku „Čo sa ti na matike páči/baví ťa?”

Celkovo ale prevažovali prípady, kedy si žiaci vybrali možnosť „zložitá” v kombinácii s pocitmi, ktoré prezrádzajú, že to nemysleli pozitívne, ale skôr v zmysle *príliš ťažká*. Často si spolu s týmto pocitom vyberali pocit *“nudná”*. Podobnú interpretáciu pocitu „zložitá” predpokladám tiež pri participantoch, ktorí zároveň na otázku, čo pre nich znamená riešenie matematických problémov, odpovedali *„Ďalšiu záťaž do môjho už teraz ťažkého života”* alebo *„Vec ktorá mi vôbec nejde a len sa zbytočne vytočím.”* alebo inak zhodnotili, že matematika je pre nich na obtiaž, alebo sa im v nej nedarí.

V tomto kontexte je vhodné pripomenúť Paperta (1998) a Gee (2003), ktorí konštatujú, že deťom pri hraní videohier nevadí, že sú ťažké. Práve naopak, považujú to za pozitívne. Gee (2003) cituje šesťročného chlapca, ktorý dostal otázku, či je vo videohrách lepšie, keď sú problémy, ktoré rieši, ľahké alebo ťažké. Chlapec bez zaváhania odpovedal: *„Ťažké sú vždy dobré, jednoduché nie.”* Papert (1998) na základe podobných skúsenosti s deťmi zhodnotil: *„Deti hovoria o ‘ťažkej zábave’*

(hard fun) a nemyslia tým, že je to zábava napriek tomu, že je ťažké. Myslia tým, že je to zábavné, pretože je to ťažké. Keď som počúval skúseností detí a pozoroval ako tvrdo pracujú, aby sa zlepšili v hrách, utvrdilo to moju vlastnú skúsenosť: učenie je v zásade ťažké, najlepšie prebieha, keď sa človek hlboko angažuje v aktivitách, ktoré sú náročné a predstavujú výzvu. Komunita tvorcov videohier pochopila (vo svoj veľký prospech), že to nie je dôvod na starosti. Faktom je, že deti uprednostňujú veci, ktoré sú ťažké, pokiaľ sú tiež zaujímavé.”

Odpovede participantov korešpondujú s týmito slovami. Žiaci, ktorí považujú matematiku za zaujímavú, často oceňujú pozitívne, ak je to, čo riešia ťažké, predstavuje výzvu. Naopak žiaci, ktorým pripadá nudná, vnímajú jej zložitosť skôr negatívne. Dost' veľkú úlohu zohráva ale aj to, či sú úlohy primerane ťažké. Žiaci „zložitá” v skôr negatívnom zmysle vnímajú vtedy, keď majú pocit, že zadané úlohy sú nad ich sily. Ak je to v rámci toho, čo vnímajú ako dosiahnuteľné, skôr uprednostňujú, keď úlohy znamenajú určitú výzvu. Na to poukazuje aj Horňáková (2020), ktorá hovorí, že príliš ťažké úlohy môžu žiaka viesť k stresu a zablokovať ho pred učením sa, obzvlášť vtedy, ak zároveň pri tom necíti povzbudenie z okolia, zatiaľčo naopak „Príliš ľahké úlohy nevedú k dopamínovej odmene ani vtedy, ak je dieťa pochválené. Opakovanie rovnakých úloh, ktoré už dávno zvláda, vedie k nude a strate záujmu.”

Užitočná

Za užitočnú považuje matematiku až 101 žiakov, čo je skoro polovica (48 %). Aj keď sa nám môže zdať, že ocenenie matematiky ako užitočnej prezrádza pozitívny vzťah k nej, podľa odpovedí na ostatné otázky, viacerí z participantov s touto voľbou pocitu zároveň z matematiky pociťujú strach, či iné negatívne emócie.

Zaujímavá

Ako zaujímavú vníma matematiku rovnako 101 (48 %) žiakov. U viacerých z nich sme mohli vidieť nadšenie z matematiky aj pri odpovedi na otázku „Čo sa ti na matike páči/baví ťa?”. Títo žiaci vyjadrili radosť z objavovania, prichádzania na riešenie či pochopenia nových vecí. Niektoré z takýchto odpovedí uvádzam vyššie, kde

rozoberám voľbu „zaujímavá“ spolu s voľbou „zložitá“. Ďalšími príkladmi podobných odpovedí sú „všetko je nejako prepojené a mám rada, keď pochopím zrazu nejakú novú vec“ alebo „dostať sa k riešeniu ako prvý, bez pomoci iných“. Iným príkladom, ktorý ukazuje navyše určitú útechu nájdenú v matematike je „aspoň niečo v mojom živote vychádza“.

Nudná

Naopak, 78 (37%) žiakov vníma matematiku ako nudnú. Až 41 z nich tento názor zdôraznilo tým, že pri odpovedí na otázku „Čo sa ti na matike páči/baví ťa?“ uviedli, že nič alebo túto odpoveď nechali nevyplnenú. Ďalším umocnením tohto názoru bol výber „nudná“ spolu so „zbytočná“. Takúto kombináciu som našla v 23 odpovediach.

Chladná

Ako chladnú vníma matematiku 48 žiakov (23 %). Označenie „chladná“ môže evokovať negatívny pocit, ale na základe analyzovania tohto výberu v súvislosti s ostatnými odpoveďami usudzujem, že účastníci to nevnímali vždy tak. Pre niektorých to mohlo byť naopak ocenenie chladnej krásy. Domnievam sa, že príkladom takéhoto vnímania je aj autor alebo autorka citátu, ktorý som uviedla v predchádzajúcej časti, s pohľadom na riešenie matematických problémov ako na približovanie sa k Bohu. Dôvod na podobnú interpretáciu dáva aj ďalších deväť dotazníkov, v ktorých sa tento pocit spája s pocitmi ako „zaujímavá“, „zábavná“ či „vzrušujúca“.

Vlastné pocity

Možnosť pridať vlastné pocity priniesla ďalšie obohacujúce odpovede. Niektorí žiaci vymenovali hneď niekoľko vlastných pocitov, alebo pocit charakterizovali viacerými slovami. Aby sa nestratili jemné nuansy, ktoré sa takto vynorili, uvediem všetky odpovede doslovne. Viacero žiakov celými vetami vyjadrilo, že im niečo príde zbytočné. Konkrétne uviedli: „Niektoré veci sú zbytočné“, „Niekedy sa mi zdá zbytočná. (☹☹)“, „Ťažká a niektoré veci sú naozaj zbytočné...“. Ďalej sme sa mohli stretnúť s vyjadreniami: „Základy sú určite dôležité, zbytok je pre mňa nezaujímavý.“

a „*Občas nechápem využitie niektorých tém.*“, ktoré sa niesli v podobnom duchu. Iní žiaci pridali negatívne emócie, ktoré ešte podčiarkli už zvolené negatívne emócie z predvolených. Trikrát sme sa mohli stretnúť s vyjadrením „*stresujúca*“, rovnako trikrát sa objavil pocit „*únavná*“. Ďalej to boli zhodnotenia „*frustrujúca*“, „*smútok*“, „*pocit beznádeje*“, „*bolesť hlavy*“, „*nechutná, odporná*“, „*náročná, nechutná, zdĺhavá*“, „*nad moje sily*“, „*mätúca*“ a „*nezaujímavá*“. Tiež sa ale našli aj pozitívne hodnotenia: „*potrebná, vtipná*“, „*dôležitá*“, „*logická, priamočiara, nechaotická*“ a „*občas ťažká, ale to je na tom to zábavné*“, „*môžem vďaka nej získať dobrú pracovnú pozíciu*“ a „*výzva to vyriešiť*“. Okrem toho zazneli vyjadrenia „*neutrálna*“, „*ani jednoduchá ani náročná, na jej pochopenie musím vynaložiť úsilie, nie však nejaké svetoborné*“, „*nevyspytateľná*“, „*vymyslená, nereálna*“ a „*stereo*“.

3.4 Hranie videohier a vzťah k matematike

Na základe otázok týkajúcich sa hrania videohier som rozdelila žiakov na tých, ktorí hrajú videohry, a tých, čo nehrajú vôbec alebo skoro vôbec. Na základe otázok „*Ktoré z vymenovaných pocitov v tebe vyvoláva matika? Neváhaj pridať ďalšie.*“, „*Čo sa ti na matematike páči/baví ťa*“ a „*Čo pre teba znamená riešenie matematických problémov?*“ som sa snažila zhodnotiť vzťah jednotlivých žiakov/žiačok k matematike. Pri mnohých žiakoch usudzujem, že ich vzťah nie je ani jednoznačne pozitívny ani negatívny, ale je komplexnejší – niektoré aspekty hodnotia kladne, iné im skôr nevyhovujú.

Podľa vzťahu k matematike a toho či hrajú alebo nehrajú videohry som napokon vytvorila šesť kategórií:

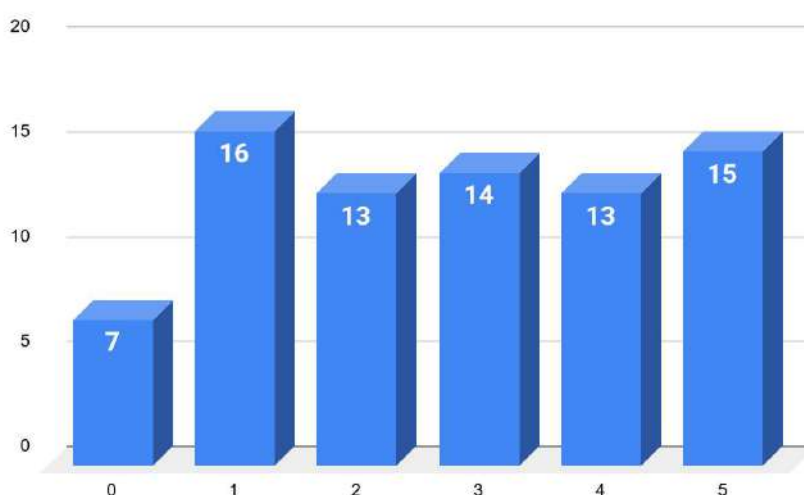
- hrá videohry + pozitívny vzťah k matike
- hrá videohry + nevyhraný vzťah k matike
- hrá videohry + negatívny vzťah k matike
- nehrá vôbec alebo skoro vôbec + pozitívny vzťah k matike
- nehrá vôbec alebo skoro vôbec + nevyhraný vzťah k matike
- nehrá vôbec alebo skoro vôbec + negatívny vzťah k matike

Počet žiakov patriacich do jednotlivých kategórií zobrazuje nasledujúca tabuľka:

Kategória	Počet
Hrá videohry + pozitívny vzťah k matike	30
Hrá videohry + nevyhranený vzťah k matike	32
Hrá videohry + negatívny vzťah k matike	17
Nehrá vôbec alebo skoro vôbec + pozitívny vzťah k matike	41
Nehrá vôbec alebo skoro vôbec + nevyhranený vzťah k matike	47
Nehrá vôbec alebo skoro vôbec + negatívny vzťah k matike	46

Tabuľka 2: Hranie videohier a vzťah k matematike

Pri participatoch, ktorí hrajú hry, som ďalej vyhodnotila odpovede na otázku „Máš pocit, že sa vo videohrách stretávaš s matikou?“



Obrázok 20: Počet participantov pri odpovediach na otázku „Máš pocit, že sa vo videohrách stretávaš s matikou?“ (0 = „to vôbec“, 5 = „áno neustále“)

Ako ukazuje graf na Obrázku 20 odpovede pokrývajú celú škálu. Môžeme vidieť, že väčšina žiakov, ktorí hrajú videohry, vníma, že sa v nich v určitej miere stretáva s matematikou. Iba siedmi z celkového počtu hráčov (79 žiakov) si myslia, že sa vo videohrách s matematikou nestretávajú vôbec. Takých, čo si myslia, že sa pri hraní stretávajú s matematikou často, teda zvolili odpoveď 4 alebo 5, bolo 28.

Hodnotenie, ktoré daní hráči zvolili, mohlo byť ovplyvnené viacerými faktormi. Na jednej strane mohlo závisieť od konkrétnych hier, ktoré hrajú, pretože rôzne hry

ponúkajú v rozličnej miere rôzne situácie, v ktorých sa dá využiť matematika alebo matematické myslenie. Hodnotenie tiež mohlo závisieť od spôsobu, akým danú hru hrajú, pretože aj prístup k hraniu rovnakej hry je pri jednotlivých hráčoch rozdielny. V neposlednej miere mohlo ich hodnotenie závisieť od toho, ako vnímajú matematiku ako takú.

Za zaujímavé považujem, že medzi žiakmi, ktorí si myslia, že sa vo videohrách stretávajú s matematikou často, boli aj žiaci, ktorí k matematike inak nemajú dobrý alebo prevažne dobrý vzťah. Išlo o desať žiakov, čo je približne tretina z nich. Odpoveď 5 zvolil napríklad niekto, kto uviedol, že ho na matematike nebaví nič a riešenie matematických problémov je preňho/pre ňu „nudné“. Pre niekoho ďalšieho s odpoveďou 4 je riešenie matematických problémov „forma mučenia“, nepáči sa mu/jej na matematike „nič“ a k pocitom z nej pridal/pridala „smútok“. Niekto iný s odpoveďou 5 vybral pri pocitoch z matematiky „nudná“ ako jedinú možnosť, alebo niekto ďalší, tiež s odpoveďou 5, doplnil odpoveď „pocit beznádeje“. Ďalší žiak či žiačka s odpoveďou 4 pri riešení matematických problémov pociťuje „smútok“ a pre niekoho iného, tiež s odpoveďou 4, neznamená riešenie matematických problémov *nič* a ani sa mu/jej na matematike *nič* nepáči.

3.4 Zhodnotenie predvýskumu

Predvýskum ukázal, že participanti hrajú hry, ktoré patria do rôznych herných žánrov. V hrách, ktoré vymenovali, boli zastúpené akčné hry, strategické hry, RPG hry, simulácie, športové hry, adventúry a v menšej miere tiež logické hry. Tí, ktorí hrajú videohry najčastejšie, väčšinou zároveň hrajú hry z viacerých žánrov.

Vnímanie matematiky a matematických problémov je v tejto výskumnej vzorke naozaj rôznorodé, čo považujem za hodnotné a obohacujúce zistenie. Často sa v spojitosti s matematikou hovorí, že ju žiaci majú radi alebo nie. Tento predvýskum ma presvedčil, že s vnímaním matematiky je to oveľa komplexnejšie a rozmanitejšie. Mnoho žiakov vie oceniť niektoré aspekty, ktoré s matematikou súvisia a naopak ďalšie aspekty im v niečom prekazujú.

Obzvlášť bohatú pestrosť pohľadov priniesla otázka „*Čo pre teba znamená riešenie matematických problémov?*” Z viacerých odpovedí ale nedokážem spätne posúdiť, čo si daní žiaci pod matematickými problémami predstavovali, a teda či hodnotili matematické problémy v zmysle školskej matematiky alebo v širšom zmysle. Podobne ani pri zvyšných otázkach nedokážem u mnohých žiakov iba na základe analýzy týchto dát vyhodnotiť, či sa vyjadrovali k matematike v škole alebo k matematike všeobecne a nakoľko je ich všeobecný pohľad na matematiku ovplyvnený skúsenosťami zo školy.

Rôznorodosť v postojoch sa ukázala aj pri tých žiakoch, ktorí hrajú videohry, aj pri tých, čo ich nehrajú. V tomto predvýskume ma prekvapilo zistenie, že aj v skupine žiakov, ktorí hrajú videohry často a uvedomujú si, že sa v nich neustále stretávajú s matematickými problémami má tretina z nich k matematike podľa ostatných odpovedí negatívny vzťah. Lepšie porozumieť, ako presne žiaci matematiku v hrách vnímajú, a ako vnímajú rozdiel medzi touto matematikou a matematikou v škole, som sa následne snažila pri hľadaní odpovedí na otázky O2 a O3. Tiež ma zaujalo rôzne vnímanie pocitu „zložitá”, preto som sa rozhodla v rámci výskumu preskúmať aj tento aspekt, a snažila som sa zistiť, ako žiaci vnímajú, že je niečo zložitá v hre a na hodine matematiky.

4 Videohry a rozvoj matematického myslenia a informatického myslenia

V tejto kapitole formulujem odpoveď na výskumnú otázku O1: „*Aké príležitosti pre rozvoj matematického a informatického myslenia poskytujú videohry?*” Odpoveď na túto otázku som hľadala prostredníctvom obsahovej analýzy (Krippendorff, 2004; Mayring, 2014) vybraných videohier, pričom som vychádzala zo skúseností a pozorovaní participantov pri hraní týchto hier, ako aj z vlastných skúseností. Tri z vybraných hier sme analyzovali spolu s kolegom Vankúšom, pričom aj on vychádzal z vlastných skúseností s týmito hrami. V príslušnej časti analýzy sme najskôr identifikovali príležitosti v daných hrách každý zvlášť a následne sme svoje zistenia porovnali.

Pri analýze situácii z hier a dát získaných z pozorovaní a rozhovorov som použila kvalitatívny dizajn výskumu. Zamerala som sa na skúmanie jednotlivých výziev vo vybraných hrách a toho, ako v nich hráč využíva postupy, ktoré sú chápané ako súčasť matematického myslenia a informatického myslenia.

Zapojili sa štyria participantí – Adam, Martin, Tomáš a Viktor. Išlo o zámerný výber (Creswell, 2012). Títo participantí majú bohaté skúsenosti s hraním hier rôznych žánrov, a zároveň pre všetkých z nich je matematika úzko spätá s ich prácou. Javili sa preto ako vhodní z hľadiska skúmaného fenoménu, a zároveň boli ochotní sa do výskumu zapojiť.

Martin

Martin má 32 rokov a venuje sa grafickému dizajnu. Videohry hrá už od detstva a má množstvo skúseností s hrami rôznych žánrov. Medzi jeho najobľúbenejšie patrí SW: Kotor, Beyond good and evil, séria Dark Souls, séria Gothic, Gris, Disco Elysium, Life is strange, Deus Ex a Hades. Svoje vnímanie matematiky opísal slovami: „*K matematike som mal kladný vzťah už od malička až do siedmeho ročníka ZŠ, kedy nám vymenili učiteľku. Ďalej som o ňu v škole už neprejavoval záujem, čo ale nič nezmenilo na mojom vzťahu k matematike. Skôr je to výčitka k systému :D.*

V mojej práci ju ale denne využívam pri rôznych menších výpočtoch vo vektorovej grafike. Obzvlášť fascinujúca a najzábavnejšia mi vždy prišla geometria, a to hlavne v poslednej dobe, keď som začal pracovať a učiť sa viacbodovú perspektívu. Hlavne vďaka tomu som aj veľkým fanúšikom hier ako napr. Monument Valley, kde sa umenie (výtvarná stránka) spája s geometrickými optickými ilúziami. Matematika ma fascinuje svojimi základnými pravidlami, ktoré pri ich dodržaní človeka vždy dovedú k rovnakému výsledku niekoľkými možnými spôsobmi. Pri dennom používaní však o nej nerozmýšľam ako o konkrétnych číslach, ale skôr sa snažím veľké celky rozdeľovať do nehmotných tvarov ktoré spolu pod rôznymi uhlami (operáciami) rôzne interagujú. Týmto spôsobom tak získam, aspoň v mojej hlave, aj obyčajné násobenie alebo percentuálne vyjadrenie istú hravosť.”

Viktor

Viktor má 26 rokov, je doktorand na aplikovanej informatike a vo svojom výskume sa zameriava na automatizované sledovanie dopravy a detekciu objektov v 2D aj 3D. Jeho vzťah k hraniam hier bol v minulosti výrazne kladný, hral sa hry patriace do rôznych herných žánrov. V súčasnosti naďalej vníma hranie hier ako zábavu, ale už ich hrá menej, pretože ho bavia najmä náročnejšie hry, v ktorých sa môže zlepšovať aj stovky hodín. Medzi jeho najobľúbenejšie patria Europa Universalis IV, Crusader Kings II, Victoria II, Baldur's Gate II: Shadows of Amn, Empire: Total War, Gothic, Team Fortress 2 a GTA V. Svoj vzťah k matematike vyjadril slovami: „*Matematiku vnímam najmä ako dôležitý nástroj na riešenie problémov v mojom výskume. Niekedy som spokojný aj v prípadoch, že som si niečo odvodil alebo dokázal, aj keď sa to nakoniec nedalo použiť v praxi z rôznych dôvodov.*”

Tomáš

Tomáš má 32, vyštudoval lektorstvo anglického jazyka a momentálne pracuje ako knihkupec. S hraním hier má bohaté skúsenosti už od detstva. Medzi jeho najobľúbenejšie hry patria League of Legends, World of Warcraft, Fallout a Diablo. Matematiku vníma ako „*nutné zlo*”.

Adam

Adam má 27 rokov, je doktorand a vo svojom výskume sa venuje postojom budúcich učiteľov k matematike. Aj jeho skúsenosti s hraním videohier sú dlhoročné. Jeho najobľúbenejšími videohrami sú Dorf Romantik, Machinarium, Super meat boy, Epistory typing chronicles, Bastion, Age of empires 2, Hidden folks, Stanley parable, Hexcells infinite, Hollow knight, Apotheon, Hades, Witcher 3, Skyrim. Samorost, Gothic 2, Sunless skies, The whispered world, Supraland, Life is strange a West of loathing. O svojom vzťahu k matematike sa vyjadril: *„Matematika mi na základke a strednej išla, mal som jednotky, občas dvojky. Nezúčastňoval som sa na SS takmer žiadnych súťaží a nedá sa povedať, že by bola mojou záľubou alebo obľúbenou voľnočasovou aktivitou. Matematiku som na bc študoval, lebo mi išla, nemal som silnejšiu preferenciu niečoho iného. Na VŠ som bol priemerný študent a takisto som necítil zápal pre matematiku, možno raz za čas, ale v porovnaní s niektorými spolužiakmi bolo vidieť, že to nie je veľký zápal. Z matiky som na magisterskom prešiel na učiteľstvo a matika mi ako aprobačný predmet ostala. Bližšie je mi neformálne vzdelávanie a práca na rozvoji druhých. Matematika tak ostala blízko mňa, pretože to bola praktická voľba, matematika plus niečo. Začiatkom magisterského štúdia som mal predstavu že by som matiku chcel ísť učiť, a moja predstava dobrého učenia bola o dobrom, jasnom vysvetlení učiva. Iný spôsob som nepoznal. V poslednom ročníku som sa zoznámil s Hejného metódou a konštruktivistickým prístupom k vyučovaniu matematiky, čo mi otvorilo veľmi lákavý svet, v ktorom matematika nebola len sama pre seba, ale slúžila ako niečo, na čom si skutočne môžeš rozvinúť myslenie. Teda taký obraz som mal o matematike vtedy. To bol čas, kedy som si po dlhej dobe prežil nadšenie z riešenia nejakých úloh a "doobjavil" niektoré veci, ktoré som dovtedy poznal do veľkej miery iba formálne (vedel som oveľa viac "čo" a "ako", než "prečo") Po magisterskom štúdiu som začal učiť na SŠ a robiť PhD. Tento prvý rok som na školu prišiel veľmi slabo pripravený na konštruktivisticky ladené vyučovanie a zažil veľa nepodarených skúseností, ktoré ma v polovici priviedli k tradičnejšiemu spôsobu vyučovania – nemal som dostatok zdrojov (dobré úlohy a ľudia ktorí vedia tak učiť), aby som to preklenul. Napriek tomu počas prvého polroku, keď som sa snažil vytvárať vlastne vzdelávacie materiály, tak*

ma matematika zaujímala viacej a často bola na javisku mojej mysle aj mimo pracovný čas. Koncom roku, kedy sa učilo už dištančne, sa môj vzťah k matike zmenil do veľkej miery na pracovný – matematická aktivita vyplývala iba z mojej potreby splniť pracovne záväzky. Posledný rok na doktorandskom môj záujem o matematiku nevzrástol veľmi výrazne, online vyučovanie analýzy k tomu tiež veľmi nepomohlo. Vo voľnom čase matematiku neriešim. Ostáva teraz vo mne skôr taká nostalgická spomienka na niekdajší mindset. Som presvedčený, že svet matematiky je úžasný a dôkaze človeku veľa dať, iba ja som momentálne od tohoto sveta nejak ďaleko.”

Aj pri výbere hier išlo o zámerný výber. Snažila som sa vybrať hry, patriace do rôznych herných žánrov, pretože rôzne herné žánre ponúkajú rozličné príležitosti z hľadiska matematického myslenia a infromatického myslenia. Pri výbere hier som tiež zohľadňovala skúsenosti participantov. Hry som vyberala aj na základe ich odporúčaní a toho, čo práve hrali, pretože vďaka tomu som mala príležitosť ich pri hraní pozorovať. Zároveň som sa snažila, aby medzi hrami boli zastúpené všetky herné žánre, ktoré uvádzali participant predvýskumu (pozri Kapitulu 3), aby som lepšie porozumela aj s akými príležitosťami sa stretávajú pri hraní videohier oni. Pretože medzi najobľúbenejšie hry u participantov predvýskumu patrili športové, pridala som hru FIFA21, hoci som sa pôvodne analýze športových hier nemala v úmysle venovať. Taktiež ich obľúbenosť hry League of Legends ma priviedla aj k jej zaradeniu medzi hry na analýzu. Stručné informácie o vybraných hrách poskytuje Tabuľka 3.

Ide o tieto videohry:

A Plague Tale: Innocence je akčná adventúra. Jej príbeh sa odohráva vo Francúzsku počas storočnej vojny. Mladá Amica spolu s jej malým bratom Hugom sa snažia utiecť pred inkvizíciou.

Broken Sword 5 je point and click adventúra. V hre dvojica detektívov vyšetroje vraždu a pri tom postupne odhaľuje množstvo záhad.

Divinity: Original Sin 2 je ťahové RPG. Na začiatku si hráč vytvorí jednu postavu, podľa svojich herných preferencií. Postupne v hre stretáva ďalšie postavy, ktoré sa môžu stať členmi jeho tímu. Všetkých hrdinov môže v hre postupne vylepšovať a do plnenia jednotlivých úloh sa môže pustiť až so štyrmi z nich.

Názov hry	Herný žáner	Čas hrania
Warcraft III: Reign of Chaos, Blizzard Entertainment, 2003	Real-time stratégia	18-42 hodín
Machinarium, Amanita Design, 2009	Grafická adventúra	5-6 hodín
Divinity: Original Sin 2, Larian Studios, 2017	Ťahové RPG	56-148 hodín
A Plague Tale: Innocence, Asobo Studio, 2019	Akčná adventúra	9-24 hodín
Empire: Total War	Ťahová stratégia	22-81 hodín
Broken Sword 5: The Serpent's Curse, Revolution Software, 2013	Point-and-click adventúra	11-14 hodín
FIFA 2021, Electronic Arts, 2020	Športová simulácia	43,5-189 hodín
Hades, Supergiant Games, 2020	Rogue-like	21-95,5 hodín
Hearthstone: Heroes of Warcraft, Blizzard Entertainment, 2014	Kartová stratégia	34,5-242 hodín
Hollow Knight, Team Cherry, 2017	Metroidvania	26-57 hodín
The Witness, Thekla, 2016	Logická hra	17,5- 42 hodín
League of Legends, Riot Games, 2009	Strategická hra, MOBA	1091 hodín
The Witcher 3: Wild Hunt, CD Projekt RED, 2015	Akčné RPG	51-172 hodín
Monument Valley, Ustwo, 2014	Logické hry	1,5-2,5 hodín

Tabuľka 3: Informácie o vybraných hrách, zdroj <https://howlongtobeat.com>

FIFA21 je športová simulácia, konkrétne simulácia futbalu. Hráč zostavuje svoj tím, s ktorým sa následne púšťa do zápasu.

Hades je hra zasadená do prostredia gréckej mytológie. Hráč sa ocitne v roli Hadesovho syna Zagreusa, ktorý sa snaží utiecť pred svojím otcom z podsvetia. Hra patrí do žánru *rogue-like*, čo znamená, že prostredie hry sa náhodne generuje, vďaka čomu je každá nová hra jedinečná. Keď hrdina v hre zomrie, hráč príde o všetky vylepšenia a začína od začiatku. Na rozdiel od iných *rogue-like* hier, v tejto

hráčovi však zostanú predmety, ktoré môže použiť na vylepšenie v úvodnej miestnosti.

Hearthstone je kartová stratégia, v ktorej hrajú proti sebe dvaja hráči. Každý z nich hrá za určitého herného hrdinu a pri hre využíva balíček kariet, ktorý si predtým zostavil.

Hollow Knight je metroidvania, čo znamená, že hráč preskúmava veľkú prepojenú mapu sveta, ale najskôr má len veľmi obmedzené schopnosti a mnohé miesta, z ktorých niektoré síce aj vidí, sú preňho nedostupné. Postupne, ako získava nové schopnosti, môže preniknúť na miesta, kam sa predtým dostať nevedel. V tejto hre sa hráč ocitne v roli osamelého bojovníka, ktorý spoznáva tajuplnú podzemnú ríšu.

League of Legends je tímová strategická hra, v ktorej proti sebe bojujú dva tímy po päť hráčov. Cieľom hry je zničiť základňu druhého tímu.

Machinarium je adventúra, v ktorej sa hráč ocitne v roli robota vyhodeneho na skládku. Robot sa snaží dostať naspäť do mesta Machinarium, zachrániť svoju priateľku a zbaviť mesto zločincov z bratstva Black Cap Brotherhood. Na úspešný postup v hre hráči potrebujú riešiť množstvo logických úloh.

Monument Valley je logická hra postavená na optických ilúziách. Jej autori sa inšpirovali dielami holandského maliara M. C. Eschera. Logické hlavolamy v hre vychádzajú z princípov nemožných objektov. Hlavná hrdinka, princezná Ide, putuje po stavbách padlého kráľovstva, pričom na prechod po nich potrebuje otáčať priestor pomocou rôznych mechaník a zdanlivo tak spojiť dve predtým nesúvisiace podlažia, vďaka čomu po nich dokáže prejsť.

Star Wars: Knights of the Old Republic je akčná RPG hra. Odohráva sa vo fiktívnom svete Star Wars. Hráč môže ovládať až tri postavy, s ktorými preskúmava rozličné planéty.

The Witness je logická hra, v ktorej sa hráč prebudí na ostrove, s tým, že netuší, kto vlastne je. Postupne preskúmava ostrov, ktorý ukrýva množstvo záhad a logických hádaniek. Spolu s tým získava naspäť aj svoje spomienky.

Warcraft 3 je *real-time* stratégia, ktorá sa odohráva vo fiktívnom svete Warcraft. Dej hry sa skladá zo štyroch častí a hráč si v každej z nich zahrá za inú rasu. Ocitne sa postupne v roli ľudí, nemŕtvych, orkov, a nakoniec aj elfov. Každá kampaň sa skladá z viacerých misii, v ktorých hráč ovláda herných hrdinov, vytvára bojové jednotky, stavia budovy a zúčastňuje sa bojov s nepriateľmi.

Witcher 3 je RPG hra v otvorenom svete. Hráč sa ocitne v roli zaklínača, ktorý zažíva rôzne dobrodružstvá. Sám sa rozhoduje, aký jeho zaklínač bude a akým spôsobom sa postaví k riešeniu jednotlivých výziev.

V rámci skúmania, aké príležitosti na využitie a rozvoj matematického myslenia a informatického myslenia videohry ponúkajú, som sa ich sama hrala, a tiež som pri hraní pozorovala dvoch participantov, Martina a Viktora, a rozprávala sa s nimi o ich uvažovaní a postupoch počas riešenia daných herných situácií. Následne sme v rozhovoroch pokračovali aj v čase, keď sa nehrali. S ďalšími dvoma participantmi som ohľadom týchto príležitostí len viedla pološtruktúrované rozhovory (podľa Creswell, 2021; Hendl, 2015).

Situácie z hier a dáta získané z rozhovorov a pozorovaní som potom analyzovala kvalitatívnymi metódami (Creswell, 2021; Mayring, 2014). Zamerala som sa na identifikovanie takých postupov, ktoré sa zvyčajne chápu ako súčasť matematického myslenia alebo informatického myslenia. Identifikovala som niekoľko kategórií a tie som následne podrobila členskému overovaniu (Creswell, 2012; Švaříček, Šedová, 2007a). Konzultovala som ich s participantmi a zaujímala som sa, s čím súhlasia a čo vnímajú inak. Ich pripomienky som reflektovala vo výstupoch analýzy.

Následne som skúmala ďalšie situácie, ktoré súvisia s identifikovanými kategóriami matematického myslenia a informatického myslenia. Naďalej som hrala vybrané hry, pokračovala v pozorovaní Martina a Viktora pri hraní a v rozhovoroch o ich uvažovaní a postupoch. S Adamom a Tomášom som tiež pokračovala v rozhovoroch so zameraním na konkrétne kategórie matematického myslenia a informatického myslenia a príležitostí na ich rozvoj vo vybraných hrách. Participantmi ma upozornili aj na ďalšie príležitosti v týchto hrách a bližšie špecifikovali spôsob, ako pri nich

premýšľajú. Po následnej analýze som svoju interpretáciu znovu konzultovala s participantmi a podľa toho upravovala a zapracovávala do výsledkov.

Nakoniec som vytvorila interpretáciu výsledkov, ktorú prezentujem v nasledujúcich dvoch častiach tejto kapitoly. Aj túto interpretáciu som poskytla participantom a ich pripomienky som zapracovala do finálnej verzie.

Tri z vybraných hier, konkrétne Warcraft 3, Divinity: Original Sin 2 a Machinarium, sme analyzovali aj spolu s kolegom Vankúšom a zistenia tejto časti analýzy plánujeme prezentovať na konferencii ECGBL 2021 a publikovať v zborníku tejto konferencie. Konferencia sa uskutoční v septembri 2021 a v čase odovzdávania dizertačnej práce čakáme na výsledky schvaľovacieho procesu.

Úvodnú etapu tejto časti výskumu som predtým prezentovala na konferencii Cieaem 71 a publikovala v (Čujdíková, 2020a). Časť výsledkov zameranú na informatické myslenie som prezentovala na konferencii Didinfo 2021 a publikovala v zborníku tejto konferencie (Čujdíková, 2021).

4.1 Príležitosti na rozvoj matematického myslenia

V tejto časti analyzujem príležitosti na rozvoj matematického myslenia pri hraní videohier, ktoré som identifikovala prezentovanou metódou. Ide o kombinatorické myslenie, pravdepodobnostné myslenie, strategické a taktické myslenie, logické myslenie, priestorovú predstavivosť a kvantitatívne uvažovanie. Tieto komponenty vnímam v zmysle v akom ich prezentujem v časti 2.2.

4.1.1 Kombinatorické myslenie

Neoddeliteľnou súčasťou hrania mnohých videohier je kombinovanie rôznych prvkov, schopností, predmetov a pod., pričom si hráč potrebuje často premyslieť optimálne využitie obmedzených zdrojov, ktoré má v danej chvíli k dispozícii.

Jednou z príležitostí na rozvoj kombinatorického myslenia je postupné vytváranie postavy v RPG hrách. Napr. v Divinity: Original Sin 2 si hráč pred vstupom do hry vyberá postavu, ktorá patrí do určitej rasy (napr. elf, človek, trpaslík a pod.), volí jej

povolanie a nastavuje hodnoty pre rôzne vlastnosti podľa svojej preferencie. Zároveň vyberá prvé zručnosti, s ktorými postava vstúpi do hry. Kombinácia týchto prvkov ovplyvní, aké možnosti má hráč na začiatku, ako k nemu budú pristupovať ostatné postavy v prostredí a akým spôsobom môže riešiť dané herné situácie.

V podobnom dotváraní postavy pokračuje v priebehu celej hry. Postupne zlepšuje zvolené vlastností a schopností, a ďalej sa rozhoduje, aké nové povolania a schopnosti sa jeho postava naučí. Svoju postavu vylepšuje tiež pomocou výzbroje. Aj pri tejto činnosti je dôležité, aby zvážil vhodnú kombináciu jej častí, pretože tieto sa môžu vzájomne ovplyvňovať. Celkovo má hráč veľké množstvo možností, ako môže kombinovať rôzne vlastnosti, schopnosti, zručnosti a časti výzbroje a tvoriť tak jedinečnú postavu zodpovedajúcu jeho hernej stratégii a preferencii. Existujú zväčša rôzne kombinácie, vedúce k vytvoreniu postavy, ktorá dokáže efektívne riešiť herné situácie. Tieto kombinácie je však v každom prípade dôležité dobre premyslieť. Pri nevhodne navrhnutej postave si hráč môže postup v hre sťažiť, prípadne si ho úplne znemožniť. Podobne to funguje aj pri iných RPG hrách, reálny dopad jednotlivých nastavení je však v rôznych.

Rôzne kombinácie, pomocou ktorých si hráč svoju postavu vytvorí, mu dávajú rôzne možnosti pre zažívanie príbehu a herných situácií, vďaka čomu sú mnohé RPG hry vhodné aj pre opätovné hranie. Hráč si tak môže vyskúšať mnoho rôznych prístupov, ktoré hry tohto typu väčšinou ponúkajú. Pri tvorbe novej postavy môže však hráč využívať aj svoje skúsenosti z predošlej hry a vyhnúť sa kombináciám, ktoré sa pri hraní nakoniec neukázali ako efektívne.

Pri League of Legends si hráč pred začatím každej hry vyberá hrdinu, za ktorého bude hrať, jeho pozíciu a dve špeciálne schopnosti. Aj pri tomto výbere je dôležité, aby si premyslel vhodnú kombináciu, pretože každá pozícia vyžaduje inú stratégiu hrania a jednotliví hrdinovia s ich konkrétnymi schopnosťami pri tom dokážu byť rôzne úspešní. Podobne schopnosti, ktoré si hráč na začiatku vyberá, sa rôzne ovplyvňujú so schopnosťami hrdinu, a ich správna kombinácia môže zefektívniť riešenie herných situácií. Počas hry môže hráč ďalej zlepšovať schopnosti hrdinu kombinovaním rôznych predmetov.

V hrách, v ktorých ovláda hráč alebo skupina hráčov viac postáv, je tiež dôležité zvoliť aj ich vhodnú kombináciu. Napr. v Divinity: Original Sin 2 môže mať hráč v partii hrdinov, s ktorými rieši herné situácie, až štyri postavy. Do riešenia danej situácie môže zapojiť všetky štyri, ale niekedy si s danou situáciou vie efektívne poradiť aj časť z nich a zvyšné postavy by ich zapojením len zbytočne ohrozil. Aj pri vylepšovaní atribútov jednotlivých postáv potrebuje zohľadniť vlastnosti a schopnosti ostatných postáv, aby boli spoločne dostatočne efektívne pri zdolávaní jednotlivých nepriateľov a herných situácií. Podobne pri League of Legends si hráči na začiatku hry vyberajú svojich hrdinov tak, aby sa vhodne dopĺňali s hrdinami ostatných členov tímu a vedeli úspešne bojovať proti hrdinom súperiaceho tímu. Počas hrania sa pri vylepšovaní schopností a nakupovaní predmetov snažia, aby v kombinácii s ostatnými v tíme dosiahli čo najlepší výsledok.

Kombinatoricky myslieť potrebuje hráč tiež v rámci riešenia jednotlivých herných situácií, pri ktorých musí často vhodne kombinovať schopnosti, predmety a tiež prvky prostredia. Napr. v hre Divinity: Original Sin 2 sú v prostredí rôzne prvky, ktoré súvisia so štyrmi živlami (voda, oheň, zem, vzduch) a dajú sa rôzne kombinovať s kúzlami zameranými na tieto živly.

Ďalší zaujímavý priestor na rozvoj kombinatorického myslenia, ktorý som analýzou rozhovorov identifikovala, poskytuje inventár postáv, ktorý je súčasťou predovšetkým RPG hier, ale v menšej miere sa vyskytuje aj v hrách iných žánrov, napr. v strategických a akčných hrách. Inventár je často obmedzený priestorom, ktorý poskytuje, a teda sa doňho dá vložiť len limitované množstvo predmetov. Tiež je často limitovaný váhou, ktorú daná postava dokáže uniesť. Keď túto váhu predmety v inventári prekročia, môže dôjsť k preťaženiu postavy, čo skomplikuje jej pohyb a vykonávanie akcií v hre. Hráč v hernom prostredí postupne nachádza rôzne predmety a musí sa rozhodovať, či sa mu ich oplatí zobrať a zaplniť tým miesto resp. aj zvýšiť váhu, alebo ak je jeho inventár už plný, rieši, či nie je výhodné z neho vyložiť iné predmety, aby si mohol zobrať predmet, ktorý práve našiel. Musí si premyslieť, aké predmety sa mu v inventári oplatí mať pre jeho optimálne využitie. Neustále teda rieši tzv. problém batohu (Pisinger, 2003).

Z vybraných hier inventár, pri ktorom záleží na počte predmetov a ich váhe súčasne, nájdeme v hrách Divinity: Original Sin 2 a Witcher 3, vhodne optimalizovať ale hráč potrebuje aj pri hrách, kde je v inventári obmedzený len počet predmetov, ako napr. v League of Legends a Warcraft 3.

Ďalšiu príležitosť na rozvoj kombinatorického myslenia poskytujú hráčom kartové strategické hry. Pri nich je dôležité vhodne si zostaviť herný balíček, z ktorého sa počas súboja generujú karty. Napr. v hre Hearthstone si hráč potrebuje zvoliť takú kombináciu kariet, ktoré sa dokážu výhodne dopĺňať navzájom a dopĺňajú aj schopnosti hrdinu. Pri tvorbe tohto balíčka je pre hráča tiež výhodné zvážiť, koľko kariet daného typu má doňho pridať, aby si zvýšil pravdepodobnosť, že počas súboja bude mať k dispozícii karty, ktoré dokáže zahrať. Podobne potrebuje zvážiť, aké karty môže mať protihráč.

Z hľadiska kombinatorického myslenia je tiež zaujímavá hra Hades. Tá je prakticky celá postavená na tvorbe kombinácii. V hre sa náhodne generujú miestnosti, v ktorých hráč nachádza rôzne vylepšenia. Hráč si vyberá, do ktorej z týchto miestností vstúpi a v nich si následne vyberá určité vylepšenie. Pred vstupom do miestnosti vie len, o aký typ vylepšenia pôjde, konkrétne vylepšenia sa generujú náhodne a hráč má zvyčajne na výber medzi tromi z nich. Je preňho výhodne snažiť sa kombinovať výber miestností tak, aby maximalizoval pravdepodobnosť, že získa vylepšenie, ktoré by sa vhodne dopĺňalo s vylepšeniami, ktoré už má, a následne optimalizovať výber z ponúkaných možností vylepšení. Keď v hre „zomrie“, začne s tvorbou týchto kombinácií od začiatku. Pri prechádzaní miestnosťami hráč nachádza tiež aj predmety, ktoré môže využiť na trvalé vylepšenie. Dajú sa investovať napr. do zvýšenia úrovne určitej schopnosti alebo na zlepšenie niektorej vlastnosti zbraní. Dočasné vylepšenia sa potom pri novom prechádzaní hry kombinujú aj s týmito trvalými.

4.1.2 Pravdepodobnostné myslenie

Ako ukázala moja analýza, videohry poskytujú rôzne príležitosti na rozvoj intuitívneho chápania pravdepodobnosti. V hrách rôznych herných žánrov,

predovšetkým však v RPG hrách, sú často rôzne vlastnosti a schopnosti vyjadrené prostredníctvom pravdepodobnosti, s ktorou nastanú. Niektoré z týchto pravdepodobností môže hráč počas hrania danej hry meniť (zvyšovať alebo znižovať) pomocou rôznych vylepšení a predmetov.

Pri dôležitých schopnostiach, ktoré sa s danou pravdepodobnosťou prejavujú automaticky, hráč často odhaduje, ako úspešný vďaka nim dokáže byť pri riešení určitej situácie a či má zmysel, aby sa do riešenia danej situácie púšťal. Pri schopnostiach, ktoré sa neprejavujú automaticky, hráč zasa vyhodnocuje, či sa mu oplatí riskovať a použiť ich v danom okamihu.



Obrázok 21: Pravdepodobnosť v hre Divinity: Original Sin 2

Vo viacerých skúmaných hrách je pomocou pravdepodobnosti vyjadrená napr. šanca na kritický zásah (napr. Divinity: Original Sin 2, Hades, Witcher 3, League of Legends) – násobne vyššie poškodenie, ktoré spôsobí herná postava určitému nepriateľovi alebo postave protihráča a šanca na úhyb (napr. v Divinity: Original Sin 2 a Hades). Mnohé iné vlastností a schopností charakterizované ich pravdepodobnosťou sú však špecifické pre konkrétne hry.

Pre hráča je výhodné zvážiť pravdepodobnosť úspechu aj v prípade, že je účinnosť danej schopnosti alebo zbrane vyjadrená určitým rozpätím hodnôt. Napr. počas boja môže na základe tohto rozpätia a aktuálnej hodnoty zdravia nepriateľa zvážiť, aká je pravdepodobnosť, že ho pri útoku porazí alebo dostatočne oslabí. Podľa toho sa môže rozhodnúť buď pre útok alebo útek. Rovnako rôzne hodnoty vlastností, ktoré určité herné postavy má, rôzne ovplyvňujú pravdepodobnosť úspechu aj pri nekonfliktnom riešení situácie, napr. v prípade Divinity: Original Sin 2 pri presvedčaní iných postáv prostredníctvom rozhovorov.

V skúmaných hrách nastávajú s určitou pravdepodobnosťou aj rôzne ďalšie situácie. Napr. vzácne predmety hráč nachádza s istou pravdepodobnosťou, čo je dobré zvážiť pri ich predaji resp. znehodnotení (rozobratí na základné materiály). Túto skutočnosť tiež môže hráč využiť na opakované hranie danej situácie, aby tak zvýšil pravdepodobnosť získania vzácneho predmetu.

Pri kartových hrách, ako napr. Hearthstone hráč odhaduje pravdepodobnosť, s akou mu systém z jeho balíčka pridie kartu, ktorú by potreboval, alebo aká je pravdepodobnosť, že určitú kartu zahrá jeho protihráč.

4.1.3 Strategické a taktické myslenie

V mnohých hrách si hráč potrebuje premyslieť dlhodobú stratégiu, ako bude postupovať, a zároveň robiť neustále okamžité taktické rozhodnutia. Stratégia hráča často zároveň ovplyvňuje, aké možnosti má pri taktických ťahoch.

Bohatý priestor na rozvoj strategického aj taktického myslenia poskytujú strategické hry. Napr. v hre Empire: Total War robí hráč už na začiatku hry rozhodnutie, za ktorú krajinu bude hrať, čo do značnej miery ovplyvní jeho stratégiu, pretože jednotlivé krajiny disponujú istými charakteristikami, vďaka ktorým vynikajú v určitej oblasti. Následne hráč strategicky plánuje, ktoré územia si chce podmaniť, s ktorými krajinami chce naopak nadviazať spojenectvo alebo uzavrieť pakt o neútočení a pod. Hráč si tiež potrebuje premyslieť, ako zabezpečiť spokojnosť svojich obyvateľov. Na základe trhových cien sa rozhoduje na produkciu akých komodít sa zameria. Dôležitou súčasťou sú tiež rozhodnutia ohľadom obchodných spojení a vysielania

lodí na obchodné cesty. Hráč pritom musí zabezpečiť, aby mu nepriateľ obchodné spojenia neprerušil, inak príde o značnú časť potenciálneho zisku. V závislosti od týchto strategických cieľov sa rozhoduje, aké budovy postaví, aby si dokázal zabezpečiť potrebné bojové jednotky a tiež na akom mieste sa mu ich najviac oplatí stavať. Na základe rozhodnutí ohľadom obsadzovania ostatných krajín sa ďalej rozhoduje, aké bojové jednotky si vycvičí a na ktoré územie ich pošle. Následne počas boja robí rýchle taktické rozhodnutia, ako napr. výber vhodných jednotiek pre konkrétnu situáciu, ich formáciu, prip. umiestnenie. História nás napr. učí, že lukostrelci sú účinnejší z vyvýšených miest a pod.

Hráč využíva strategické a taktické myslenie aj v RPG hrách. Napr. v hre Divinity: Original Sin 2 si potrebuje premyslieť celkovú stratégiu, ako postupovať pri prechádzaní herného prostredia. Môže sa napr. snažiť predchádzať konfliktom pomocou rozhovorov alebo riešiť situácie priamo pomocou bojov, zamerať sa na využívanie kúziel alebo na boj so zbraňami a pod. Podľa preferovanej hernej stratégie si hráč tvorí svoju postavu tak, že jej zlepšuje atribúty, ktoré mu umožňujú aby bol v tejto stratégii efektívnejší. To ovplyvní aj, aké možnosti bude potom mať pri taktických ťahoch v jednotlivých situáciách. Takticky myslieť hráč potrebuje napr. pri rozhovoroch s inými postavami. Pri rozhovoroch má zväčša na výber z niekoľkých alternatív odpovedí alebo otázok, pomocou ktorých môže reagovať. Úspešnosť zvolenej reakcie závisí od vlastností postavy. Rôzne voľby môžu viesť k rôznemu vývoju rozhovoru a aj celej situácie. Hráč v tejto hre potrebuje takticky myslieť tiež pri boji. Každá postava má v danom ťahu boja k dispozícii určitý počet „akčných bodov“ a hráč ich potrebuje vhodne využiť tak, aby bol v boji úspešný. Môže ich využiť napr. na pohyb, útok, vyvolanie určitej špeciálnej schopnosti alebo konzumáciu jedla, čím si zvýši hodnotu zdravia. Taktiku hráč pri súbojoch využíva aj pri zapájaní rôznych kúziel a prvkov prostredia. Hlavne pri vyšších obtiažnostiach musí často myslieť na rôzne kombinácie živlov v prostredí, ktoré môžu vyvolať až reťazové reakcie. Taktické myslenie je tu teda zároveň prepojené s kombinatorickým myslením.

V hre Hearthstone hráč uvažuje strategicky pri vytváraní balíčka kariet, s ktorými bude hrať. Pri jednotlivých súbojoch potrebuje premýšľať takticky, no zároveň sú jeho jednotlivé taktické rozhodnutia ovplyvnené jeho celkovou stratégiou hrania.

V každom kole má k dispozícii určitý počet kryštálov, ktoré môže použiť buď na vyloženie karty na stôl, alebo na zoslanie kúzla/schopnosti svojho hrdinu. Každá karta má určitú hodnotu kryštálov, ktorú hráča stojí jej vyloženie. Aj zoslanie schopnosti hrdinu stojí hráča kryštály. Hráč robí rozhodnutie, či a ktoré karty vyloží a či použije schopnosť hrdinu. Podobne sa rozhoduje, či využije vyložené karty na útok a ak áno, vyberá si, či ho bude cieľiť na niektorú z nepriateľových kariet, na súperovho hrdinu, prípadne pri niektorých vhodne zvolených kombináciách aj na svoje vlastné jednotky.

Príležitosti na rozvoj strategického a taktického myslenia identifikujeme aj pri športových hrách. Napr. v hre FIFA21 majú jednotliví futbalisti svoje štatistiky, ktoré ovplyvňujú, akým spôsobom potom hrajú v zápase. Hráč si podľa toho, akú stratégiu preferuje (napr. či hrá radšej útočne alebo defenzívne, alebo preferuje vyváženú hru), vyberá jednotlivých futbalistov, ktorí dokážu byť úspešní pri napĺňaní tejto stratégie. Strategicky ich rozmiestňuje na jednotlivé pozície. Toto rozmiestnenie zároveň ovplyvňuje, aké taktické kroky môže hráč robiť počas zápasu. Hráč sa potom počas zápasu takticky rozhoduje, ktorý futbalista má urobiť určitý ťah a dáva mu príkaz, čo konkrétne má urobiť. Keďže jednotlivým futbalistom sa zlepšujú ich štatistiky na základe úspešného zápasu, je pre hráča výhodné pri zostavovaní tímu zohľadniť aj túto skutočnosť. Ak vie, že bude hrať proti slabším súperom, môže si do svojho tímu strategicky pridať svojho slabšieho futbalistu, pretože ostatní futbalisti budú stačiť na to, aby zápas spoločne vyhrali a tento futbalista si vďaka tomu môže zlepšiť svoje štatistiky.

4.1.4 Logické myslenie

Logicky myslieť potrebujú hráči predovšetkým pri logických hrách a adventúrach, ale logické myslenie je do určitej miery dôležité zrejme pri každej hre.

Logické hry vyžadujú riešenie rôznych logických úloh, ktoré sú začlenené do herného prostredia. Napr. v hre The Witness hráč rieši logické hlavolamy, ktoré nachádza rozmiestnené na rozsiahlom ostrove, pričom každá oblasť ostrova ponúka iné námety na hlavolamy. Všetky hlavolamy majú formu mriežkového bludiska, ktorým

treba prejsť jedným ťahom, avšak princípy, ktoré pri prechádzaní treba dodržať, sú v jednotlivých oblastiach rozličné. Hráč pri danom type hlavolamov najskôr induktívnymi postupmi zisťuje, aké princípy pri ňom platia, a následne využíva dedukciu pri uplatňovaní zistených pravidiel pri riešení konkrétneho bludiska. Mnohé z hlavolamov vyžadujú zapojenie priestorovej predstavivosti – hráči v nich potrebujú robiť napr. rotácie a symetrie. Často si tiež musia všímať a zapájať aj rôzne prvky prostredia. V hre Monument Valley sa hráč induktívnym uvažovaním snaží porozumieť logike priestoru, ktorú dané hlavolamy využívajú, skúma, ako fungujú jednotlivé mechaniky, ktoré má k dispozícii a zisťuje, akým spôsobom menia priestorové rozloženie objektov. Následne na základe odhalených princípov dedukuje, ako ich použiť na správne vyriešenie konkrétnych hlavolamov.

V adventúrach sa hráči často posúvajú dejom hry s využitím rôznych induktívnych postupov. Skúmajú herné prostredie a neustále vyhľadávajú a spájajú si rôzne súvislosti. Často nachádzajú rôzne predmety, pri ktorých potrebujú prísť na to, ako ich správne použiť. Takto hráči pristupujú aj pri hrách Machinarium a Broken Sword 5. Určité predmety musia správne kombinovať, aby z nich vytvorili nový predmet. V niektorých adventúrach nachádzajú rozličné komplikované zariadenia, pri ktorých potrebujú pochopiť, ako fungujú, a následne vydedukovať, ako ich využiť tak, aby sa v hre dostali ďalej. Častou súčasťou deja hry tiež býva riešenie rôznych šifier (napr. Broken Sword 5).

Niektoré akčné hry tiež obsahujú logické hádanky. Hráči pri nich potrebujú pochopiť určité logické súvislosti, ktoré v danej časti hry platia, aby sa posunuli v hernom prostredí vpred. Takéto prvky nájdeme napr. v hre A Plague Tale.

4.1.5 Priestorová predstavivosť

Priestorovú predstavivosť potrebujú hráči využívať napr. pri orientácii sa v prostredí hier, ktoré sa odohrávajú v otvorenom svete, ako sú napr. Divinity: Original Sin 2 a Witcher 3. S orientáciou v týchto, a v ďalších hrách (napr. Warcraft 3, League of Legends, Hollow Knight) hráčovi pomáhajú mapy herného sveta. Potrebuje si pri tom uvedomiť prepojenie medzi priestorom v hre a jeho zobrazením na mape. Tieto mapy

sú väčšinou prístupné v prostredí hry počas celého hrania. Hra Hollow Knight navyše motivuje hráča, aby si vytváral mentálny model priestoru a jeho prepojení priamo vo svojej myšli, pretože v nej nemá mapu zobrazenú stále, ale môže do nej len nahliadať. Pri vstupe do novej oblasti ešte jej mapou nedisponuje, až kým sa mu ju nepodarí získať.

V mnohých hrách potrebuje hráč tiež premýšľať nad priestorom, ktorý ho bezprostredne obklopuje, jednotlivými objektami v ňom a vzdialenosťami medzi nimi. Odhaduje napr. vzdialenosť, z ktorej dokáže zaútočiť na svoj cieľ pomocou prostriedkov, ktoré má k dispozícii, a zároveň vzdialenosť, pri ktorej je on v bezpečí pred útokom nepriateľa. Podobne odhaduje, či dokáže preskočiť na určité miesto. Tento svoj odhad postupne zlepšuje na základe predošlých úspechov resp. neúspechov. Hráč často vyhodnocuje, ako sa môže v danom priestore pohybovať nepozorovane – za ktoré objekty sa môže skryť a ako sa k nim efektívne presunúť. Podľa (Uttal a kol., 2013) hranie videohier zlepšuje schopnosť hráča premýšľať o objektoch v trojrozmernom priestore rovnako dobre, ako vzdelávacie kurzy zamerané na zlepšenie tejto schopnosti.

Pre hráča je dôležité premýšľať nad priestorom aj v ťahových RPG hrách (napr. Divinity: Original Sin 2), kde ho každý pohyb pri súboji stojí určitý počet akčných bodov. V niektorých situáciách je preňho vhodné rozmyslieť si kam sa môže za daný počet akčných bodov presunúť, aby jeho vzdialenosť od nepriateľov bola taká, že ju neprekonajú v ich ťahu.

Premýšľať nad vhodným využitím priestoru potrebujú hráči aj v športových hrách. Napr. pri FIFA21 je dôležité zvážiť vhodné rozmiestnenie jednotlivých členov tímu, odhadnúť správny smer a vzdialenosť pri výkope lopty a pod.

Zaujímavú príležitosť na rozvoj priestorovej predstavivosti ponúka tiež hra Monument Valley. Hlavalamy v hre vychádzajú z myšlienky nemožných objektov – typ optických ilúzií, pri ktorých náš mozog na prvý pohľad interpretuje 2D kresbu ako zobrazenie 3D objektu, hoci v skutočnosti takýto objekt nemôže existovať (Penrose, Penrose, 1958). V hre Monument Valley hráč sám odhaľuje princípy takýchto nemožných objektov. Prostredie hry tvoria stavby zložené z podlaží, ktoré sú od seba rôzne

vzdialené. Hráč potrebuje premýšľať nad zákonitosťami 2D a 3D priestoru a experimentovať s ich prelínaním. Vďaka využitiu mechaník v hre môže priestor otáčať a meniť perspektívu pohľadu. Z geometrického hľadiska pritom využíva rotáciu, posun a zrkadlenie. Takáto práca s priestorom vedie k tomu, že sa oddelené podlažia spoja a hráč sa môže v hre posunúť ďalej. Na rozvoj priestorovej predstavivosti pomocou skúmania nemožných objektov poukázali viacerí autori (Wiest a kol., 2010; Koskimaa, Fenyvesi, 2015; Torre, 2019). Koskimaa a Fenyvesi (2015) priamo navrhli použiť hru Monument Valley vo vyučovaní matematiky v škole.

Z hľadiska priestorovej predstavivosti je zaujímavá aj logická hra The Witness. Pri riešení hlavolamov, ktoré sa v nej nachádzajú, hráč potrebuje využiť rotácie, symetriu a pod. Výzvu pre hráča predstavuje však aj samotný pohyb po ostrove, lebo aj pochopenie, ako sa dostať na určité miesto, často vyžaduje skúmanie prepojení v priestore.

4.1.6 Kvantitatívne uvažovanie

Videohry poskytujú príležitosti na premýšľanie o číslach v ich kvantitatívnom význame (Nunes a kol., 2015). Podobne ako pre deti na brazílskom trhovisku (Nunes a kol., 1993, pozri 1.2), aj v hrách čísla reprezentujú určité množstvo alebo veľkosť niečoho konkrétneho – vyjadrujú množstvo bodov, zostávajúci počet životov, silu útoku, veľkosť armády a pod. Hráči často potrebujú premýšľať nad týmito veľkosťami alebo množstvami a vzťahmi medzi nimi.

Jednou z príležitostí na rozvoj kvantitatívneho uvažovania v hrách je obchodovanie. V mnohých hrách hráč postupne získava rôzne predmety – či už pri prehľadávaní herného sveta alebo za splnenie určitej úlohy. Podobne získava prostriedky hernej meny. Každý predmet má určitú hodnotu vyjadrenú v tejto mene. Hráč môže predmety, ktoré vlastní, predávať obchodníkom alebo si ich u nich vymieňať za iné predmety. Môže si tiež od obchodníkov kúpiť predmety, ktoré oni ponúkajú. Pre hráča je výhodné premyslieť si, ako môže zdroje, ktoré má k dispozícii, využiť pri obchodovaní čo najefektívnejšie.

Podobné príležitosti poskytuje produkcia surovín a ich využitie na výrobu iných surovín či výcvik jednotiek alebo stavbu budov v niektorých ďalších hrách (napr. Warcraft 3, A Plague Tale).

Vo viacerých hrách má hráč tiež príležitosť rozvíjať si kvantitatívne uvažovanie aj pri boji. Napr. v hre Divinity: Original Sin 2, je aktuálna hodnota zdravia a brnenia jednotlivých nepriateľov vyjadrená pomocou určitých čísel. Aj predmety a schopnosti majú svoje účinky vyjadrené číselnou hodnotou (konštantou alebo v percentách) a pre hráča je výhodné intuitívne vyhodnotiť, o koľko dokážu znížiť hodnotu nepriateľovho zdravia alebo sily brnenia a na základe toho sa rozhodnúť, aký predmet alebo schopnosť má proti nemu použiť. Podobne môže postupovať pri rozhodovaní o použití predmetov alebo schopností na doplnenie svojho zdravia.

4.2 Príležitosti na rozvoj informatického myslenia

V tejto časti analyzujem, aké príležitosti videohry ponúkajú z hľadiska rozvoja informatického myslenia. Konkrétne sa zameriavam na algoritmické myslenie, dekompozíciu, generalizáciu, vyhodnocovanie a abstrakciu. Tieto komponenty používam v zmysle, v akom ich charakterizovali Cancu a Cancu (2019), ako uvádzam v časti 2.5. Hoci sa zaoberám týmito komponentmi informatického myslenia samostatne, v skutočnosti sa často prelínajú a nie je možné ich pri hraní od seba oddeliť. Do určitej miery sa prelínajú aj s komponentami matematického myslenia, ktoré rozoberám v predchádzajúcej časti.

4.2.1 Algoritmické myslenie

Vo videohrách sa často nachádzajú náročné výzvy, pri ktorých je potrebné naplánovať postupnosť krokov, ktoré vedú k ich zdolaniu. Mnohé problémy sa hráčovi nepodarí vyriešiť na prvýkrát. Často sa stane, že má myšlienku, vyskúša ju, ale nevyjde mu to. Skúsi teda vyhodnotiť, prečo sa to stalo a svoj postup podľa toho upraviť. Niektoré situácie si vyžadujú aj niekoľko opakovaní takéhoto vylepšovania. Zväčša neexistuje iba jedna správna postupnosť krokov, ktorou sa dá danú situáciu vyriešiť, ale viacero rôznych postupov môže viesť k rovnako úspešnému riešeniu.

Dôležitou súčasťou hier, ktorá poskytuje priestor na rozvoj algoritmického myslenia, je správanie nepriateľov a iných postáv, ktoré neovláda hráč. Napr. v hrách Hollow Knight, Plague Tale, Hades a Star Wars: Knights of the Old Republic existujú viaceré typy nepriateľov. Hráč potrebuje na úspešný boj s nimi pochopiť, na základe akého algoritmu fungujú – čo a kedy robia, ako sa pohybujú, ako a kedy útočia. Podľa toho môže vymyslieť svoj postup, ako s nimi bojovať. Potrebuje prísť na to, v ktorej časti útoku sa má uhnúť a ako a v ktorej časti môže útočiť a kam má útok cieľiť. Tiež potrebuje prísť na to, aké pravidlá platia pre skrývanie sa pred daným typom nepriateľov a ako môže bezpečne utiecť, lebo niekedy je najlepšou obranou útek. Ešte náročnejší na pochopenie ich správania a teda aj na vymyslenie postupov pri boji s nimi sú „bossovia“, pretože ich správanie je komplikovanejšie ako pri bežných nepriateľoch.

Premyslieť si, ako bojovať s danými nepriateľmi alebo bossmi je výhodné takmer pri každej hre, ale pri niektorých stačí namiesto toho aj len byť dostatočne rýchly a ostražitý. Hry Hollow Knight a A Plague Tale sú príkladom hier, v ktorých je premyslenie si postupu boja nevyhnutné. Pri postavách, ktoré sú priateľské, je situácia opačná: hráč zisťuje, akým spôsobom mu vedia pomôcť. Príkladom takýchto postav sú obchodníci. Nákup u obchodníkov môže byť jedným z krokov stratégie riešenia určitej situácie.

Ďalšou príležitosťou na rozvoj algoritmického myslenia vo videohrách je samotné prostredie. Hráč vlastným skúmaním spoznáva pravidlá, ktoré v ňom platia – čo mu v prostredí pomáha, čo škodí a akým spôsobom. Počas hrania hry potrebuje neustále vyhodnocovať dané situácie a vopred si premyslieť postupnosť krokov, vďaka ktorej dokáže prežiť a postúpiť v hre ďalej.

Hráč môže do svojho postupu tiež zapojiť rôzne schopnosti a predmety, ktoré už vlastní alebo dokáže získať.

Zaujímavé príležitosti z hľadiska algoritmického myslenia ponúkajú tiež hry, ktoré môže hráč počas súboja pozastaviť a zvoliť postupnosť krokov, ktoré jeho postava následne vykoná. Dá sa povedať, že tak určitým spôsobom programuje budúce

správanie postavy. Potrebuje si dobre premyslieť, aké kroky zvolí, pretože počas samotného súboja už do tohto programu nebude môcť zasiahnuť. Takýto spôsob súbojov nájdeme napr. pri hre Star Wars: Knights of the Old Republic. Podobne si však hráč potrebuje premyslieť svoje kroky aj napr. v hre Divinity: Original Sin 2. V tomto prípade sa jednotlivé príkazy vykonávajú okamžite po ich zadaní, avšak pre hráča je dôležité vopred naplánovať, v akom poradí ich zadá, aby na seba správne nadväzovali. Pri plánovaní svojho postupu potrebuje zohľadniť, že niektoré kúzla a schopnosti vyžadujú určitú dobu obnovy, počas ktorej ich nemôže znovu použiť. V prípade, že ich použije v nesprávnej chvíli, hrozí, že ich nebude mať k dispozícii v okamihu, kedy by sa mu hodili viac.

4.2.2 Dekompozícia

Vo videohrách sa vyskytuje mnoho problémových situácií, ktoré je potrebné postupne riešiť. V niektorých hrách je vopred určené, ako tieto problémy nasledujú za sebou, (napr. A Plague Tale, Monument Valley). Iné zasa (napr. Hollow Knight, Witcher 3, Divinity: Original Sin 2, The Witness) umožňujú hráčovi vybrať si v danej chvíli z viacerých problémov. To, ako si ich rozloží a rozplánuje, záleží na ňom. Pri Hollow Knight sa hráč snaží plniť úlohy tak, aby postupne získaval nové schopnosti, predmety a vylepšenia, ktoré mu umožňujú následne plniť ďalšie úlohy, ktoré by bez nich zdolať nedokázal.

Dekompozícia je často potrebná aj v rámci jednotlivých situácií. Mnohé situácie, ktoré vyvstanú v hrách, sú značne zložité a na ich úspešné zvládnutie si ich hráč potrebuje rozdeliť na viacero menších častí – podproblémov. Každý podproblém následne ešte ďalej delí a plánuje postupnosť krokov, ktoré vedú k jeho riešeniu. Dôležité je tiež, aby vymyslel, v akom poradí bude dané podproblémy riešiť, aby sa v konečnom dôsledku prepracoval k vyriešeniu celej situácie.

Typickým problémom vo videohrách, ktorý si vyžaduje dekompozíciu je, že na mnohých miestach sa nachádza viacero nepriateľov, pri ktorých sa oplatí nájsť spôsob, ako ich rozdeliť a bojovať s nimi postupne, buď po jednom alebo po menších

skupinách (použitie stratégie divide et impere). S takýmito situáciami sa hráč stretne napr. v hrách A Plague Tale, Hollow Knight, Divinity: Original Sin 2 a Warcraft 3.

4.2.3 Vyhodnocovanie

Hranie každej videohry vyžaduje neustále vyhodnocovanie rôznych aspektov. Celkovo, ako som už uviedla v časti 4.2.1, hráč neustále skúša rôzne stratégie a hodnotí, či sú úspešné. Vždy, keď vidí, že jeho myšlienka nefunguje, snaží sa analyzovať prečo a vymyslieť, čo by mohol urobiť inak, aby danú situáciu vyriešil.

Hráč tiež často vyhodnocuje, či sa do riešenia určitého problému v danom okamihu vôbec púšťať. Napr. pri hre Hollow Knight je preňho užitočné zvažovať, či má na zvládnutie určitého problému dostatočné zdravie, či už má schopnosti, ktoré sú k riešeniu tohto problému nevyhnutné a pod. Keď získa nejakú novú schopnosť, zvažuje, kam sa má v hernom priestore vrátiť, aby ju mohol použiť.

Ďalej hráč hodnotí, aké predmety alebo vylepšenia má v danej situácii využiť. Napr. pri A Plague Tale potrebuje vyhodnotiť, aký predmet sa mu najviac oplatí vyrobiť zo surovín, ktoré má k dispozícii. Musí si to premyslieť, pretože surovín je vždy obmedzené množstvo, a ak nejakú použije na výrobu určitého predmetu, môže mu chýbať pri inom, ktorý by sa mu mohol v danej chvíli hodiť viac. Je preňho teda výhodné zvoliť optimálne využitie týchto surovín. V hre Hollow Knight si hráč vyberá vylepšenia, ktoré mu dávajú určitú výhodu, pričom ich môže mať súčasne zvolených a teda aktívnych iba určitý obmedzený počet. Je preto užitočné tento výber optimalizovať a zvoliť tie vylepšenia, ktoré sú pre danú situáciu najvýhodnejšie.

V hre Hades hráč potrebuje vyhodnotiť do ktorých dverí sa mu v danom okamžiku najviac oplatí vojsť, aby si zvýšil šancu na ďalšie prežitie alebo získanie vylepšenia, ktoré by bolo výhodné v kombinácii s tými, ktoré už má.

V hrách Hollow Knight, Divinity: Original Sin 2, Witcher 3 a Warcraft 3, rovnako ako pri iných hrách, kde je možné liečiť sa, hráč tiež neustále hodnotí, či má dostatočné zdravie alebo si ho potrebuje doplniť. Ak vyhodnotí, že si ho potrebuje doplniť, zvažuje, kedy a kde to môže spraviť bezpečne.

4.2.4 Generalizácia

Keď sa hráč v hre raz naučí nový postup alebo objaví určitú súvislosť, tento poznatok zväčša znova použije aj v iných situáciách. Ak napr. pochopí, aké pravidlo platí pre boj s určitým typom nepriateľa, použije ho aj inde, keď daného nepriateľa znova stretne. To isté platí aj pri podobných nepriateľoch. Keď určitý postup fungoval pri jednom, dá sa z toho vychádzať pri hľadaní stratégie pri ďalšom nepriateľovi, ktorý má s predchádzajúcim v niečom podobné správanie. Podobne to je aj s pochopením fungovania prostredia. Hráč je často vystavený situácii, kedy má zmysel použiť už naučené pravidlo v nových kontextoch. Neustále teda dochádza k zovšeobecňovaniu a aplikácii predchádzajúcich skúseností.

4.2.5 Abstrakcia

Pri riešení jednotlivých situácii je pre hráča výhodné zamerať sa iba na to, čo je pre ich riešenie práve podstatné. Z celého komplexného prostredia hry si môže v danej chvíli všímať len tie prvky, ktoré mu práve pomáhajú, alebo naopak mu môžu uškodiť, a ostatné nemusí brať do úvahy.

4.3 Záver

Na základe analýzy vybraných hier a postupov, ktoré pri nich hráči volia, som identifikovala, že videohry poskytujú z hľadiska matematického myslenia príležitosti pre rozvoj kombinatorického myslenia, pravdepodobnostného myslenia, strategického a taktického myslenia, logického myslenia a priestorovej predstavivosti. Tieto komponenty matematického myslenia hráč pri riešení jednotlivých herných situácií často využíva súčasne. Neoddeliteľnou súčasťou hrania hier je potreba premyslieť si dlhodobé strategické ciele, ale aj nevyhnutnosť robiť rýchle taktické rozhodnutia. Pri hraní je tiež dôležité logicky uvažovať, spájať rôzne súvislosti či riešiť rozličné logické hádanky. Pri mnohých hrách vzniká výzva tvoriť vhodné kombinácie a premýšľať nad optimálnym využitím obmedzených zdrojov. Hráč často potrebuje zvažovať pravdepodobnosť, s ktorou sa môže stať určitá udalosť. Mnohé hry tiež ponúkajú výzvy z hľadiska priestorovej predstavivosti, pretože od hráča

vyžadujú, aby sa pohyboval v rozsiahlom hernom svete, ale aj, aby premýšľal nad objektami, ktoré ho bezprostredne obklopujú a nad vzdialenosťami medzi nimi.

Z hľadiska informatického myslenia som svojou analýzou identifikovala, že videohry ponúkajú príležitosti pre využívanie a rozvoj algoritmického myslenia, dekompozíciu, generalizáciu, vyhodnocovanie aj abstrakciu. Tieto komponenty informatického myslenia sú pri hraní často prepojené a nie je možné ich od seba oddeliť. Podobne sa prelínajú aj s matematickým myslením. V hrách sa vyskytuje mnoho zložitých situácií, pri ktorých je vhodné naplánovať si postupnosť krokov, ktoré vedú k ich riešeniu. Zväčša je pri tom užitočné rozdeliť si celý problém na niekoľko menších podproblémov. Hráč tiež musí vedieť rozlíšiť, čo je pre danú situáciu dôležité a naopak, čo je možné v danej chvíli zanedbať. Pri každej problémovej situácii je potrebné zhodnotiť mnoho aspektov, ktoré s ňou súvisia a ktoré môžu ovplyvniť riešenie. Keď sa hráč v hre raz niečo naučí, zväčša to opakovane využíva v iných situáciách na iných miestach hry.

K týmto výsledkom som dospela po niekoľkonásobnej vzájomnej validácii predbežných výsledkov so zúčastnenými participantmi. Po každej čiastočnej analýze som s nimi konzultovala svoju interpretáciu a následne zapracovávala ich pripomienky. Participant sa vyjadrovali aj k záverečnému spracovaniu výsledkov a aj tieto obohatili svojimi pripomienkami. Takéto členské overovanie zároveň viacerí autori považujú za jednu zo stratégií, ako zvýšiť kvalitu výskumu (Creswell, 2012; Švaříček, Šedová, 2007a). V rámci zvyšovania tejto kvality som sa riadila aj pripomienkami, ktoré som získala na domácich a zahraničných konferenciách, a tiež radami od kolegov z našej katedry. Kvalitu výskumu som sa snažila zabezpečiť aj metódami triangulácie (Creswell, 2012; Yin, 2018; Hendl, 2008). Využila som dátovú trianguláciu, dáta som získavala pomocou rôznych metód ako sú rozhovory, pozorovania, hranie vybraných hier, a tiež implicitnú trianguláciu (Hendl, 2008) pri pozorovaní Martina a Viktora pri hraní, som vyhodnocovala, ako premýšľajú pri riešení daných herných situácií. Následne som s nimi o ich uvažovaní diskutovala.

Za skutočne limitujúci faktor tejto časti výskumu považujem malý počet zapojených hráčov. Keďže rôzni hráči hrajú hry rôznym spôsobom, pri väčšom počte

participantov by sa mohli vynoriť aj iné prístupy, a teda by sa možno mohli objaviť aj ďalšie zistenia. Ďalšie zistenia by mohlo priniesť aj zameranie sa na ďalšie hry alebo preskúmanie ďalších aspektov matematického a informatického myslenia.

5 Videohry a vnímanie matematiky

V tejto kapitole je mojím cieľom odpovedať na výskumné otázky O2: „*Ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách? Čo konkrétne považujú za matematiku pri hraní hier?*” a O3: „*Ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách v porovnaní so školskou matematikou?*”

Tieto otázky som skúmala predovšetkým prostredníctvom rozhovorov s participantmi. Participantov som vyberala zámerným výberom (Creswell, 2012) spomedzi žiakov, ktorí sa zúčastnili predvýskumu (pozri kapitolu 3). Oslovovala som žiakov, ktorí mali podľa odpovedí v dotazníku s hraním videohier najviac skúseností a zároveň som sa snažila, aby išlo o žiakov s rôznym postojom k matematike. Túto výskumnú vzorku nakoniec tvorilo sedem participantov. Išlo o žiakov sexty a druhého ročníka, teda žiakov vo veku 15-17 rokov. Kvôli zachovaniu anonymity pri nich používam zmenené mená. Všetci participantí boli chlapci, pretože sa mi nepodarilo nájsť medzi oslovenými žiadne dievčatá s podobnými hráčskymi skúsenosťami.

Nájsť dievčatá, ktoré hrajú videohry rovnako často ako chlapci je náročné. Výskumy ukazujú, že dievčatá od hrania hier často odrádza stereotypná predstava hráča ako muža (Paaßen a kol., 2017; Shaw, 2011; Vermeulen, Looy, 2016; Schelfhout, 2021), ktorá je navyše vo významnej miere podporená marketingom. Vplyvom tejto stereotypizácie majú dievčatá problém identifikovať sa ako hráčky aj v prípade, keď sa videohry hrajú (Shaw, 2012; Grove a kol., 2015, Vermeulen a kol., 2017) a odhadujú, že tejto činnosti venujú menej času, ako je tomu v skutočnosti (Taylor, 2006). Tieto faktory mohli mať teda vplyv aj na to, že sa dievčatá z oslovených skupín neprihlásili ani v prípade, ak sa hranie videohier v skutočnosti venujú.

Na základe odpovedí, ktoré participantí uviedli v dotazníku v predvýskume, som zostavila Tabuľku 4 a Tabuľku 5. Tabuľka 4 zobrazuje, ako často hrajú videohry, aké videohry hrávali v čase predvýskumu a tiež čo boli ich najobľúbenejšie hry. Tabuľka 5 zobrazuje ich odpovede na otázky ohľadom matematiky. Títo participantí prevažne vnímali, že sa pri hraní hier stretávajú s matematikou často – pri otázke „*Myslíš si, že sa pri hraní hier stretávaš s matikou?*“, v ktorej si mohli vybrať odpoveď na škále

od 0 do 5, kde 0 znamenala „to vôbec“ a 5 „áno, neustále“, dvaja zvolili odpoveď 5, štyria odpoveď 4 a jeden odpoveď 3.

Meno	Ako často hráš počítačové/konzolové hry?	Aké počítačové/konzolové hry hráš momentálne?	Najobľúbenejšie počítačové a konzolové hry
Erik	Niekoľkokrát za mesiac	Plants vs Zombies: Garden Warfare, Plants vs Zombies: Heroes, Heroes of the Storm, Rayman	Team Fortress 2, Heroes of the Storm
Rišo	Niekoľkokrát za týždeň	XCOM 2, SWTOR, SW Battlefront 2, Surviving Mars, Stellaris, Subnautica, Life is Strange, Blackhole, The Legend of Zelda: Breath of the Wild, Super Mario, Mario Kart, Splatoon	The Legend of Zelda: Breath of the Wild, XCOM 2, Subnautica, Blackhole
Damián	Skoro každý deň	Fallout 3	Doom
Paľo	Každý deň	League of Legends, Tom Clancy's: Rainbow Six Siege, Far Cry 5, CS:GO, Assassassin's Creed Odyssey, Jump Force, Mortal Kombat	Assassassin's Creed Odyssey, Life is Strange, Tom Clancy's: Rainbow Six Siege, Division, Mortal Kombat, League of Legend, Dishonored, Borderlands, WOW, Warcraft 3, Age of Empires, State of War, Nier: Automata, They Are Billions, Planet Coaster, Sims
Peto	Každý deň	CS:GO, War Thunder, For Honor, Apex Legends, Assassins creed Unity, Halo: The Master Chief Collection, League of Legends, PlayerUnknown's Battlegrounds lite	CS:GO, War Thunder, For Honor, Apex Legends, Assassins Creed Unity, Halo Master Chief Collection, League of Legends, Metro 2033 Redux, PlayerUnknown's Battlegrounds lite, World of Warcraft, Tom Clancy's: Rainbow Six Siege, Escape from Tarkov, SIMS
Lukáš	Skoro každý deň	CS:GO, Tom Clancy's: Rainbow Six Siege, Grand Theft Auto V, Dead by Daylight	Tom Clancy's: Rainbow Six Siege
Tomáš	Skoro každý deň	World of Tanks, CS:GO, The Long Dark, Steep, League of Legends, Dirt Rally, Subnautica	World of Tanks, Steep, The Long Dark, Subnautica

Tabuľka 4: Participanti a videohry

Na základe analýzy dát z dotazníka, a tiež dát získaných pri rozhovoroch som vytvorila nasledujúcu krátku charakteristiku vzťahu participantov k matematike.

Erik má z matematiky zmiešané pocity. Uviedol, že matematika je preňho „zaujímavá“, „nudná“ a „chladná“. Má na nej rád, keď ju môže použiť v živote alebo aj pri hraní. Spomenul, že ju dokonca rád využíva, keď mu môže pomôcť. V súčasnosti má však dojem, že sa na hodine matematiky učia veci, pri ktorých nikto nevie povedať, na čo by im v živote mohli byť.

Rišo má rád matematiku a nevadí mu ani tá školská. V dotazníku uviedol iba pozitívne pocity a dodal, že vďaka matematike môže získať dobrú pracovnú pozíciu. Považuje ju za jednoduchú a hovorí, že sa mu páči, že jej rozumie aj keď sa ju často neučí. Zo školskej matematiky má rád všetko okrem geometrie. Bavia ho predovšetkým rovnice. Zároveň však aj v školskej matematike má rád, keď je úloha zložitejšia a môže zapojiť logiku. Celkovo má rád výzvy.

Damián považuje matematiku za zložitú, ale nemá voči nej negatívny postoj. Páči sa mu, že v nej existuje veľa rôznych spôsobov riešení. Hovorí, že má radšej výpočtovú matematiku ako geometriu. Oceňuje, ak úlohy preňho predstavujú primeranú výzvu. Keď je to niečo, čomu rozumie, má celkom rád aj ťažšie úlohy.

Paľo považuje matematiku za zaujímavú, užitočnú a zábavnú a riešenie matematických problémov preňho znamená „zaujímavú výzvu v živote“. Myslí si však, že na matematike v škole často robia aj nudné veci a nedá sa im nijako vyhnúť.

Peto má na matematike rád, keď sa mu podarí vyriešiť niečo zložité. Matematika v ňom vyvoláva pocity ako „zaujímavá“, „užitočná“ a „zložitá“. Verí, že školská matematika je podobná tej v hre, ale hra ju podáva zábavnejšou formou.

Lukáš si myslí, že matematika je niekedy zaujímavá a zábavná, inokedy nudná. Za nudnú považuje tú, čo sa učia v škole, ale aj pri nej ho fascinuje, keď sa dopracuje k výsledku. Celkovo však za zábavnejšiu považuje ľahšiu matematiku, takú, aká bola na základnej škole.

Tomáš má rád matematiku, ktorú môže použiť pri niečom reálnom. Či už v hre, alebo v živote. Časti toho, čo sa učia momentálne v škole, však považuje za zbytočné a nevie si predstaviť, kde by to mohol použiť, pokiaľ by sa nechcel v budúcnosti venovať priamo matematike alebo fyzike. Matematiku celkovo považuje za zaujímavú a myslí si, že aj pri hraní je užitočná.

Meno	„Čo pre teba znamená riešenie matematických problémov?“	Pocity z matematiky	„Čo ťa na matike baví/páči sa ti?“	„Myslíš si, že sa pri hraní hier stretávaš s matematikou?“ 0 - „to vôbec“ 5 - „áno, neustále“.
Erik	Bolenie hlavy (ak tomu nerozumiem), zábava (ak tomu rozumiem)	Zaujímavá, nudná, chladná	Materiály, ktoré aj budeme potrebovať k životu	5
Rišo	Je to zábava.	Zaujímavá, užitočná, zábavná, jednoduchá, môžem vďaka nej získať dobrú pracovnú pozíciu.	Že je jednoduchá a chápem ju, aj keď sa ju veľmi často neučím.	3
Damián	-	Zložitá	Veľa spôsobov riešení	4
Paľo	Zaujímavú výzvu v živote	Zaujímavá, užitočná, zábavná	Ako má každá úloha viacero riešení	4
Pet'o	Podľa toho akých, ale mám rád keď sa mi niečo podarí vyriešiť	Zaujímavá, užitočná, zložitá	Keď vyriešim zložitý príklad.	4
Lukáš	Uspokojenie, keď sa dopracujem k výsledku	Zaujímavá, nudná, zábavná	Uspokojenie keď sa dopracujem k výsledku	5
Tomáš	Riešenie problémov, ktoré majú niečo s matematikou.	Zaujímavá, zložitá, niekedy sa mi zdá zbytočná.	Dopracovanie sa k výsledku.	4

Tabuľka 5: Participanti a vnímanie matematiky

Počas rozhovorov som sa participantov pýtala otázky s cieľom preskúmať, ako vnímajú, že sa matematika nachádza v hrách, ktoré hrajú vo svojom voľnom čase. Zaujímalo ma, čo konkrétne ako matematiku v týchto hrách identifikujú. Najskôr som sa ich pýtala všeobecne, kde si myslia, že sa pri svojom hraní stretávajú s matematikou, následne som otázky upriamila na niektoré z hier, ktoré uviedli v dotazníku. Zaujímalo ma tiež, ako vnímajú matematiku v hrách v porovnaní s matematikou, s ktorou sa stretávajú na hodinách v škole. V čom im pripadá rovnaká a v čom naopak vidia rozdiel. V predvýskume ma zaujalo rozporuplné vnímanie matematiky, ktoré som identifikovala u viacerých žiakov. Aj piati participanti v tejto výskumnej vzorke mali z matematiky podľa predvýskumného dotazníka prevažne zmiešané pocity. Pri tejto štúdii som chcela lepšie porozumieť aj týmto zdanlivým rozporom. V predvýskume ma obzvlášť zaujalo rôzne vnímanie pocitu „zložitá“, preto som sa sústredila aj na preskúmanie, ako presnejšie participanti vnímajú, keď je niečo zložitá na matematike a keď je niečo zložitá v hrách.

Dáta získané z rozhovorov som následne analyzovala kvalitatívnymi metódami, konkrétne prostredníctvom tematickej analýzy podľa (Braun, Clarke, 2006). K analýze som pristupovala induktívne (Creswell, 2012; Yin, 2018; Braun, Clarke, 2006) – nevychádzala som z vopred určených tém, ale skúmala som, aké témy sa objavujú v odpovediach participantov. Po prepísaní audiozáznamu som sa najskôr zamýšľala nad záznamom ako celkom. Pri jeho prvom čítaní som si prvé vynárajúce sa myšlienky značila formou komentárov. Pri ďalšom čítaní som pristúpila ku kódovaniu. Z časti textu, ktoré poukazovali na určitú myšlienku, som vytvorila segment a priradila mu kód, ktorý túto myšlienku vystihoval. Následne som znovu prechádzala celý prepis rozhovorov a skúmala, či nenájdem dané myšlienky aj v častiach textu, kde som si to predtým nevšimla, alebo či ešte neidentifikujem aj ďalšie myšlienky. Podľa Creswellových odporúčaní som identifikované kódy následne prehodnotila a tie, ktoré reprezentovali podobnú myšlienku, zlúčila do jedného. Potom som sa snažila identifikovať širšie témy, na ktoré tieto kódy poukazujú, a roztriediť dané kódy do týchto tém. K výskumu som pristupovala iteratívne (Creswell, 2012; Hendl, 2015). Jednotlivé rozhovory som analyzovala postupne a vždy som pridávala nové témy, ktoré sa pri tejto analýze vyskytli, a prehodnocovala

predošlé témy. Na záver som jednotlivým témam podľa odporúčaní (Braun, Clarke, 2006) priradila názvy, ktoré čitateľovi prezrádzajú, o čom daná téma je. Výsledné témy som následne opísala a doložila ich citátmi, v ktorých na ne participanti poukazujú (Creswell, 2012; Braun, Clarke, 2006; Hendl, 2015). Svoje výsledky som v rámci členského overovania (Creswell, 2012; Švaříček, Šedová, 2007a) poskytla participantom, aby som zistila, nakoľko s mojou interpretáciou súhlasia. Následne som zapracovala ich pripomienky do svojej analýzy. Výsledky tejto časti výskumu som publikovala v (Čujdíková, 2020b; Čujdíková, 2020d). Tieto výsledky poskytujú odpovede na výskumné otázky 2 a 3 a prezentujem ich v nasledujúcich dvoch častiach.

V rámci hľadania odpovedí na výskumnú otázku O2 som tiež viedla krúžok, a to pre dobrovoľníkov spomedzi žiakov z jedného z gymnázií, ktoré sa zúčastnili môjho predvýskumu. Na krúžku hrali žiaci hru Monument Valley (túto hru analyzujem v časti 4.1.4 a 4.1.5). Do krúžku sa zapojilo najskôr päť žiakov, nakoniec však zostali len dvaja, Ajax a Tom (zástupné mená), žiaci štvrtého ročníka. Zber dát prebiehal formou nezúčastnených pozorovaní a rozhovorov – na stretnutiach som participantov pozorovala počas ich hrania a následne po dohraní som pomocou rozhovoru zisťovala, či si myslia, že hra rozvíja matematické myslenie a ak áno, tak akým spôsobom.

Okrem týchto dvoch žiakov som viedla rozhovor ešte s ďalším, Samom (zástupné meno). Bol to žiak štvrtého ročníka, ktorý sa nezúčastňoval krúžku, ale hral hru Monument Valley už predtým. Následne som dáta získané z pozorovaní a rozhovorov analyzovala kvalitatívne. Zistenia z tejto časti výskumu som prezentovala na konferencii ECGBL 2020, publikovala v zborníku tejto konferencie (Čujdíková, 2020c) a uvádzam ich v časti 5.2.7.

5.2 Vnímanie matematiky vo videohrách

Na základe analýzy odpovedí na otázky, pomocou ktorých som zisťovala, kde presnejšie participanti vnímajú, že sa v hrách stretávajú s matematikou, som vytvorila niekoľko kategórií, ktoré bližšie opíšem v tejto časti.

5.2.1 Strategické myslenie v strategických hrách

Na základe viacerých odpovedí hodnotím, že participanti vnímajú, že s matematikou sa stretávajú predovšetkým v strategických hrách. Pri nich považujú za dôležité premyslieť si rôzne aspekty, ako napr. koľko daných surovín potrebujú vyprodukovať, alebo naopak, koľko ich môžu investovať do získania iných surovín, bojových jednotiek alebo stavby budov tak, aby im celý systém fungoval správne. Napr. Rišo vyslovil: *„S matematikou sa stretávam určite hlavne v strategických hrách, kde mám na hornej lište vypísané počty surovín. Mám tam koľko mi ich napr. pribúda za deň alebo za mesiac v závislosti od danej hry. A teda na základe toho si musím vypočítať, že napr., keď postavím túto budovu, koľko mi to pridá, alebo keď postavím nejaké jednotky, tak koľko mi to zase uberie, na základe toho, koľko stojí údržba – to sa mi odpočítava od toho mesačného príjmu.“*

Podobne hodnotenie vyslovil Paľo, ktorý sa však podrobnejšie sústredil na tvorbu jednotiek a boj: *„V Age of Empires využívam matematiku pri surovinách. Lebo tam sa musí ťažiť, vyrábať jednotky, na každú jednotku je potrebný určitý počet surovín zlata, dreva a ostatných. Plus ešte je dôležité, koľko robí každý vojak špeciálny počet „damage“, aby mohol ovplyvniť nepriateľskú armádu a ako dlho bude napríklad trvať, kým zničí nejakú budovu, či to stihne skôr, než prídu posily nepriateľského tímu. Takže treba dosť premýšľať, ktorého vojaka tam poslať, ktorý to vyrieši rýchlejšie a lepšie.“*

Rišo a Paľo vo svojich úvahách spomínajú „počty“ a „počítanie“, podľa ich slov však usudzujem, že „počítanie“ so surovinami, nie je náročné v zmysle skutočných výpočtov, ale kvôli komplexným myšlienkam, ktoré sú za ním. Ako uviedli, potrebujú si premyslieť, čo všetko s čím súvisí, čo má akú hodnotu a podľa toho optimalizovať, taktizovať, tvoriť stratégiu.

Konštatujem tiež, že si uvedomujú, že do úvahy musia brať čas: *„...koľko [surovín] mi napr. pribúda za deň alebo za mesiac v závislosti od danej hry,“* ako spomína Rišo

alebo „...či to môj vojak stihne skôr, než prídu posily nepriateľského tímu” ako komentuje Paľo.

5.2.2 Matematika pri hraní RPG hier

Traja participanti spomenuli v súvislosti s matematikou vo videohrách inventár, ktorý je súčasťou RPG hier. Medzi nimi som identifikovala dva typy pohľadov. Damián poukazuje na to, že v inventári vidí počty jednotlivých položiek: „počet nábojov, liečiv, surovín atď.” čo hodnotí tak, že pri tom potrebuje iba jednoduché počítanie: „...a tam proste len využívam základnú matiku (sčítanie, odčítanie), žiadne zložité matematické veci.”

Rišo a Paľo v porovnaní s tým poukazujú na strategické napĺňanie inventára, čo predstavuje ťažšiu úlohu. Paľo spomína kombinatorickú optimalizáciu, ktorú pri tom potrebuje využiť: „Inventár pri RPG hrách je dosť o kombinatorike. Ten sa musí častokrát uložiť tak presne, aby tam všetko sadlo.“ Podobne Rišo popisuje, ako získava predmety od porazených nepriateľov a úvahy spojené s tým, či sa mu daný predmet oplatí zobrať: „...často sa s matematikou stretávame v RPG-čkách, ktoré sú založené dosť na získavaní predmetov z nepriateľov. Napr. zabijem nejakého bossa, padne mi z neho nejaká puška, ktorá má dobré vlastnosti, tak si potrebujem premyslieť, či ju chcem zobrať a obetovať na to miesto v inventári, ktoré je vždy obmedzené, alebo ju proste len nechám ležať a budem dúfať, že mi padne niečo lepšie.”

Na základe ďalších odpovedí tiež konštatujem, že participanti vnímajú ako matematiku v RPG hrách aj investovanie bodov do schopností v strome skúsenosti. Napr. Rišo opísal, že keď za nejakú misiu dostane body, za ktoré si môže odomykať nové schopnosti, tak keď má v pláne získať určitú schopnosť, ktorá je na vysokej úrovni, potrebuje si tieto body šetriť a postupne si k nej strategicky odomykať cestu.

5.2.3 Logické myslenie

Na základe viacerých odpovedí hodnotím, že participanti považujú pri hraní za veľmi dôležité tiež logické myslenie. Napr. Peťo uviedol: „V *League of Legends* je to

založené hlavne na logickom myslení, že čo asi urobí protivník, alebo čo by som mal teraz urobiť.“ Paľo poukázal na logické úlohy v Lare Croft: „...hádky v Lare Croft, tie tiež bývajú často aj na matematike a logickom myslení založené.”

Participant v tomto smere priamo spomenuli aj logické hry. Napr. Peťo sa vyjadril: *„Pri niektorých logických hrách bývajú úlohy, kde napríklad treba niečo vyriešiť a pri tom sa aj matematika využíva. Napríklad sú tam čísla a obrazce a to treba nejak vyriešiť, aby sa to dalo odomknúť.”*

Aj z viacerých iných úvah participantov sa domnievam, že si uvedomujú, že logické uvažovanie je pri hraní dôležitou súčasťou, i keď priamo nepoužili toto označenie.

5.2.4 Pravdepodobnosť

Ďalej usudzujem, že participant sú presvedčení, že pri hraní potrebujú často využívať pravdepodobnosť. Napr. Peťo vyslovuje názor: *„V League of Legends treba predvídať, taká, že pravdepodobnosť, že čo by mohol urobiť ten protivník, aký napr. útok, kam by mohol smerovať a už podľa toho sa nejako zariadiť.”*

Erik vníma, že sa s pravdepodobnosťou stretáva pri kartových hrách: *„Ako prvé ma napadá čítanie pravdepodobnosti v kartových hrách, ako napr. hra ktorú som zmienil v dotazníku, Plants vs Zombies: Heroes.”* Zápas v hre podrobne popisuje slovami: *„Pri zápase nemôžete vedieť, aké karty nepriateľ používa. Viete iba to, čo on vie o vás: vaše typy a superschopnosti (triky, na začiatku zápasu dostanete jednu zo štyroch a zvyšné tri vďaka štítu, o ňom ale neskôr). Po pár kolách možno odhadnúť, akú asi stratégiu oponent používa, ale ani tým si nemôžete byť istý, pretože ako aj všetky kartové hry aj táto je nedokonalá. Odrazu môže protivník použiť legendárnu kartu, ktorú ste vôbec nečakali a hotovo. Ale legendárne karty nie sú zárukou úspechu, stačí jeden trik a už je fuč. Tak ako všetky hry aj táto má v sebe trochu RPG šťastia/nešťastia. Najjednoduchší príklad je vyššie zmienený štít. Každý útok (ak nemá vlastnosť „bullseye“) tak nabije štít o 1, 2 alebo 3 stupne. Keď ich bude mať osem tak to poškodenie, čo ho spustilo nedostane, vybijie sa a hrdina dostane schopnosť, ktorú môže ihneď použiť zadarmo. Keďže tieto schopnosti má*

každý hrdina štyri a jednu dostal hneď na začiatku, tak tento štít zafunguje iba tri razy. No to väčšinou postačí, keďže zakaždým dostane veľmi silnú schopnosť.“

5.2.5 Vzájomne súvisiace parametre

Ako môžeme vidieť aj z predchádzajúcich časti, participantí si uvedomujú, že pri hraní niektorých hier potrebujú brať do úvahy rôzne parametre a zvažovať, ako vzájomne súvisia. Podobnú úvahu rozvíja Paľo: *„V League of Legends musíš počítať manu a ešte cooldowny na každom spelli, a HP-čka, aby ti to presne vyšlo. A ešte aj každý robí iný damage. Niektorí môžu mať armor, ktorý sa ti znižuje, a síce to ukazuje, že to robí 74 damage, ale v skutočnosti to spraví možno voľajákých 50, ešte to treba zobrať do úvahy. Vo WOW-ku je tých parametrov, ktoré spolu súvisia, ešte oveľa viac...“* Hoci tu Paľo hovorí o počítaní, celkovo z jeho slov hodnotím, že konkrétne jednoduché výpočty sú len malou súčasťou riešenia a veľmi podstatné je tu práve komplexné uvažovanie a vyhodnocovanie všetkého, čo má pre daný ťah k dispozícii.

5.2.6 Matematika pri hraní World of Tanks

Keďže hra World of Tanks bola medzi participantmi značne obľúbená (vyjadrili sa k nej štyria zo siedmich participantov), rozhodla som sa tiež analyzovať úvahy, ktoré venovali tejto hre. Peťo napr. poukázal na vytváranie stratégie. Čo všetko musí vziať do úvahy, keď sa rozhoduje, či sa mu oplatí na nejaký tank zaútočiť alebo nie a čo má pri útoku použiť: *„...každý tank má určitý „damage“ a už podľa toho aj napríklad koľko mi ostáva života a koľko mám poškodenie, tak sa rozhodujem, či ho môžem „piknúť“ alebo nie... Alebo rôzne typy nábojov, aké poškodenie dávajú. Napríklad niektoré zblízka dávajú viacej a zďaleka nedávajú nič, tak si to treba tak prepočítať, že ktoré by som mal teraz použiť.“* Opäť aj v tejto úvahe sa stretávame so slovom „prepočítať“ nie iba v kontexte počítania, ale aj v zmysle strategicky zvažiť. Na dôležitosť strategického myslenia v tejto hre poukázal aj Paľo, ktorý zhodnotil, že *„zároveň pri útočení treba zohľadniť, na ktorú vzdialenosť je to presnejšie vhodné.“*

Tomáš podrobne opísal, akú úlohu v hre zohráva hrúbka panciera: *„S matikou sa stretávam napríklad v hre World of Tanks. Tam je to o tankoch a každý tank má určité*

milimetre panciera. Ťažké tanky majú viacej panciera a ľahké menej. A taktiež aj delá. Rôzne delá majú rôznu priebojnosť. A preto väčšinou keď sa rozhodujem strieľať nejaký tank, tak musím prehodnotiť v hlave, že kde má koľko milimetrov panciera a koľko ja mám milimetrov prieraznosť na tom dele a podľa toho určím, kde ho mám streliť a či ho vôbec mám streliť. Alebo napríklad koľko si musím predsadiť pri mierení, keď je nejaké vozidlo v pohybe. Keď je nejaké vozidlo v pohybe, tak si musím predmieriť, lebo určité náboje majú danú rýchlosť v metroch za sekundu, niektoré majú 1800 metrov za sekundu, niektoré napríklad 700 metrov za sekundu, a podľa toho, ako rýchlo ten náboj letí, tak podľa toho musím ja predsadiť a prispôbiť to mierenie tomu. A taktiež musím zvažovať aj to napríklad, keď je nejaký pancier nejakým nakloneným, tak musím zvážiť, volá sa to, že relatívna hrúbka panciera, že keď je napríklad ten pancier trošku naklonený, tak je ťažšie ho preraziť, tou strelou, lebo k tým milimetrom panciera je tam pripočítaný ešte aj uhol... .”

Z Tomášovho opisu usudzujem, že vníma, že pri hraní potrebuje zvážiť množstvo parametrov a celkovo ich vyhodnotiť vzhľadom na situáciu. Za zaujímavé na jeho úvahe považujem, že si je vedomý, že musí brať do úvahy nielen samotnú hrúbku panciera, ale aj relatívnu – to, že tá je pri naklonenom tanku iná, ako pri tanku stojacom rovno. Tiež ma zaujalo, že pri pohybujúcich sa tankoch zohľadňuje aj rýchlosť náboja.

5.2.7 Logické myslenie a priestorová predstavivosť pri hraní hry Monument Valley

Toma a Ajaxa dokázala hra Monument Valley na krúžku nadchnúť. S pochopením jej ovládania nemali žiadny problém. Počas hrania sústredene riešili hlavolamy, zamýšľali sa, ako využiť mechaniky, ktoré hra v danom úseku ponúka, aby sa tak následne dostali ďalej. Takúto prácu s priestorom vnímali ako nevšednú a pozitívne hodnotili aj originálny spôsob myslenia, ktorý potrebovali použiť. Napr. Tom sa v tomto smere vyjadril slovami: „Unikátna hra nútiaca hráča premýšľať netradičným spôsobom. Hráč sa musí prispôbiť a riešiť také úlohy, v ktorých doslovne neplatia zákony skutočného sveta.” Ajax sa ponoril do prežívania príbehu hry. Späťne zhodnotil, že bolo preňho ťažké, keď sa totem v jednej časti hry ponoril pod vodu.

„Z toho mi bolo dosť smutno. Nevedel som, že sa neskôr znovu vráti. Myslel som si, že sa utopil.“

Všetci traja participanti vnímali, že sa v hre uplatňujú rôzne matematické oblasti. Tom poukázal na priestorové princípy, ktoré používajú jednotlivé hlavolamy: *„Matematika sa tam podľa mňa nachádza v strete 2D a 3D sveta.“* Aj Sam si všimol tieto princípy a za matematiku v hre považuje práve logiku, ktorá je v pozadí: *„Určite sa tam nachádza matika. Síce neviem, aká matika, ale všetky tie "patterns" ktoré do seba zapadnú iba po pootočení sveta musia fungovať na základe nejakej matematickej logiky.“* Ajax tiež vnímal ako matematiku v hre logické myslenie a predstavivosť, ktoré sú potrebné pri riešení rôznych herných situácií: *„No je tu logické myslenie, čo je súčasť matematiky a predstavivosť vo forme kalkulácie, ako bude hra reagovať po následnom ťahu.“* Myslí si, že z hľadiska matematického myslenia hra rozvíja *„logické myslenie a priestorovú predstavivosť, teda geometriu“*.

Pri všetkých troch participantoch aj z ich ďalších slov na tému tejto hry usudzujem, že vnímajú, že hra rozvíja súčasne priestorovú predstavivosť a logické myslenie, a zároveň, že rozvoj týchto schopností je v hre úzko prepojený a neoddeliteľný od seba.

Ajax navyše navrhol, že by bolo zaujímavé túto hru použiť na rozvoj priestorovej predstavivosti na bežnej hodine matematiky: *„Hra je výborná. Keď som ju ukázal iným, tiež sa ľuďom páčila. Neviem, či si ju stiahli. Určite by som uvítal takéto priestorové učenie aj v reálnej škole. Myslím, že by to pomohlo ľuďom, čo počiatočnú predstavivosť nemajú vyvinutú.“* Považujem to za zaujímavý návrh. Takéto využitie táto hra už našla na hodinách matematiky v Nórsku (Pedersen, 2016).

5.3 Rozdiely medzi školskou matematikou a matematikou vo videohrách

V tejto časti prezentujem závery, ku ktorým som dospela na základe analýzy vyjadrení, v ktorých participanti hodnotia, ako vnímajú rozdiel medzi školskou matematikou a matematikou v rôznych podobách prítomnou v hrách.

5.3.1 Premýšľanie vs. počítanie

Za veľmi zaujímavé považujem, že všetci siedmi participanti sa zhodli na tom, že v hrách sa stretávajú so strategickým a logickým myslením. Ďalej by sa však dali rozdeliť na dve skupiny podľa presvedčenia, či to je alebo nie je matematika. Jedna skupina hodnotí, že práve logické a strategické myslenie je matematika, s ktorou sa v hrách stretávajú v najväčšej miere. Druhá skupina argumentuje, že v hrách sa s matematikou stretávajú len veľmi málo, že tam je to hlavne o logickom myslení a vymýšľaní stratégie. Pri tejto časti žiakov usudzujem, že matematiku vnímajú ako synonymum k výpočtom. V podstate sa však obe strany zhodujú v názore, že hry sú náročné predovšetkým na premýšľanie, zatiaľ čo matematika v škole je náročná hlavne na počítanie.

Príkladom vnímania žiakov z prvej skupiny sú Rišove slová: *„V škole ide skôr o to sústrediť sa a nepomýliť sa, a naopak v hrách je to náročné hlavne čo sa týka premýšľania. Napr. v tých strategických hrách to nie je o ťažkých výpočtoch, ale skôr o tom, ako si skoordinať míňanie a tvorbu surovín s časom, ktorý neustále plynie a ide proste proti nám.“*

Z druhej skupiny zasa napr. Damián vyjadril: *„Vo väčšine hier sa využíva asi len tá základná matematika (sčítanie, odčítanie, prípadne násobenie a delenie), lebo vôbec sa ja nestretávam s nejakými zložitými matematickými vecami, ale je možné, že som sa s tým už stretol, ale nespomínam si. Čo sa týka mojej obľúbenej hry DOOM, tak tam opäť len normálne počítanie. Ono v tých hrách ide viac o premýšľanie a strategizovanie než o počítanie, to len keď chcem vedieť, koľko čoho mám a tak.“* Podobný názor zdieľa Lukáš: *„...v hre hlavne žiadna matematika nie je. No maximálne iba také nejaké „easy“ odpočítavanie a pripočítavanie. Ale žeby také nejaké mocniny, neviem čo...“* a ďalej dodáva, že v hre záleží skôr na predvídavosti a premýšľaní o tom, ako asi premýšľala nepriateľ.

Vnímanie participantov naznačuje, že za charakteristickú črtu školskej matematiky považujú práve jej procedurálnu zložku, hoci podľa nových vzdelávacích dokumentov (Department for Education, 2014; OECD, 2020; NUCEM, 2017 a pod.) sa majú žiaci

na hodinách matematiky učiť predovšetkým myslieť a aj náš štátny vzdelávací program (MŠVVaŠ, 2019) hovorí, že *„Vyučovanie treba viesť tak, aby rozvíjalo logické a kritické myslenie žiakov, ich schopnosť argumentovať a umožnilo každému z nich získať poznatky objavovaním.“* a ďalej uvádza, že *„Zvyšovanie výpočtovej zručnosti a automatizácie výpočtov nesmie byť na úkor objavovania, pochopenia a aplikácie získaných poznatkov pri riešení úloh.“* V súlade s tým považujú účastníci myslenie za dôležité pri používaní matematiky v hrách, ako aj pri hraní samotnom.

5.3.2 Rozdielna motivácia

Všimla som si, že kým účastníci často vnímajú, že na hodinách matematiky je to len o tom, že treba niečo vypočítať, bez hlbšieho zmyslu, pri hre si uvedomujú, že ak niečo počítajú, robia to kvôli nejakému vyššiemu cieľu. Za veľmi zaujímavé považujem, že tento pohľad zdieľa aj Rišo, ktorý má ku školskej matematike pozitívny vzťah. Rozdiel medzi myslením na hodinách matematiky a tým v hre opisuje slovami: *„Spôsob myslenia je iný, pretože na hodinách matematiky skôr ide o to, že máme nejaký príklad, ktorý máme vypočítať. V hrách je to inak motivované, z toho dôvodu, že hru chceme predsa vyhrať. Takže keď si v nejakej stratégii, ako je napríklad Surviving Mars, niečo zle vypočítam, tak už možno na druhý deň zistím, že mi prestanú fungovať zásoby vody alebo elektriny a musím hľadať nejaké riešenia, ako znovu zvýšiť produkciu alebo presunúť suroviny tak, aby mi to potom vychádzalo – aby som bol zabezpečený na ďalšie dni, aby mi všetci neumreli.“*

Peťo s Paľom vyslovili presvedčenie, že zmýšľanie, ktoré je potrebné na hodinách matematiky v škole, a zmýšľanie v hrách je podobné, avšak rozdiel je vo forme. Obaja vnímajú, že v škole je to tak, že musia. Naopak v hrách ide o súčasť deja, do ktorého sú ponorení, vďaka čomu je to zábavnejšie.

Celkovo sme z vyjadrení účastníkov mohli vidieť, že vedeli komplexne opísať, čo v daných hrách robia a za akým účelom. Využívanie matematického myslenia pri tom nebolo cieľom, ale prostriedkom, ktorý im pomáhal pri dosahovaní ich cieľov v hre.

Aj participanti, ktorí si myslia, že matematika je užitočná a vie im pomôcť pri hraní, vyjadrujú pochybnosť nad užitočnosťou toho, čo sa teraz učia na hodinách v škole. Erik, ktorý podrobne opísal, ako využíva matematiku pri hre Plants vs. Zombies: Heroes zhodnotil: „V škole sa teraz učíme také materiály, kde nikto nedokáže povedať príklad na ne v skutočnom živote. Aj keby som sa s tým v hre stretol, čo nechápem ako by to bolo možné, tak by som ten vzorec nepoužíval. Ja keď nájdem v hrách matematiku, tak sa ju aj snažím použiť, napr. odhadnúť kedy mi asi príde ktorá karta a tak. To čo sa teraz učíme, tak pre to také využitie zatiaľ nemám.”

Podobný názor vyslovil Tomáš, ktorý sa predtým obsiahle vyjadril k matematike v hre World of Tanks: „V škole je tá matematika úplne iná podľa mňa. Ako, keď si zoberiem nejaké rovnice, čo počítame na matike, neviem čo, substitúcie, neviem čo, tak ako neviem no. Tam napríklad v tom World of Tanks sú nejaké rovnice fyzikálne, lebo tak to je odvodené, tie vzorce, od reálneho sveta, ale od matiky, čo sa učíme v škole, sa to dosť líši. V škole je to dosť iné. Povedal by som, je to dosť zbytočné, niekedy. V tej hre je to reálnejšie. No nie, že reálnejšie... Ale, ako by som to povedal. To čo sa momentálne učíme v škole, túto už „advanced“ matiku, alebo ako to mám nazvať, tak to si nepamätám, že by som niekedy s tým počítal niečo. Len tak, že potrebujem si vypočítať niečo, tak začnem si písať a na druhú, bé na druhú.... .”

Tu môžeme vidieť súlad medzi pohľadom participantov a Papertovim tvrdením, že ak má matematika dávať žiakom zmysel, mala by byť súčasťou činností, ktorým sa venujú vo vlastnom záujme (Papert, 1980). Papert poukázal na to, že ak sa deti vo vlastnom záujme dostanú k činnostiam, ktorých súčasťou je matematika, vznikne u nich prirodzene potreba objaviť veľké matematické myšlienky (ang. powerful ideas), ktoré sú v týchto činnostiach skryté. Vyslovil tiež presvedčenie, že ak sa učenie matematiky oddelí od iných činností a podáva sa ako súbor pravidiel a postupov, je pochopiteľné, že žiaci v nej nevidia zmysel a považujú ju za nudnú a zbytočnú. Dokonca poukázal na to, že ani rodičia a učitelia nedokážu dostatočne zdôvodniť, prečo by sa deti takúto matematiku mali vôbec učiť „Spýtal som sa mnohých učiteľov a rodičov, čo si myslia, že je matematika, a prečo je dôležité sa ju učiť. Málokto zastával názor na matematiku, ktorý by bol dostatočne koherentný na

to, aby ospravedlnil zasvätenie niekoľko tisíc hodín života dieťaťa do nej. A deti to cítia” (Papert, 1980).

Na problém izolácie matematiky od iných činností a toho, že takáto matematika potom nedáva učiacim sa zmysel, poukázali aj ďalší odborníci napr. Devlin, 2011; Boaler, 1998; Boaler, 2015; Hejný, Kuřina, 2015; Nunes a kol., 1993 a ďalší.

5.3.3 Objavovanie pravidiel vs. ich používanie

Ďalší zaujímavý názor, ktorý som našla vo viacerých odpovediach by som sformulovala takto: V hrách je dôležité uvedomiť si určité závislosti a súvislosti, ktoré tam platia, kým na hodinách matematiky je dôležité hlavne správne aplikovať presné a správne zvolené postupy a pravidlá. Napr. Lukáš hovorí: „V hre musím vedieť, ako myslí, aspoň približne, ako myslí nepriateľský hráč,“ a ďalej dodáva „V škole je to skôr o tom vedieť postup ako vypočítať nejakú rovnicu.”

Aj Tomáš, ktorý podrobne popísal komplexné úvahy a zmysel matematiky pri hre World of Tanks, hodnotí školskú matematiku slovami: „Milión pravidiel, na jedno zabudnete a koniec, päťka,“ a ďalej konštatuje, že nevie, či takéto pravidlá existujú aj v hrách, ale ak aj áno, hra mu dáva väčšiu šancu nájsť i iné riešenie. A dodáva, že si myslí, že v hrách a ani celkovo v živote to nie je také kritické.

Aj na základe ďalších odpovedí participantov usudzujem, že matematiku v škole vnímajú ako súbor pravidiel a postupov, ktoré majú len vybrať a aplikovať, a v najlepšom prípade sa pri tom nepomyliť. V porovnaní s tým, podľa toho, ako opísali svoje myšlienky a postupy pri hraní hier, sme mohli vidieť, že pri hrách sú práve oni tými, kto objavuje, aké pravidlá v danom prostredí platia a až následne podľa toho upravuje svoju stratégiu riešenia.

Domnievam sa že, pohľad participantov je v súlade s Devlinovim tvrdením: „Hráči sa pri hraní hier učia, že skúšanie a omyly sú efektívnym spôsobom, ako vyriešiť určitú situáciu. Môžu ich prehodnotiť vo svetle svojich predchádzajúcich skúseností a zohľadniť pri novom riešení. Pokusy a chyby spojené so skúsenosťami sú tiež neoddeliteľnou súčasťou spôsobu práce profesionálnych matematikov. Presnejší

popis by bol 'pokusy a vylepšenia'. V rozpore s tým žiaci na hodine matematiky v tradičnej škole prichádzajú k názoru, že pokusy a omyly sú neprijateľná cesta. Tradičná výučba matematiky odmeňuje žiakov, ktorí sa naučia pravidlá a precvičujú si ich uplatňovanie." (Devlin, 2011)

Okrem Devlina aj ďalší odborníci poukázali na to, že práve formulovanie pravidiel, na základe vlastných objavov a skúseností, je spôsob, akým k matematike pristupujú aj profesionálni matematici (Boaler, 2016; Devlin, 2011; Hejný, Kuřina, 2015; Kuřina, 2016; Lockhart, 2016; Papert, 1972; Zlatoš, 2007). Na druhej strane odborníci tiež poukazujú na to, že ak sa žiaci učia matematiku len ako používanie pravidiel a postupov, rozvinú si iba povrchné vedomosti a takúto matematiku majú následne problém použiť v nových situáciách (Boaler, 2016; Devlin, 2011; Lockhart, 2009; Hejný, Kuřina, 2015; Hersch, 1999, Papert, 1980; Papert, 1971, Nunes a kol., 1993).

5.3.4 Možnosť robiť chyby

Hoci nové prístupy k učeniu sa matematiky (ako Hejného metóda, Šanghajska matematika či spomínaný prístup didaktičky Boaler) zdôrazňujú, že chyby sú dôležitou súčasťou poznávacieho procesu a je potrebné brať ich pozitívne. Žiaci práve ako jednu z črt školskej matematiky vyzdvihli, že je pre ňu dôležité, aby sa robeniu chýb vyhli. Vyslovili názor, že na hodinách matematiky je potrebné „sústrediť sa a nepomýliť sa..." a ak sa pomýlia, môže to mať pre nich nepríjemné následky v podobe zlej známky. „Milión pravidiel, na jedno zabudnete a koniec, päťka". V porovnaní s tým poukázali na to, že v hrách neexistujú až také tvrdé následky. Žiaci teda prostredie v hrách vnímajú ako bezpečné pre robenie chýb, avšak hodinu matematiky v škole za takéto bezpečné prostredie nepovažujú. Strach z robenia chýb je pritom jeden z hlavných faktorov, ktorý žiakov brzdí v posúvaní sa v poznávaní vpred (Boaler, 2015; Papert, 1980; Hejný, Kuřina, 2015, Devlin, 2011).

5.4 Zhodnotenie

Je zaujímavé, ako obširne sa participanti vedeli k téme matematiky v hrách vyjadriť a čo všetko dokázali identifikovať ako formy a prítomnosť matematiky. Obzvlášť vtedy

keď sa k otázkam vyjadrovali bez predchádzajúcej prípravy. Myslím si, že myšlienky, ktoré vyslovili sú podnetné a môžu nás o učení sa matematiky zmysluplno pre život v tomto storočí niečo naučiť.

Participantí identifikovali, že matematiku počas hrania používajú v mnohých situáciách. Viacerí z nich sa zhodli, že ju potrebujú používať predovšetkým v strategických hrách, kde si musia premyslene zvážiť produkciu a investovanie jednotlivých surovín, a tiež to, ktorých vojakov majú poslať do boja a kedy. Ďalej uviedli, že sa s matematikou stretávajú pri tvorbe inventáru a pri investovaní bodov do zlepšovania schopností v RPG hrách. Poukázali tiež na to, že pri hrách potrebujú premýšľať nad pravdepodobnosť pri odhade súperovho správania alebo aj pri odhade, že sa prejaví určitá schopnosť resp. nastane určitá udalosť. Zhodnotili tiež, že v mnohých hrách musia uvažovať o mnohých vzájomne súvisiacich parametroch. Ďalej konštatovali potrebu logicky premýšľať v logických hrách, ako aj v iných hrách, kde sa nachádzajú logické hádanky. Participantí, ktorí hrali hru Monument Valley, poukázali na to, že pri nej potrebujú používať priestorovú predstavivosť v kombinácii s logickým myslením.

Participantí matematiku v hrách oceňujú ako užitočnú a zmysluplnú, vedia pomerne presne pomenovať, na čo ju používajú a čo vďaka tomu v hre dosiahnu. Naopak, v škole často takýto zmysel postrádajú a školskú matematiku vnímajú ako súbor postupov a faktov, kde je cieľom len dostať sa k správnejmu výsledku. Takúto matematiku potom často vnímajú ako zbytočnú a nevedia si predstaviť, kde v živote, alebo pri hraní hier, by ju mohli využiť. Zatiaľ čo participantí vnímajú matematiku v škole ako súbor pravidiel a postupov, ktoré majú dodržiavať, na základe toho, čo opísali, že robia pri hrách hodnotím, že pri nich sú práve oni tými, kto prichádza na pravidlá, formuluje ich na základe svojich objavov a skúseností. Participantí tiež vyjadrili názor, že pri matematike v škole je dôležité sa hlavne sústrediť, nepomyliť sa a na nič nezabudnúť. Naopak, keď popisujú ako premýšľajú pri hraní, môžeme vidieť, že tieto úvahy sú komplikovanejšie a komplexnejšie, zahŕňajú uvedomenie si, ako všetko so všetkým súvisí a čo všetko treba brať do úvahy. To, ako participantí vnímali matematiku vo videohrách, v mnohom korešponduje s princípmi, ako by sa mali žiaci učiť matematiku podľa moderných prístupov učenia sa, ktoré uvádzam v časti 2.4.,

a tiež podľa nových vzdelávacích dokumentov (napr. Department for Education, 2014; OECD, 2020; MŠVVaŠ, 2019; NUCEM, 2017). V tom, ako vnímajú matematiku v škole, a medzi týmito princípmi je značný rozpor.

Zaujímalo ma tiež, ako participanti vnímajú rozdiel medzi tým, že je niečo zložité v hre a na hodinách matematiky. Participanti v tomto smere poukázali na to, že ak je niečo zložité na hodinách matematiky, je to kvôli náročným výpočtom, zatiaľ čo ak je zložité niečo v hrách, je to náročné hlavne z hľadiska premýšľania a uvedomovania si mnohých prepojených súvislostí.

Na základe analýzy odpovedí participantov tiež usudzujem, že hranie videohier môže mať vplyv aj na viaceré zložky matematickej spôsobilosti podľa National Research Council (pozri 2.2). Z hľadiska produktívnej dispozície participanti vnímali matematiku vo videohrách ako zmysluplnú a užitočnú aj vtedy, keď v školskej matematike takýto zmysel nedokázali vidieť. Na základe toho, ako opísali svoje postupy a uvažovanie pri riešení herných situácií, usudzujem, že pri hraní zapájajú aj strategické kompetencie a adaptívne zdôvodnenie. Zároveň viacerí participanti poukázali na to, že pri hraní, na rozdiel od školskej matematiky, nie je také dôležité presné počítanie. Z toho usudzujem, že hranie hier môže mať menší vplyv na procedurálnu zručnosť.

Pôvodne som tiež chcela nadviazať na zistenia (Vankúš, Kubicová, 2010; Federičová, München, 2014), že postoj k matematike sa u žiakov postupom do vyšších ročníkov zhoršuje. Chcela som lepšie porozumieť, ako toto zhoršovanie vnímajú participanti môjho výskumu. Avšak na základe ich odpovedí usudzujem, že vnímanie matematiky, ako aj zhoršovanie vzťahu k nej je komplexnejší problém. Mohli sme tu vidieť, že aj keď participanti považovali to, čo robia na hodinách matematiky v škole za zbytočné, zároveň dokázali oceniť užitočnosť matematiky v mnohých činnostiach pri hraní hier. Domnievam sa teda, že u participantov sa zhoršil vzťah iba k školskej matematike, nie matematike ako takej. Zároveň aj zo školskej matematiky dokázali považovať za zmysluplné to, čo sa učili predtým na základnej škole. Viacerí sa vo svojich odpovediach vymedzili, že v nich poukazujú na to, čo sa učia teraz

na strednej škole, a že matematiku, ktorú mali na základnej škole považujú za užitočnú.

Keďže výskumná vzorka bola mala, výsledky výskumu nemôžem zovšeobecňovať. Postoje, ktoré títo žiaci mali, mohli súvisieť s ich konkrétnymi skúsenosťami a ich vnútorným nastavením. Aj keď sa vyjadrovali k školskej matematike celkovo, na ich pohľad mohla mať vplyv aj téma vyučovania, ktorej sa v škole na matematike práve venovali.

Táto časť výskumu má niekoľko limitácií. V čase, keď som uskutočňovala rozhovory, vypukla pandémia ochorenia Covid-19 a epidemiologické opatrenia mi neumožnili dostať sa osobne na gymnázia a osloviť ďalšie skupiny žiakov. Aj keď som sa snažila zapojiť žiakov s rôznym postojom k matematike, vo výskume mi chýbali žiaci, ktorí by mali výrazne negatívny postoj. Tiež ako som spomenula na začiatku tejto kapitoly, nepodarilo sa mi nájsť medzi oslovenými žiakmi žiadne dievčatá. Ďalším obmedzením bolo zameranie sa len na žiakov gymnázií. Mohlo by byť zaujímavé preskúmať aj vnímanie matematiky u žiakov iných typov stredných škôl.

6 Výsledky výskumu

Papert (1995, 1998) a Gee (2003, 2007) vyslovili presvedčenie, že prostredníctvom videohier sa môžeme veľa dozvedieť o procese učenia sa – či už tým, že ich budeme sami hrať, alebo tým, že budeme pozorovať pri hraní iných a rozprávať sa s nimi o ich postupoch a uvažovaní. Vo svojom výskume som sa sústredila na preskúmanie, čo nás videohry môžu naučiť práve o učení sa matematiky. Vychádzala som z iných výskumov, ktoré potvrdili rozvoj matematického myslenia prostredníctvom hrania videohier, a tiež z prác zaoberajúcich sa učením matematiky zmysluplným pre život v 21. storočí.

Zamerala som sa na dva hlavné ciele. Jedným z nich bolo preskúmať, aké príležitosti na rozvoj matematického myslenia a informatického myslenia ponúkajú videohry patriace do rôznych herných žánrov. Pôvodným cieľom bolo skúmať len príležitosti na rozvoj matematického myslenia, avšak v priebehu výskumu sa čoraz častejšie vynárali aj príležitosti, ktoré ukazovali, že hranie videohier má bohatý potenciál aj na rozvoj informatického myslenia. Rozhodla som sa preto venovať sa aspoň čiastočne aj skúmaniu týchto príležitostí. Matematické myslenie a informatické myslenie majú k sebe blízko a ako poukázali viacerí autori (Feurzeig a kol., 1970; Papert, 1980; Papert, 1996; Kalaš, 2017; Benton a kol., 2017; Benton a kol., 2018 a pod.), rozvoj informatického myslenia môže prostredníctvom vhodných aktivít podporiť aj rozvoj matematického myslenia.

Ako hlavnú výskumnú stratégiu v rámci napĺňania tohto cieľa som zvolila obsahovú analýzu vybraných videohier. Vychádzala som pri nej zo skúseností a pozorovaní participantov pri hraní týchto hier, ako aj z vlastných skúseností.

Zapojili sa štyria participanti, pričom išlo o zámerný výber (Creswell, 2012). Títo participanti majú bohaté skúsenosti s hraním hier rôznych žánrov. Zároveň o participantoch platí, že matematika je úzko spätá s ich prácou. Dvoch participantov som pri hraní vybraných hier pozorovala a rozprávala sa s nimi o ich uvažovaní a postupe počas hrania danej hry. Následne sme v rozhovoroch pokračovali aj

v čase, keď sa nehrali. S ďalšími dvoma participantmi som ohľadom týchto príležitostí len viedla rozhovor.

Situácie z hier a dáta získané z rozhovorov a pozorovaní som analyzovala metódami kvalitatívneho výskumu. Zamerala som sa na identifikovanie postupov, ktoré sa zároveň chápu ako súčasť matematického myslenia alebo informatického myslenia.

Druhým cieľom môjho výskumného projektu bolo porozumieť, ako využitie matematiky pri hraní videohier vnímajú žiaci strednej školy. Zaujímalo ma, aké prvky a myšlienkové procesy v súvislosti s videohrami identifikujú ako „matematiku” a ako vnímajú túto matematiku v porovnaní so školskou matematikou. V tomto kontexte som realizovala predvýskum so žiakmi strednej školy, v ktorom som zisťovala, aké videohry hrajú, ako často, ako vnímajú matematiku ako takú, a tiež ako hodnotia, že sa s matematikou v rôznych formách stretávajú pri hraní videohier. Zber dát prebiehal formou dotazníka, celkovo sa do neho zapojilo 213 žiakov. Analýza dotazníka ukázala, že vnímanie matematiky je u zapojených žiakov skutočne rôznorodé a že mnohí z tých, ktorí hrajú videohry, veria, že sa pri nich stretávajú s matematikou vo veľkej miere. Zaujímavé bolo, že tento názor zdieľali aj viacerí žiaci, ktorí inak k matematike nemali pozitívny postoj. Na základe predvýskumu som oslovila vybraných participantov do výskumu. Išlo o sedem žiakov s rôznym vzťahom k matematike, ktorí hrajú videohry vo väčšej miere. S týmito žiakmi som následne viedla rozhovory, v ktorých som zisťovala, kde konkrétne si myslia, že pri hraní videohier využívajú matematiku, a vyzvala ich, aby porovnali matematiku vo videohrách s matematikou v škole.

Svoje výskumné ciele som sformulovala do troch výskumných otázok:

- O1: Aké príležitosti pre rozvoj matematického myslenia a informatického myslenia poskytujú videohry?
- O2: Ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách? Čo konkrétne považujú za matematiku pri hraní hier?
- O3: Ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách v porovnaní so školskou matematikou?

O1 sa zaoberá prvým výskumným cieľom, O2 a O3 druhým.

O1: Aké príležitosti pre rozvoj matematického myslenia a informatického myslenia poskytujú videohry?

Na základe analýzy vybraných hier a postupov, ktoré pri nich volia hráči, som dospela k záveru, že videohry poskytujú z hľadiska matematického myslenia príležitosti pre rozvoj kombinatorického myslenia, pravdepodobnostného myslenia, strategického a taktického myslenia, logického myslenia a priestorovej predstavivosti. Z hľadiska informatického myslenia som identifikovala príležitosti pre algoritmické myslenie, dekompozíciu, generalizáciu, vyhodnocovanie, a tiež abstrakciu. Tieto jednotlivé komponenty matematického myslenia a informatického myslenia sa pri hraní hier často prelínajú a hráč ich používa pri riešení konkrétnych situácií v hre súčasne.

Videohry ponúkajú mnoho príležitostí, pri ktorých je pre hráča výhodné zvážiť vhodné kombinácie dostupných možností, ktoré sa vzájomne rôzne ovplyvňujú. Hráč si pri tom často potrebuje premyslieť optimálne využitie obmedzených zdrojov, ktoré má v danej chvíli k dispozícii. Takéto rozhodnutia robí napr. pri vytváraní svojich postáv v RPG hrách, pri naplňaní ich inventára, pri tvorbe hracích balíčkov v kartových hrách, ako aj pri riešení rôznych herných situácií, v ktorých kombinuje dostupné zdroje, schopnosti a často aj prvky prostredia. Pri hrách pre viacerých hráčov, ako aj v prípade, že hráč ovláda v hre súčasne viac postáv, je tiež dôležité zvoliť aj ich vhodnú kombináciu.

V hrách je tiež často užitočné premýšľať o pravdepodobnosti, s ktorou sa môže stať určitá udalosť alebo prejavíť určitá vlastnosť. Pri hrách pre viacerých hráčov je výhodné zvážiť pravdepodobnosť, s akou môže spraviť niečo protihráč.

Z hľadiska strategického a taktického myslenia si hráč v mnohých hrách vytvára dlhodobú stratégiu ako chce napredovať, a zároveň v určitých situáciách musí robiť rýchle taktické rozhodnutia.

Hráč potrebuje pri hraní hier tiež logicky uvažovať, a to obzvlášť v logických hrách, ktoré sú postavené na riešení rôznych logických úloh, a tiež pri adventúrach, ktoré vyžadujú neustále hľadanie a spájanie rôznych súvislostí.

Z hľadiska priestorovej predstavivosti mnohé hry vyžadujú orientáciu v zložitom komplexnom priestore, ako aj využitie rôznych objektov v okolí a odhady vzdialeností medzi týmito objektami. Zaujímavé výzvy z hľadiska priestorovej predstavivosti ponúkajú ťahové RPG hry, pri ktorých hráč využíva na pohyb akčné body a je dôležité, aby si premyslel, kam má preňho zmysel sa za ne presunúť. Priestorovú predstavivosť potrebuje hráč zapájať aj pri riešení niektorých úloh v rámci logických hier.

Pre hráča je tiež často výhodné využívať kvantitatívne myslenie – napr. pri obchodovaní s rôznymi predmetmi v hre, zvažovaní účinnosti svojich schopností a hodnoty zdravia nepriateľa a pod.

Hry tiež ponúkajú mnoho výziev z hľadiska algoritmického myslenia. Mnohé situácie vyžadujú od hráča, aby si vhodne naplánoval postupnosť krokov, ktoré vedú k ich riešeniu. Hráč potrebuje často pochopiť, ako sa správa daný typ nepriateľa, či priateľskej postavy, preskúmaním zistiť, aké pravidlá platia v danom prostredí a na základe toho prispôbiť svoj postup. Zaujímavé príležitosti z hľadiska algoritmického myslenia ponúkajú tiež niektoré RPG hry, ktoré môže hráč počas súboja pozastaviť a zvoliť postupnosť krokov, ktoré jeho postava následne vykoná. Hráč teda určitým spôsobom programuje budúce správanie tejto postavy.

Dôležitou súčasťou hrania hier je dekompozícia. Hráč sa často dostáva ku komplexným situáciám, ktoré je výhodné si rozdeliť na niekoľko menších problémov a tie postupne riešiť. Typickým problémom, ktorý vyžaduje dekompozíciu, je stret s viacerými nepriateľmi na jednom mieste.

Hráč pri každej situácii vyhodnocuje množstvo aspektov, ktoré s ňou súvisia a môžu ovplyvniť priebeh jej riešenia. Pri neúspechoch vyhodnocuje, v čom mohol byť

problém a čo môže robiť inak a ako. V niektorých hrách vyhodnocuje tiež, či sa má do riešenia určitej situácie v danom okamihu vôbec púšťať.

Keď sa hráč v hre niečo naučí, zväčša to využije aj na iných miestach a v iných herných situáciách. Pri hraní teda neustále dochádza ku generalizácii a aplikácii predchádzajúcich skúseností. Hráč tiež neustále využíva abstrakciu. Potrebuje rozlíšiť, čo je v danej situácii dôležité a čo naopak nemusí brať v danom momente do úvahy.

O2: Ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách? Čo konkrétne považujú za matematiku pri hraní hier?

Participant si uvedomovali, že pri hraní videohier sa s matematikou stretávajú v rôznych aspektoch. O matematike a matematickom myslení, ktoré pri hraní podľa nich používajú, hovorili s ľahkosťou, zanietením a jednotlivé možnosti rozoberali do hĺbky.

Viacerí participanti sa zhodli na tom, že vo videohrách potrebujú používať predovšetkým strategické myslenie. Tu sa však ich názory líšili v tom, či strategické myslenie patrí k matematike alebo nie. Záležalo to od ich celkového pohľadu na matematiku. Ako príklady toho, kde využívajú strategické myslenie, uvádzali predovšetkým rôzne strategické hry. Poukázali na to, že v nich musia starostlivo prepočítavať suroviny – koľko ich potrebujú vyprodukovať alebo naopak, koľko ich môžu investovať do zadováženia iných surovín, bojových jednotiek alebo stavby budov, aby sa im v hre čo najviac darilo. Zhodnotili tiež, že pri boji musia zväžiť, ktorých vojakov, kedy a koľko majú nasadiť, aby dokázali byť úspešní proti nepriateľom.

Všetci participanti považujú za veľmi dôležité pri hraní používať logické myslenie. Ani tu však medzi nimi nepanovala zhoda, či logické myslenie patrí alebo nepatrí k matematike. Tí, ktorí berú matematiku ako synonymum počítania, dokonca vnímajú logické myslenie ako určitý protiklad k matematike. Vyslovili názor, že „*v hrách veľmi matematika nie je. Nie je tam potrebné robiť žiadne zložité výpočty, ale skôr je potrebné používať logiku.*”

Logické myslenie participanti vnímajú ako elementárnu časť hrania hier. Uviedli, že pri hrách musia premýšľať, čo môžu v danej chvíli spraviť alebo čo by mohol spraviť nepriateľ. Ďalej konštatovali, že v niektorých akčných hrách sa nachádzajú logické hlavolamy, ktoré sú súčasťou prostredia. Vyhodnotili, že logické myslenie je potrebné používať aj priamo v logických hrách. Participanti, ktorí hrali hru Monument Valley, poukázali na prepojenie medzi priestorovou predstavivosťou a logickým myslením.

Participanti ďalej usúdili, že pri hraní hier často potrebujú premýšľať nad pravdepodobnosťou. Zhodnotili, že napr. pri hre League of Legends je dôležité predvídať, čo môže spraviť protivník – aký útok môže zvoliť a kam ho bude chcieť zacieliť. Poukázali na to, že nad pravdepodobnosťou premýšľajú aj pri kartových hrách, ako je napr. Planet vs. Zombies Heroes či Hearthstone, kde nevedia, aké karty má protivník, a môžu iba na základe jeho predošlého správania predpokladať, akú kartu v danom ťahu použije.

Konštatovali tiež, že pri hraní hier využívajú kombinatoriku a to napr. pri napĺňaní inventára v RPG hrách, kde musia starostlivo zvážiť, aké predmety sa im doňho oplatí uložiť a či majú zobrať nájdený predmet, vzhľadom na to, že priestor v inventári je obmedzený. V súvislosti z RPG hrami ďalej vyhodnotili, že pri investovaní bodov v strome schopností si potrebujú premyslieť, ako to urobiť tak, aby sa dostali k tým schopnostiam, ktoré chcú získať.

Ďalej zdôraznili, že v mnohých hrách je veľa parametrov, ktoré treba brať súčasne do úvahy a ktoré sa navzájom ovplyvňujú. Ako príklady hier, kde je tých parametrov naozaj veľa, uviedli League of Legends a World of Warcraft. Na množstvo spolu súvisiacich parametrov poukázali aj pri hre Word of Tanks, kde zároveň vnímali, že treba zvážiť aj fyziku a geometriu.

O3: Ako žiaci strednej školy vnímajú matematiku vo videohrách v porovnaní so školskou matematikou?

Participanti opísali viacero rozdielov medzi školskou matematikou a matematikou vo videohrách. Zhodli sa na názore, že videohry sú náročné hlavne na premýšľanie

a uvedomovanie si rôznych súvislostí, ktoré treba brať súčasne do úvahy. Zároveň poukazovali aj na to, že samotné výpočty sú v hrách skôr jednoduché, pričom naopak matematiku v škole považujú za náročnú predovšetkým na počítanie a sústredenie sa, aby sa pri tom nepomýlili. To je v súlade s tvrdením Devlina (2011), že matematika v tradičnej škole je stále skôr zameraná na nácvik matematických zručností, ako na rozvoj matematického myslenia. Pritom Devlin, ako aj ďalší autori (Boaler, 2016; Hejný, Kuřina, 2015; Papert, 1980) zdôrazňujú, že žiaci by sa mali na hodinách matematiky učiť predovšetkým myslieť.

Ďalej sme mohli vidieť, že participanti dokázali identifikovať matematiku naozaj v mnohých činnostiach, ktoré sú súčasťou hrania hier a takúto matematiku oceňujú ako užitočnú a zmysluplnú. Naopak v škole, keď sa matematiku učia iba ako súbor pravidiel a postupov, oddelených od činností, ktoré sú pre nich podstatné, tento zmysel nevidia a prídajú im teda pochopiteľne zbytočnú. To je v súlade s Papertovým tvrdením, že učenie sa matematiky iba ako používanie metód, oddelene od iných činností vedie k tomu, že matematika učiacim sa nedáva žiadny zmysel (Papert, 1972; Papert, 1980). Papert popisuje, že takéto učenie sa je v protiklade s učením sa v zmysle ako o ňom hovorí Piaget: *„Piagetovské učenie sa je typicky hlboko zakorenené v iných činnostiach. Napríklad, dieťa nemá obdobia vyhradené na učenie sa rozprávať. Tento model učenia sa stojí proti nesúrodému učeniu sa, učeniu sa, ktoré sa odohráva v relatívnom oddelení od iných druhov činností, duševných a fyzických. V našej kultúre je výučba matematiky na školách paradigmou disociatívneho učenia sa. Matematika sa vo väčšine prípadov vyučuje a berie ako medicína.”* (Papert, 1980). Hoci Papert tieto slová vyslovil už pred štyridsiatimi rokmi, zdá sa, že tento problém pri tradičnom vyučovaní matematiky stále pretrváva.

S týmto problémom tiež úzko súvisí vnímanie motivácie k použitiu matematiky. Participanti zdôraznili, že kým pri matematike v škole je ich úlohou správne vypočítať príklad, ak používajú matematiku v hre, robia to s vyšším cieľom. Chcú zabezpečiť, aby im prežilo obyvateľstvo, urobiť svoju postavu silnejšou, vyhrať nad nepriateľom a pod. Konkrétne použitie matematiky v hrách teda nie je cieľom, ale prostriedkom, ktorý pomáha dosahovať ciele. Bežná otázka: *„Načo mi to bude?”*, ktorú môžeme počuť v triedach tu stráca význam. Participanti vedeli sami dôsledne popísať, na čo

im to, čo robia v danej hre, je. Takýto prístup k matematike ju pomáha vnímať ako užitočný nástroj, k čomu by podľa nových vzdelávacích dokumentov malo viesť práve aj vyučovanie v škole (Department for Education, 2014; OECD, 2020; MŠVVaŠ, 2019).

Participantí tiež často hodnotili, že matematika v škole je o naučených pravidlách a postupoch, ktoré treba správne vybrať a aplikovať. Naopak, z ich slov o videohrách usudzujem, že pri nich sú práve oni tými, ktorí na pravidlá prichádzajú, formulujú ich na základe svojich objavov a skúseností. A práve objavovanie a formovanie pravidiel korešponduje s prístupom, akým k matematike podľa viacerých autorov pristupujú aj profesionálni matematici (Boalerová, 2016; Devlin, 2011; Hejný, Kuřina, 2015; Zlatoš, 2007; Lockhart, 2016). Zároveň viacerí odborníci (Boaler, 2016; Devlin, 2011; Lockhart, 2009; Hejný, Kuřina, 2015; Hersch, 1999, Papert, 1980; Papert, 1972) sa tiež zhodujú v tom, že učenie sa matematiky založené iba na osvojovaní si a používaní metód je neúčinné a rozvíja len povrchné vedomosti. Podľa Hersha (1999) *„môže takýto prístup k poznávaniu matematiky viesť žiakov k presvedčeniu, že matematika je len rad odpovedí, a to odpovedí na otázky, ktoré sa nikto nepýtal.“*

Participantí ďalej rozdielne vnímali možnosť robiť chyby pri hraní videohier a na hodine matematiky. Vyjadrili presvedčenie, že keď sa pomýlia na hodine, tak *„koniec, päťka“*, pričom pomýlenie sa v hre podľa nich také vážne dôsledky nemá. Herné prostredie považovali za bezpečné na robenie chýb, čo je v súlade s princípmi o učení sa vo videohrách, na ktoré poukázal Gee (2003, 2007). Aj viacerí odborníci na učenie matematiky hovoria o nutnosti pozitívneho prístupu k chybám, pretože ich považujú za prirodzenú súčasť poznávacieho procesu (Boaler, 2016; Hejný, Kuřina, 2015, Devlin, 2012, Papert, 1980). Participantí však hodinu matematiky za takéto bezpečné prostredie nepovažovali.

Podľa zistení (Vankúš, Kubicová, 2010; Federičová, Mních, 2014) sa postoj k matematike u žiakov postupom do vyšších ročníkov zhoršuje. Na tieto zistenia som chcela nadviazať a skúsiť lepšie porozumieť, ako toto zhoršovanie vnímajú participantí môjho výskumu. Na základe štúdia odbornej literatúry (Boaler, 2016; Lockhart, 2009; Hejný, Kuřina, 2015; Hersch, 1999) som sa dokonca domnievala, že

matematika v škole môže vzťah k matematike celkovo „pokaziť“. Z odpovedí participantov však usudzujem, že s vnímaním matematiky, a aj so zhoršením sa vzťahu k nej, je to zložitejšie. Ako som už uviedla vyššie, viacerí participanti, ktorí považovali matematiku v škole za nudnú a zbytočnú, zároveň dokázali oceniť jej krásu a užitočnosť pri hraní hier, ako i v bežnom živote. Domnievam sa teda, že u participantov sa zhoršil iba vzťah ku školskej matematike, ale nie matematike ako takej. Samozrejme ide o postoj participantov v rámci tejto výskumnej vzorky a nie je možné ho zovšeobecniť. U iných žiakov môže viesť zhoršenie vzťahu ku školskej matematike k zhoršeniu vzťahu k matematike celkovo, obzvlášť zrejme v prípade žiakov, ktorí si nemyslia, že sa s matematikou stretávajú aj mimo školy. Čo sa týka školskej matematiky, participanti zhodnotili, že matematika, ktorú sa učili na základnej škole, bola užitočná a že ju považujú za potrebnú, avšak matematika, ktorú majú teraz na strednej škole, im príde už zbytočne zložitá a chýba im predstava, kde by ju mohli využiť v bežnom živote. Zhoršovanie vzťahu k školskej matematike môže teda súvisieť aj s narastajúcim stupňom abstrakcie vo vyšších ročníkoch, avšak tieto otázky si žiadajú ďalšie bádanie.

Záver

V snahe prispieť k hlbšiemu porozumeniu zmysluplného učenia sa matematiky pre život v 21. storočí som sa zamerala na skúmanie toho, čo nás v tomto smere môžu naučiť videohry a ich hranie. Môj dizertačný projekt mal dve hlavne časti. V prvej časti som skúmala, aké príležitosti na rozvoj matematického myslenia a infromatického myslenia ponúkajú videohry patriace do rôznych herných žánrov. V druhej časti som sa snažila porozumieť, ako využitie matematiky pri hraní videohier vnímajú žiaci strednej školy. Zaujímalo ma, aké prvky a myšlienkové procesy v súvislosti s videohrami identifikujú ako „matematiku“ a ako vnímajú túto matematiku v porovnaní so školskou matematikou. V oboch častiach sa vynorili zaujímavé zistenia, ale ukázal sa tiež priestor na ďalší výskum a niekoľko limitujúcich faktorov.

Ako skutočne limitujúci faktor v prvej časti výskumu hodnotím malý počet zapojených hráčov. Rôzni hráči pri hraní hier využívajú rôzne prístupy, a teda aj zapojenie ďalších hráčov mohlo priniesť ďalšie zistenia. K obohateniu zistení mohlo tiež viesť zameranie sa na ďalšie hry alebo preskúmanie ďalších aspektov matematického myslenia a infromatického myslenia. Tieto skutočnosti zároveň poukazujú na zaujímavé možnosti pre ďalší výskum v tomto smere.

Druhú časť výskumu vo výraznej miere ovplyvnila pandémia ochorenia Covid-19 a s ňou spojené epidemiologické opatrenia. Pôvodne som mala v pláne pokračovať s participantmi v tejto časti výskumu v ďalších rozhovoroch a preskúmať jednotlivé identifikované témy viac do hĺbky. Tiež som plánovala osloviť ďalších participantov a skúsiť tak zapojiť aj skupiny žiakov, ktoré dovedy zapojené neboli – ako napr. dievčatá alebo žiakov s výrazne negatívnym postojom k matematike. Verím, že tieto skupiny mohli obohatiť výsledky výskumu. Ich nezapojenie preto považujem za významne limitujúci faktor, ale aj za priestor na ďalší výskum. Ďalším výrazným obmedzením bolo zameranie sa len na žiakov gymnázií. V ďalšom výskume by mohlo byť preto zaujímavé zapojiť aj žiakov iných typov stredných škôl.

Vlastná publikačná činnosť

- ČUJDÍKOVÁ, M., LAŠŠÁKOVÁ, V. (2017). Úloha hier v popularizácii matematiky. In: 11. mezinárodní vědecká konference : Didaktická konference 2017, Brno: Masarykova univerzita, 2017. s. 28-36. ISBN 978-80-210-8590-9.
- ČUJDÍKOVÁ, M., LAŠŠÁKOVÁ, V. (2018). Odstraňovanie strachu z matematiky prostredníctvom skupinového vyučovania. In: Zborník príspevkov: 1. vyd., Bratislava: Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, 2018. s. 253-260. ISBN 9788081470882.
- ČUJDÍKOVÁ, M., LAŠŠÁKOVÁ, V. (2018). Matematické cítenie a strach z matematiky. In: PhD existence 8 : Nekonečno v psychologii. Sborník abstraktů z konference. Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci, 2018. s. 29-30. ISBN 978-80-244-5269-2.
- ČUJDÍKOVÁ, M. (2018). Videohry ako spôsob prirodzeného učenia sa matematiky. (rozšírený abstrakt). In: Zborník príspevkov: 1. vyd., Bratislava : Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, 2018. s. 279. ISBN 9788081470882
- ČUJDÍKOVÁ, M. (2019a). Hranie videohier a vnímanie matematiky, In: PHD existence 2019: "Tělo a mysl": 1. vyd.- Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2019. s. 67-81. ISBN 978-80-244-5544-0.
- ČUJDÍKOVÁ, M. (2019b). Create Minecraft fame, save the world. In: The Proceedings of the 13th International Conference on Game Based Learning ECGBL 2019. - 1. vyd. ISBN 978-1-912764-38-9. - Reading : Academic Conferences and Publishing International, 2019. - s. 182-191 doi: 10.34190/GBL.19.133
- ČUJDÍKOVÁ, M. (2019c). Vytvor Minecraft hru, zachráň svet. In: Didaktická konference 2019, 13. mezinárodní vědecká konference. - : 1. vyd. ISBN 978-80-210-9435-2. - Brno : Masarykova univerzita, 2019. - s. 20-33
- ČUJDÍKOVÁ, M. (2019d). Nahliadnutie do učenia (sa) pomocou Minecraftu na škole Pacinotti-Archimede v Ríme. In: Dva dny s didaktikou matematiky 2019: sborník příspěvků.: 1. vyd. ISBN 978-80-7603-110-4. - Praha : Pedagogická fakulta, 2019. s. 18-24
- ČUJDÍKOVÁ, M. (2020a). School math and math in video games. In Quaderni di

Ricerca in Didattica (Mathematics), Numero speciale (7), 2020 G.R.I.M.,
Dipartimento di Matematica e Informatica, University of Palermo, Italy, s. 571
- 573, ISSN 1592-4424

ČUJDÍKOVÁ, M. (2020b). Videohry, matematika a strata času. In PhD existence 10:
"Člověk a čas": 1. vyd. ISBN 978-80-244-5731-4. Olomouc: Univerzita
Palackého v Olomouci, s. 270-279

ČUJDÍKOVÁ, M. (2020c). Game Monument Valley - Intersection of Mathematics and
Art. In: The Proceedings of the 14th International Conference on Game Based
Learning ECGBL 2020.: 1. vyd. ISBN 978-1-912764-71-6. - Reading:
Academic Conferences and Publishing International, 2020. s. 116-124
doi:10.34190/GBL.20.106

ČUJDÍKOVÁ, M. (2020d). What Can Video Games Teach Us About Mathematics
Perception? In: Abstracts of the Presentations For the 10th Irish Conference
on Game-Based Learning iGBL 2020: 1. vyd. Cork: Institiúid Teicneolaíochta
Phort Láirge

ČUJDÍKOVÁ, M. (2021). Rozvoj informatického myslenia pri hraní videohier. In:
DidInfo 2021. Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela v Banskej
Bystrici, 2021. -s. 59-63. ISBN 978-80-557-1823-1.

Použitá literatúra

- ALEXANDER, J. W. (2013). *Civilization and enlightenment: A study in computer gaming and history education*. In *The Middle Ground Journal*, 6.
- AMMAMIARIHTA, S. E., SURYA, E. (2017). *Development of Learning Devices Oriented Problem Based Learning to Increase Student's Combinatorial Thinking in Mathematical Problem Solving Ability*, In: *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, 104 (2)
- ARNOLD, U., SÖBKE, H., REICHELT, M. (2019). *SimCity in Infrastructure Management Education* In *Educ. Sci.* 9 (3),
<https://doi.org/10.3390/educsci9030209>
- ATIENZA, S., MATLEN, B., DEVLIN, K., WEINER, R. (2018). *Game-Based Learning With Direct Representation of Mathematics*. In *Proceedings of the 2018 Connected Learning Summit*. Cambridge, MA: MIT Media Lab
- BATANERO, C., GODINO J. D., NAVARRO-PELAYO, V. (1997). *Combinatorial reasoning and its assessment*. In Gal, I., Garfield, J. B. (Eds.) *The Assessment Challenge in Statistics Education*, s. 239-252). Amsterdam, Netherlands: IOS Press
- BEDIOU, B. a kol. (2017). *Meta-Analysis of Action Video Game Impact on Perceptual, Attentional, and Cognitive Skills*, in *Psychological Bulletin* 144(1) dostupné na <http://dx.doi.org/10.1037/bul0000130>
- BENTON, L., HOYLES, C., KALAS, I. et al. (2017). *Bridging Primary Programming and Mathematics: Some Findings of Design Research in England*. In: *Digit Exp Math Educ* 3, 115–138 DOI:<https://doi.org/10.1007/s40751-017-0028-x>
- BENTON, L., SAUNDERS, P., KALAS, I., HOYLES, C., NOSS, R. (2018). *Designing for learning mathematics through programming: A case study of pupils engaging with place value*. In: *International Journal of Child-Computer Interaction* , 16 s. 68-76. 10.1016/j.ijcci.2017.12.004.
- BERGGARD, O. I., KILLINGBERG, T. A. (2020). *Programmering og matematisk samtale - hånd i hånd*. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet Fakultet for samfunns- og utdanningsvitenskap Institutt for lærerutdanning

- BIEHLER, R., BEN-ZVI, D., BAKKER, A., MAKAR, K. (2012). *Technology for Enhancing Statistical Reasoning at the School Level*. In M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, F. K. S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education*, s 643–689. New York: Springer.
- BLAHO, A., KALAŠ, I., MORAVCIK, M. (2021). Programovací jazyk v prostredí Emil pre 4. ročník Programming language of Emil for Year 4. In: *Elektronický zborník konferencie DidInfo*. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, dostupné online
http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/DIDINFO_2021_zbornik.pdf
- BOALER, J. (2015). *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math*. Inspiring Messages and Innovative Teaching. San Francisco, CA: Jossey-Bass, 1st edition.
- BOALER, J. (2016). *Matematické čítanie*. Bratislava: Tatran.
- BOALER, J (2001). *Mathematical Modeling and New Theories of Learning*. In *Teaching Mathematics and Its Applications*. 20 (3), s. 121–127.
 doi:10.1093/teamat/20.3.121. S2CID 122823295.
- BOALER, J. (1998). *Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings*. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 29, No.1, Published by: National Council of Teachers of Mathematics, dostupné na <http://www.jstor.org/stable/749717>
- BOALER, J. (2019a). *Prove It to Me!* In: *Mathematics teaching in the middle school*. 24 (7)
- BOALER, J. (2019b). *Developing Mathematical Mindsets: The Need to Interact with Numbers Flexibly and Conceptually*, In: *American Educator*, Winter 2018-2019, dostupné na <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1200568.pdf>
- BONIELLO, A. A., CONTI, A. A. (2021). *Minecraft Our City, an Erasmus Project in Virtual World: Building Competences Using a Virtual World*. In G. Panconesi, & M. Guida (Ed.), *Handbook of Research on Teaching With Virtual Environments and AI* (pp. 293-315). IGI Global.
 DOI: <http://doi:10.4018/978-1-7998-7638-0.ch013>

- BRATIANU, C., MURAKAWA, H.(2004) *Strategic thinking*. In: Transactions of JWRI, Osaka University, 33 (1), s. 79-89
- BRUCKMAN, A., (1999). *Can Educational Be Fun?* In Game Developers Conference '99
- BRUNOVSKÝ, P. (2002). *Potrebujeme matematiku?* Prednáška odznela v cykle profesorských prednášok v Aule UK 4.12.2002 na pozvanie rektora UK
- CANSU, F. K., CANSU, S. K. (2019). An Overview of Computational Thinking. *International Journal of Computer Science Education in Schools*, 3(1), 17-30. <https://doi.org/10.21585/ijcses.v3i1.53>
- CATHELL, M., BIRNKRANT, M., ROBINSON, J., BLOUNT, P., FONTECCHIO, A., FROMM, E. (2008). *Using Simcity 4 Software As An Educational Tool To Complement Middle School Science And Mathematics*. Paper presented at 2008 Annual Conference & Exposition, Pittsburgh, Pennsylvania.
- ČIERNY, M. (2018). *Obtiažnosť v digitálnych hrách: prípadová štúdia hry Devil May Cry 4*. Brno. [cit. 2021-06-03]. Dostupné z: <https://is.muni.cz/th/qmevu/>. Bakalárska práca. Masarykova univerzita, Filozofická fakulta. Vedúci práce Zdeněk ZÁHORA.
- COAKLEY, D., GARVEY, R. (2015). *The Great and the Green: Sustainable Development in Serious Games*, in Proceedings of The 9th European Conference ECGBL 2015
- CRESWELL, J. W. (2012). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. 5 vyd. New Jersey: Pearson Education.
- CRESWELL, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches (2nd ed.)*. Sage Publications,
- DANTZIG, G. B. (1957). *Discrete-Variable Extremum Problems*. Operations Research. 5 (2): s. 266–288.
- DEPARTMENT FOR EDUCATION. (2013) *Computing programmes of study: key stage 1 and 2. National curriculum in England*. Dostupné na <https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-computing-programmes-of-study>

- DEPARTMENT FOR EDUCATION. (2014). *Mathematics programmes of study: key stage 4 National curriculum in England* dostupné online na https://assets.publishing.service.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/331882/KS4_maths_PoS_FINAL_170714.pdf
- DEPARTMENT FOR EDUCATION. (2015). *Maths hubs: application form guidance* https://assets.publishing.service.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/443110/Maths_Hub_Guidance.pdf
- DETERDING, S. a kol. (2011). *From game design elements to gamefulness: defining "gamification"*. In Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments. ACM. <https://doi.org/10.1145/2181037.2181040>
- DEVLIN, K. (2002). *Jazyk matematiky: jak zviditelnit neviditelné*. Praha: Argo.
- DEVLIN, K. (2011). *Mathematics Education for a New Era: Video Games as a Medium for Learning*. Natick: A. K. Peters, Ltd. Natick, MA.
- DEVLIN, K. (2012). *Introduction to Mathematical Thinking*. Palo Alto: USA
- DWECK, C. S. (2017). *Nastavení mysli: nová psychologie úspěchu, aneb, naučte se využít svůj potenciál*. Překlad Kateřina EŠNEROVÁ. Vydání druhé, aktualizované. V Brně: Jan Melvil Publishing
- ELLIS, H., HEPPELL, S., KIRRIEMUIR, J., KROTOSKI, A., MCFARLANE, A. (2006). *Unlimited learning: Computer and video games in the learning landscape*. London: Entertainment and Leisure Software Publishers Association.
- ERIKSON, E. (1968). *Identity, youth and crisis*. New York: Norton.
- FABRICATORE C., LÓPEZ X. (2012). *Sustainability Learning through Gaming: An Exploratory Study* in Electronic Journal of e-Learning Volume 10 Issue 2, 2012, s. 209 - 222
- FEDERIČOVÁ, M., Münich, D. (2014) *Srovnání oblíbenosti školy a matematiky pohledem mezinárodních šetření*. Praha: CERGE-EI dostupné na https://idea.cerge-ei.cz/files/DPuceni_muceni.pdf
- FEURZEIG, W., PAPERT, S., BLOOM, M., GRANT, R., SOLOMON, C. (1970). *Programming-languages as a conceptual framework for teaching mathematics*. *SIGCUE Outlook* 4(2), s. 13–17.

DOI:<https://doi.org/10.1145/965754.965757>

- FICEK, T. a kol. (2017). *Maturitná skúška 2017, Správa o výsledkoch riadneho termínu externej časti maturitnej skúšky z matematiky*, dostupné na http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2017/vysledky_spravy/EČ_MS_2017_MAT_final.pdf
- GAVORA, P. (2006). *Spríevodca metodológiou kvalitatívneho výskumu*. 1. vyd. Bratislava: Regent
- GEE, J. P. (2003). *What Video Games Have to Teach Us About Learning and Literacy*. New York: Palgrave Macmillan.
- GEE, J. P. (2007). *Good video games and good learning*, Madison: University of Wisconsin dostupné na https://academiccolab.org/resources/documents/Good_Learning.pdf
- GILLIGAN, K. (2020). *Make Space: The Importance of Spatial Thinking for Learning Mathematics. Front.* In: *Young Minds* 8 (50)
- GRAUMANN, G. (2002). *General aims of mathematics education explained with examples in geometry teaching*. Palermo: The Mathematics Education into the 21st Century Project.
- GROFF, J. CATHRIN, H. A CRANMER, S. (2010). *The impact of console games in the classroom: Evidence from schools in Scotland*, United Kingdom: Futurelab <https://www.nfer.ac.uk/publications/FUTL25/FUTL25.pdf>
- GROVE, F., COURTOIS, C., VAN LOOY, J. (2015). How to be a gamer! Exploring personal and social indicators of gamer identity. In *Journal of Computer-Mediated Communication*, 20(3), 346–361.
- HART, E. W., SANDEFUR, J. (2017). *Teaching and learning discrete mathematics worldwide: Curriculum and research*. Cham, Switzerland: Springer.
- HARTLEB, CH. M. (2019). *Kulturelles Erbe und Computerspiele : Lernen mit Minecraft*. Graz: Karl-Franzens-Universität Graz
- HEJNÝ, M., KUŘINA, F. (2015). *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál.
- HEJNÝ, M. (2012). *Exploring the cognitive dimension of teaching mathematics through Scheme-oriented approach to education*. In *Orbis scholae*, 6(2), s. 41–55.

- HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. (2004). *25 kapitol z didaktiky matematiky*. Praha UK: Pedagogická fakulta.
- HEJNÝ, M. a kol. (1990). *Teória vyučovania matematiky 2*, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, Bratislava, 1990.
- HEJNÝ, M. (2007). *Prostredia napomáhajúce budovaniu aritmetických schém. [Environments enhancing creation of arithmetical schemata]*. In GUNČAGA, Ján; TAKÁČ, Zdenko (eds.). Zborník 7. ročníka konferencie s medzinárodnou účasťou. Ružomberok : Pedagogická fakulta Katolíckej univerzity v Ružomberku, 2007, s. 107-114. ISBN 978-80-8084-187-4.
- HEJNÝ, M. (2008). Schéma–pilíř matematické znalosti. In HEJNÝ, M., KVASZ, L., VAGASKÝ, M. Pytagoras 2007. Zborník príspevkov, Bratislava : p-Mat, n.o. Bratislava, 2008, s. 3-17, ISBN 978-80-89370-00-9
- HEJNÝ, M. (2011). *Nesnáze při budování představ čísla*. In Speciální pedagogika. 2, s 77-94
- HEJNÝ, V., HEJNÝ, M. (1978). *Prečo je matematika také ťažká?* In: Pokroky Matematiky, Fyziky a Astronomie 2, (XXIII) 78, 1978, s. 85-93.
- HENDL, J., (2008). *Kvalitatívny výzkum: Základní teorie, metody a aplikace*. Praha: Portál.
- HERSH, R. (1999). *What is Mathematics, Really?*. Oxford: Oxford University Press.
- HESKETT, E. (2007). *Thinking Outside the Box: An Introspective Look at the Use of Art in Teaching Geometry*. In Senior Honors Theses. 155.
- HODGE, B. M. (2003). *Logical Thinking in Mathematics: From Oz to Awe! in Research and Teaching v Developmental Education* , 19 (2), s. 41-46 dostupné online na https://www.jstor.org/stable/42802166?seq=1#metadata_info_tab_contents
- HORŇÁKOVÁ, M. (2020). *Strach z matematiky*. In Dva dni s didaktikou matematiky 2020. Zborník príspevkov.
- JENSON, J., DROUMEVA, M. (2015). *Exploring Media Literacy and Computational Thinking: A Game Maker Curriculum Study*. In The Electronic Journal of e-Learning 14 (2) 2016, s. 111-121 dostupne online na www.ejel.org
- JONES, G., LANGRALL, C., THORNTON, C., MOGILL, A. (1999). *Students' Probabilistic Thinking in Instruction*. In: Journal for Research in Mathematics

Education, 30 (5)

- JULITA, J., DARHIM, D. (2020). *Mathematical Strategic Thinking Ability Using Quantum Learning Based on Creative Problem Solving in Terms of High School Students Gender*. In: Journal of Physics: Conference Series. 1477. 042045. DOI: 10.1088/1742-6596/1477/4/042045.
- KABATOVA, M., KALAS, I., TOMCSANYIOVA, M. (2016). *Programming in Slovak Primary Schools*. In: Olympiads in Informatics, 10, s. 125–159
- KALAŠ, I. et al., (2010). *Digitálne technológie menia poznávací proces. Ďalšie vzdelávanie učiteľov základných škôl a stredných škôl v predmete informatika*. Bratislava: Štátny pedagogický ústav. ISBN 978-80-8118-047-7.
- KALAŠ, I. (2012). *Učíme a učíme sa v 21. storočí*. In: Elektronický zborník konferencie DidInfo. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, dostupné online na http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2012.pdf
- KALAŠ, I. a kol. (2013). *Premeny školy v digitálnom veku*. Bratislava: SPN.
- KALAS, I., WINCZER, M. (2008). *Informatics as a contribution to the modern constructivist education*. In: Mitter-meir, R.T., Syslo, M.M. (Eds.), Informatics Education – Supporting Computational Thinking, ISSEP 2008. LNCS 5090. Springer, Berlin Heidelberg, s. 229–240.
- KALAS I., BLAHO A., MORAVCIK M. (2018). *Exploring Control in Early Computing Education*. In: Pozdniakov S., Dagienė V. (eds) Informatics in Schools. Fundamentals of Computer Science and Software Engineering. ISSEP 2018. Lecture Notes in Computer Science, vol 11169. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-02750-6_1
- KALAS, I. (2018). *Programming in lower primary years: design principles and powerful ideas*. In Proc of Constructionism. Computational Thinking and Educational Innovation, Vilnius s.71-80.
- KALAŠ, I. (2017). *ScratchMaths: vzdelávací obsah a princípy tvorby*. In: Elektronický zborník konferencie DidInfo. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, dostupné online na http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2017.pdf
- KALIBRO. (2018). *Kalibro a Hejného matematika* <http://www.kalibro.cz/novinky/kalibro-a-hejneho-matematika>

- KAYE, L. K., PENNINGTON, C. R. (2016). "Girls can't play": The effects of stereotype threat on females' gaming performance. In *Computers in Human Behavior*, 59, 202–209. doi:10.1016/j.chb.2016.02.020
- KIILI, K. J. M., DEVLIN, K., PERTTULA, A., TUOMI, P., LINDSTEDT, A. (2015). Using video games to combine learning and assessment in mathematics education. in *International Journal of Serious Games*, 2(4).
<https://doi.org/10.17083/ijsg.v2i4.98>
- KIM, M., SHIN, J. (2016). *The Pedagogical Benefits of SimCity in Urban Geography Education*, In *Journal of Geography*, 115:2, 39-50,
 doi:10.1080/00221341.2015.1061585
- KLEVJER, R. STAABY, T. HUSØY, A. (2016). *Learning with commercial games: The case of Nordahl Grieg High School, Norway*. In GLS 11 Conference Proceedings. Pittsburgh: ETC Press. Full GLS 11, dostupné online na
<http://press.etc.cmu.edu/index.php/product/gls-11-0-conference-proceedings/>
- KOSKIMAA, R., FENYVESI, K. (2015). *A Mission Impossible? Learning the Logic of Space with Impossible Figures in Experience-Based Mathematics Education*. In: *Opus et Educatio*, 2 (1), 70-84. Dostupné na
<https://jyx.jyu.fi/bitstream/handle/123456789/50770/1/koskimaafenyvesi.pdf>
- KRIPPENDORFF, K. (2004). *Content analysis: An introduction to its methodology, 2nd edition*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- KUNČAROVÁ, T., (2018). *Srovnání výkonu v Testu pro identifikaci nadaných žáků v matematice u dětí vyučovaných Hejného metodou a dětí vyučovaných běžným způsobem*. Brno: Masarykova univerzita.
https://is.muni.cz/th/mrgyh/Kuncarova_DP_FINAL.pdf
- KUŘINA, F. (2016). *Matematika jako pedagogický problém: mé didaktické krédo*. Hradec Králové: Gaudeamus.
- KVASZ, L. (2016). Princípy genetického konstruktivismu. In *Orbis scholae*, 10(2), s. 15–46. DOI: <https://doi.org/10.14712/23363177.2017.1>
- LOCKHART, P. (2016). *Matematikov žalospev: [ako nám škola kradne fascinujúce umenie plné fantázie]*. Preložil Barbora KAMRLOVÁ. Bratislava: Raabe.

- LYNCH, T., TOMPKINS, J. E., DRIEL, I. I., FRITZ, N. (2016). *Sexy, Strong, and Secondary: A Content Analysis of Female Characters in Video Games across 31 Years*, *Journal of Communication*, Volume 66, Issue 4, August 2016, s 564–584, <https://doi.org/10.1111/jcom.12237>
- MAGNUSSEN, R., ELMING, A. L. (2015). *Cities at Play: Children's Redesign of Deprived Neighbourhoods in Minecraft* in Proceedings of The 9th European Conference ECGBL 2015
- MAJEED, H. B., FOUAD JAWAD, L., AL RIKABI, H. (2021). *Tactical Thinking and its Relationship with Solving Mathematical Problems Among Mathematics Department Students*. In *International Journal Of Emerging Technologies In Learning (IJET)*, 16(09), s. 247-262.
doi:<http://dx.doi.org/10.3991/ijet.v16i09.22203>
- MAJGAARD, G. (2014) *The Playful and Reflective Game Designer*. In *The Electronic Journal of e-Learning* Volume 12 Issue 3 2014, (s. 271-280) dostupné online na www.ejel.org
- MALLIET, S. (2007). *Adapting the principles of ludology to the method of video game content analysis*. In *Game Studies*. 7(1).
- MANERO, B., TORRENTE, J., FREIRE, M., FERNÁNDEZ-MANJÓN, B. (2016). *An instrument to build a gamer clustering framework according to gaming preferences and habits*. in *Computers in Human Behavior*, 62, 353–363.
doi:10.1016/j.chb.2016.03.085
- MARKLUND, B. B. (2015). *Novices Vs. Experts; Game-Based Learning and the Heterogeneous Classroom Audience*, In Proceedings of The 9th European Conference ECGBL 2015
- MARKLUND, B. B., TAYLOR A. S. A. (2015). *Teachers' Many Roles in Game-Based Learning Projects*, In Proceedings of The 9th European Conference ECGBL 2015
- MATLEN, B., DEVLIN, K. (2020). *Development of a Mathematical Problem-Solving Apptha Support Transfer of Learning to Symbolic Representations*. In CHI 2020 Extended Abstract. Honolulu, HI, USA
- MEDOVA, J. (2020). *Rozvoj kombinatorického myslenia prostredníctvom riešenia*

- matematických problémov*. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa v Nitre
- MENGEL, F. (2014). *Computer Games and Prosocial Behaviour*. in PLoS ONE 9 (4) dostupné na <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0094099>
- MINNERY, J., SEARLE, G. (2014). *Toying with the City? Using the Computer Game SimCity™4 in Planning Education*, IN *Planning Practice & Research*, 29(1), s. 41-55, DOI: 10.1080/02697459.2013.829335
- MOSER, J., SCHRODER, H. S., HEETER, C., MORAN, T. P., LEE, Y. H. (2011). Mind your errors: Evidence for a neural mechanism linking growth mindset to adaptive post error adjustments. *Psychological Science*, 22, s. 1484–1489.
- MOYER-PACKENHAM, P. S., a kol. (2019). *How design features in digital math games support learning and mathematics connections*. In *Computers in Human Behavior*, 91, 316–332. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2018.09.036>
- MŠVVaŠ. (2019). *Inovatívny štátny vzdelávací program*. [vid. 2020-03-08]. Dostupné z: <http://www.statpedu.sk/sk/svp/inovovany-statny-vzdelavaci-program>
- MUNIYAPPAN, D., SIVAKUMAR, P. (2018). *Social constructivism perspectives on teaching learning process*, dostupné na <https://www.journals.com/index.php/pijr/article/view/1951/1928>
- NELSON, A. (2013). *Interview with Ken Wong, artist & designer of Monument Valley*, dostupné online na <https://www.madebyfolk.com/featured/interview-with-ken-wong-artist-designer-of-monument-valley/>
- NRC. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/9822>
- NUCEM. (2017). *Národná správa PISA 2015* dostupné na http://www.nucem.sk/documents//27//NS_PISA_2015.pdf
- NUNES, T., SCHLIEMANN, A., CARRAHER, D. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*, Cambridge: Cambridge University Press dostupné na https://www.researchgate.net/publication/243772046_Street_Mathematics_and_School_Mathematics
- NUNES, T., BRYANT, P., EVANS, D., BARROS, R. (2015). *Assessing Quantitative*

- Reasoning in Young Children.*, In: *Mathematical Thinking and Learning*, 17, s. 178-196.
- NUNES, T. a kol., (2016). *Teaching and Learning About Whole Numbers in Primary School*, ICME-13 Topical Surveys, DOI 10.1007/978-3-319-45113-8_1
- NUR, I. (2018). *Logical Mathematics Intelligence in early childhood students*. In: *Journal of Humanity*. 8. 10.18178/ijssh.2018.8.4.944.
- OECD. (2010). *Learning Mathematics for Life - Perspective from PISA*, PISA, OECD Publishing, Paris, dostupné na <https://doi.org/10.1787/9789264075009-en>
- OECD. (2012). *The Nature of Learning*, dostupné online na <http://www.oecd.org/education/cei/50300814.pdf>
- OECD. (2015). *Research Protocol for OECD Project on Assessing Progression in Creative and Critical Thinking Skills in Education*, OECD Publishing, dostupné online na <http://www.oecd.org/education/cei/EDU-CERI-CD-2015-12-REV1.pdf>
- OECD. (2017). *The OECD Handbook for Innovative Learning Environments*, dostupné na doi.org/10.1787/9789264277274-en
- OECD. (2018). *Computational thinking, In Teachers as Designers of Learning Environments: The Importance of Innovative Pedagogies*, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/9789264085374-9-en>.
- OECD. (2019a). *Mathematics performance (PISA)*, dostupné na <https://doi.org/10.1787/04711c74-en>
- OECD. (2019b). *Beijing, Shanghai, Jiangsu and Zhejiang (China)*, dostupné na https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_QCI.pdf
- PAASSEN, B., MORGENROTH, T., STRATEMEYER, M. (2017). What is a True Gamer? The Male Gamer Stereotype and the Marginalization of Women in Video Game Culture. *Sex Roles* 76, 421–435 <https://doi.org/10.1007/s11199-016-0678-y>
- PAMPALONI, M., PILEGGI, T., VIGELINI, M., CAPORALI, E. (2019). Improve awareness to flood risk through LEGO bricks and role playing games at Firenze (Italy). In *Geophysical Research Abstracts* . 2019, Vol. 21, p1-1. 1p.
- PAPERT, S. (1972). *Teaching children to be mathematicians, vs. teaching about mathematics*, In *International Journal of Mathematics Education in Science*

and Technology, 3, s 249—262

- PAPERT, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. New York: Basic Books
- PAPERT, S. (1995). *The Parent Trap*, in *Time Magazine* on November 13, dostupné na http://papert.org/articles/parent_trap.html
- PAPERT, S. (1996). *An exploration in the space of mathematics educations*. In: *Int J Comput Math Learning* 1, 95–123 DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00191473>
- PAPERT, S. (1998). *Does Easy Do It? Children, Games, and Learning*. In *Game Developer magazine*, dostupné online na <http://www.papert.org/articles/Doeseasydoit.html>
- PAPERT, S., HAREL, I. (1991) *Situating Constructionism in Constructionism*. Norwood: Ablex Publishing Corporation (s. 1-12) dostupné online <http://papert.org/articles/SituatingConstructionism.html>
- PENROSE, L. S., PENROSE, R. (1958). *Impossible objects: A special type of visual illusion*. *British Journal of Psychology*, 49, 31–33. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.1958.tb0063>
- PIEPER, K. (2011). *How to engage the disengaged*, dostupné na <https://www.theguardian.com/teacher-network/2011/dec/05/engage-disengage-d-stuents-digital-literacy>
- PITTMAN, C. (2013). *Teaching With Portals: the Intersection of Video Games and Physics Education*. In *LEARNing Landscapes* 6 (2) s. 341-360
- POPE, H., MANGRAM, C. (2015). *Wuzzit Trouble: The influence of a digital math game on student number sense*. In *International Journal of Serious Games*, 2 (4), 5-21.
- POSSO, A. (2016). *Internet Usage and Educational Outcomes Among 15-Year Old Australian Students*. In *International Journal of Communication*, 10, 26.
- REZAI, M., GOOYA, Z. (2011). *What do I mean by combinatorial thinking?*, In: *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 11, s. 122-126.
- RIDGWAY, J. (2016). *Implications of the Data Revolution for Statistics Education*, In: *International Statistical Review*, International Statistical Institute, vol. 84(3), s. 528-549
- ROBSON, K., a kol. (2015). *Is it all a game? Understanding the principles of*

- gamification. Business Horizons, 58(4), 411–420.*
doi:10.1016/j.bushor.2015.03.006
- ROLÍNEK, M., ŠALOM, P. (2014). *Cestou necestou ke kombinatorice. In Matematika fyzika informatika, 23(4), s. 261 – 269*
- RUVALCABA, O., SHULZE, J., KIM, A., BERZENSKI, S. R., OTTEN, M. P. (2018). *Women’s Experiences in eSports: Gendered Differences in Peer and Spectator Feedback During Competitive Video Game Play. In: Journal of Sport and Social Issues, 42(4), s. 295–311. doi:10.1177/0193723518773287*
- SARI, D. I., HERMANTO, D., (2017). *Development of probabilistic thinking-oriented learning tools for probability materials at junior high school students, In: AIP Conference Proceedings 1867, DOI:https://doi.org/10.1063/1.4994445*
- SAVARD, A. (2014). *Developing probabilistic thinking: What about people’s conceptions? In E. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives. 2, s. 283-298. New York, NY: Springer Science and Business Media.*
- SCHATTSCHEIDER, D. (2010). *The Mathematical Side of M. C. Escher, In: Notices of the AMS. 57 (6) s. 706 – 718.*
- SCHELFHOUT, S., BOWERS, M. T., HAO, Y. A. (2021). *Balancing Gender Identity and Gamer Identity: Gender Issues Faced by Wang ‘BaiZe’ Xinyu at the 2017 Hearthstone Summer Championship. Games and Culture, 16(1), 22–41. https://doi.org/10.1177/1555412019866348*
- SCHIELD, M. (2000). *Statistical Literacy And Mathematical Thinking. In: International Conference on Mathematics Education (ICME) Tokyo.*
- SCHMIERBACH, M. (2009). *Content Analysis of Video Games: Challenges and Potential Solutions, Communication Methods and Measures, 3:3, 147-172, DOI: 10.1080/19312450802458950*
- SCHOLTZOVÁ, I. (2003). *Reflexie o kombinatorike. In: Matematika Informatika Fyzika: didaktický časopis učiteľov matematiky, informatiky a fyziky. č. 21,, s. 23-27*
- SCUSA, T., CO, Y. (2008). *Five Processes of Mathematical Thinking. Lincoln University of Nebraska - Lincoln*
- SELBY, C. C., WOOLLARD, J. (2013). *Computational thinking: The developing*

- definition. In *Presented at the 18th annual conference on innovation and Technology in Computer Science Education*, Canterbury
- SHAW, A. (2011). *Do you identify as a gamer? Gender, race, sexuality, and gamer identity*. In: *New Media & Society*, 14(1), 28–44.
doi:10.1177/1461444811410394.
- SIGURÐARDÓTTIR., H. D. I. (2016). *Domesticating digital game-based learning in NJSTS* 4(1) dostupné online na DOI:10.5324/njsts.v4i1.2168
- SQUIRE, K., BARAB, S. (2004). *Replaying history: Engaging urban underserved students in learning world history through computer simulation games*. In Paper presented at the 6th International Conference on Learning Sciences, Santa Monica, CA.
- STAKE, R. E. (2005). *Qualitative Case Studies*. In N. K. Denzin, Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research*, s. 443–466. Sage Publications Ltd.
- STEEN, G. J. (1999), *Genres of discourse and the definition of literature*, In: *Discourse Processes*, 28(2), s. 109–120.
- STRIPP, CH. (2014). *Maths, Mindsets and Mastery* dostupné na <https://www.ncetm.org.uk/resources/45370>
- SUNDELIN, M. (2019). *Games in Second-Language Teaching : Using Minecraft to Facilitate the Development of Reading, Listening, Writing and Speaking Skills in English*. Dostupné na <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1354383/FULLTEXT01.pdf>
- ŠUNÍKOVÁ, D., KUBINCOVÁ, Z. (2015). *Čo sú Open Badges a ako ich použiť?* In: *Elektronický zborník konferencie DidInfo*. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, dostupné online http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2015.pdf
- ŠUNÍKOVÁ, D., KUBINCOVÁ, Z. (2016). *Odznaky ako forma hodnotenia na strednej škole*. In: *Elektronický zborník konferencie DidInfo*. Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela, dostupné online http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2016.pdf
- SUZIEDELYTE, A. (2015). *Media and human capital development: Can video game playing make you smarter?* dostupné na

- <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4330470/>
- ŠVAŘÍČEK, R., ŠEĎOVÁ, K. (2007a). *Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách*. Praha: Portál.
- ŠVAŘÍČEK, R., ŠEĎOVÁ, K. (2007b). *Jak se vyznat v babylonské krajině? Kritéria kvality kvalitativního výzkumu*. In: *Acta universitatis palackianae olomucensis facultas philosophica historica*, Olomouc: Univerzita Palackého. Dostupné na <https://is.muni.cz/repo/750636/>
- ŠVECOVÁ, V. (2019). *Meranie matematickej úzkosti u vysokoškolských študentov*. In *Acta Mathematica Nitriensia* 5 (1), s. 29-33 doi: 10.17846/AMN.2019.5.1.29-33
- SÝKORA, T., STÁRKOVÁ, T., BROM, C. (2021). *Can narrative cutscenes improve home learning from a math game? An experimental study with children*. In: *Br. J. Educ. Technol.*, 52: 42-56. <https://doi.org/10.1111/bjet.12939>
- SÝKORA, T. (2019). *Effects of narrative in the context of digital game-based learning for young children*. Praha, 2019. Diplomová práce. Univerzita Karlova, Filozofická fakulta, Ústav informačních studií - studia nových médií. Vedoucí práce Brom, C.
- TANES, Z., CEMALCILAR, Z. (2010). *Learning from SimCity: An empirical study of Turkish adolescents*. In *Journal of Adolescence*, 33(5), s. 731–739. doi:10.1016/j.adolescence.2009.10.007
- TARAM, A., SUKESTIYARNO, Y. L., ROCHMAD, R., JUNAEDI, I. (2021). *Mathematical Probabilistic Thinking Process Stages in Problems Solving Probability*. In: *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 5(1), doi:10.12928/ijeme.v5i1.20005
- TATSUOKA, K., CORTER, J., TATSUOKA, C. (2004). *Patterns of Diagnosed Mathematical Content and Process Skills in TIMSS-R across a Sample of 20 Countries*. In: *American Educational Research Journal*, 41(4), s. 901-926.
- TAYLOR, T. L. (2006). *Play Between Worlds: Exploring Online Game Culture*. Cambridge, MA: MIT Press.
- TORRE, M. (2019). *Impossible Pictures: When Art Helps Math Education*. In *Proceedings of Bridges 2019*, s. 327–334
- TRINDADE, J. F., L. TRINDADE, L. (2018). *Videogames in teaching/learning*

- Physics: A case study with "Portal 2",* IN 13th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI), Caceres, 2018, s. 1-5, doi: 10.23919/CISTI.2018.8399354.
- TURNER, R. (2012). *Some drivers of test item difficulty in mathematics*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association (AERA), Vancouver, 13-17
- UN GENERAL ASSEMBLY. (2015). *Transforming our world : the 2030 Agenda for Sustainable Development*, 21 October 2015, A/RES/70/1. Dostupné na: <https://www.refworld.org/docid/57b6e3e44.html> [navštívene 28 April 2021]
- UTTAL, D. H., MEADOW, N. G., TIPTON, E., HAND, L. L., ALDEN, A. R., WARREN, C., NEWCOMBE, N. S. (2013). *The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies*. Psychological Bulletin dostupné online na: <http://groups.psych.northwestern.edu/uttal/vittae/documents/ContentServer.pdf> DOI:10.1037/a0028446
- VANKÚŠ, P., KUBICOVÁ, E. (2010). *Postoje žiakov 5. a 9. ročníka ZŠ k matematike*. ACTA MATHEMATICA 13: zborník príspevkov z VIII. nitrianskej matematickej konferencie organizovanej Katedrou matematiky FPV UKF v Nitre
- VERMEULEN, L., LOOY, J. (2016). "I Play So I Am?" A Gender Study into Stereotype Perception and Genre Choice of Digital Game Players. In Journal of Broadcasting & Electronic Media. 60. 286-304. 10.1080/08838151.2016.1164169.
- VERMEULEN, L., VAN BAUWEL, S., VAN LOOY, J. (2017). Tracing female gamer identity : an empirical study into gender and stereotype threat perceptions. *Computers In Human Behavior*, 71, 90–98.
- VYGOTSKY, L. (1978) *Mind and society: The development of higher psychological processes*, Cambridge:Harvard University Press.
- WASTIAU, P. a kol., (2009). *How are digital games used in schools?* Brussels: European Schoolnet
- WHITLOCK, L. A., MCLAUGHLIN, A. C., ALLAIRE, J. C. (2012). *Individual differences in response to cognitive training: Using a multi-modal, attentionally demanding game-based intervention for older adults*. In *Computers in Human Behavior*. 28 (4), s. 1091-1096. ISSN 0747- 5632.

DOI=<https://doi.org/10.1016/j.chb.2012.01.012>

- WIEST, L. R., AYEBO, A., DORNOO, M. D. (2010). *Engaging All Students with "Impossible Geometry"*. In *Australian Senior Mathematics Journal*, 24 (1), s. 57-63.
- WING, JEANNETTE M. (2006). Computational Thinking. In: *Communications of ACM*. 49 (3), s. 33–35. <http://doi.acm.org/10.1145/1118178.1118215>
- WOESSNER, M. (2015). *Teaching with SimCity: Using Sophisticated Gaming Simulations to Teach Concepts*. In *Introductory American Government*. PS: Political Science & Politics, 48 (2), 358-363. doi:10.1017/S104909651400211X
- WU, B. *Thinking methods and consumption practice*, Editor(s): Bingxin Wu, Consumption and Management, Chandos Publishing, 2011, s. 243-262, ISBN 9781907568077, DOI:<https://doi.org/10.1016/B978-1-907568-07-7.50011-0>.
- YIN, R. K. (2018). *Case Study Research and Application: Design and Methods*. Thousand Oaks, Calif: Sage Publications.
- ZASLAVSKY, O., PAULETTI, K. V., KRUPNIK, V. (2020). *Learning to solve counting problems: challenges and opportunities for non-math majors*. In: *Journal of Educational Research in Mathematics - Vol. 30, No. SP1*, pp.91-114 DOI:<https://doi.org/10.29275/jerm.2020.08.sp.1.91>
- ZLATOŠ, P. (2007). *Ani matematika si nemôže byť istá sama sebou*. Bratislava: Iris

Príloha 1

Ako často hráš hry na mobile?

- Každý deň
- Skoro každý deň
- Niekoľkokrát za týždeň
- Niekoľkokrát za mesiac
- Takmer vôbec
- Nikdy

Aké sú tvoje obľúbené hry na mobil?

Vaša odpoveď

Máš doma nejakú konzolu? (Playstation, XBox,...)

- Nie
- Mám Playstation
- Mám XBox
- Mám Nintendo
- Iné: _____

Stretávaš sa s priateľmi na spoločné hranie videohier?

- áno
- nie



Čo pre teba znamená riešenie matematických problémov?

Vaša odpoveď

Ktoré z vymenovaných pocitov v tebe vyvoláva matika? Neváhaj pridať ďalšie :-)

zaujímavá

nudná

užitočná

zábavná

zložitá

jednoduchá

vzrušujúca

zbytočná

chladná

Iné: _____

Čo sa ti na matike páči/baví ťa?

Vaša odpoveď

Máš pocit, že sa vo videohrách stretávaš s matikou? (Ak videohry nehrávaš, túto otázku môžeš vynechať)

	0	1	2	3	4	5	
to vôbec	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	áno, neustále



Prišlo ti v dotazníku niečo nejednoznačné?

Vaša odpoveď

Trieda

Vaša odpoveď

Dobrovoľný identifikátor - ak chceš uved' meno, prezývku, prípadne email...

Vaša odpoveď

Ešte raz ďakujem :)

Maja

Odoslať

Prostredníctvom Formulárov Google nikdy neodosielajte heslá.

Tento obsah nie je vytvorený ani schválený spoločnosťou Google. [Ohlásiť zneužitie](#) - [Podmienky poskytovania služby](#) - [Pravidlá ochrany súkromia](#)

Google Formuláre

Príloha 2

Prepis rozhovorov je dostupný na <https://sites.google.com/view/prepisrozhovorov>

3. Kapitola:

MATEMATICKÉ SÚSTREDENIE V PRÍPRAVE BUDÚCICH UČITEĽOV

Peter Vankúš

Úvod

Hrové vyučovanie matematiky je inovatívna metóda, ktorá sa teší veľkej popularite (Russo, Bragg, & Russo, 2021)¹. Výsledky výskumov efektívnosti tejto metódy poukazujú na pozitívne vplyvy na vedomosti žiakov najmä v témach operácie s číslami, základy algebry, geometria a meranie (Byun, & Joung, 2017)². Zaznamenané boli tiež zvýšenie motivácie a angažovanosti žiakov a zlepšenie ich postojov k matematike a jej vyučovaniu (Ke, & Grabowski, 2007; Afari et al., 2013; Vankúš, 2021)^{3,4,5}. Vzhľadom na tieto pozitívne výsledky sa téma hrového vyučovania matematiky dostáva aj do univerzitetnej prípravy budúcich učiteľov tohto predmetu (Shan et al., 2014)⁶.

Štúdiá mapujúca používanie hrového vyučovania matematiky v primárnom stupni školskej dochádzky uvádza (Russo, Bragg, & Russo, 2021)⁷, že až 98% zo vzorky 248 austrálskych učiteľov používa hry aspoň raz týždenne. Jedná sa pritom prevažne o hry bez využívania digitálnych technológií. Podľa výsledkov tohto prieskumu učitelia obľubujú najmä hry s jednoduchými materiálnymi pomôckami (karty, kocky, papierové herné plány...) a hry s relatívne jednoduchými pravidlami. Tento záver je prekvapujúci z pohľadu, že v oblasti výskumov hrového vyučovania ich veľká časť sa orientuje na hry využívajúce digitálne technológie, len menší zlomok sa venuje práve hrám, kde tieto

¹ Russo, J., Bragg, L., & Russo, T. (2021). How primary teachers use games to support their teaching of mathematics. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 13, 407–419. [10.26822/iejee.2021.200](https://doi.org/10.26822/iejee.2021.200).

² Byun, J.H., & Joung, E. (2018). Digital game-based learning for K-12 mathematics education: A meta-analysis. *School Science and Mathematics*, 118. [10.1111/ssm.12271](https://doi.org/10.1111/ssm.12271).

³ Afari, E., Aldridge, J.M., Fraser, B.J. et al. (2013). Students' perceptions of the learning environment and attitudes in game-based mathematics classrooms. *Learning Environ Res* 16, 131–150 (2013).

⁴ Ke, F., & Grabowski, B. (2007). Gameplaying for maths learning: Cooperative or not?. *British Journal of Educational Technology*, 38, 249 - 259. [10.1111/j.1467-8535.2006.00593.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-8535.2006.00593.x).

⁵ Vankúš, P. Influence of Game-Based Learning in Mathematics Education on Students' Affective Domain: A Systematic Review. *Mathematics* 2021, 9, 986. <https://doi.org/10.3390/math9090986>

⁶ Shah, M., Foster, A., Scottoline, M., & Duvall, M. (2014). Pre-service teacher education in game-based learning: Analyzing and integrating Minecraft.

⁷ Russo, J., Bragg, L., & Russo, T. (2021). How primary teachers use games to support their teaching of mathematics. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 13, 407-419. [10.26822/iejee.2021.200](https://doi.org/10.26822/iejee.2021.200).

technológie nie sú potrebné (Naik, 2014; Naik, 2017; Hamden et al., 2022)^{8,9,10}. Práve matematickým hrám bez digitálnych technológií sa venujeme v príprave budúcich učiteľov matematiky. Predmet s touto náplňou má názov Matematické učiteľské sústredenie. V tejto časti knihy si povieme niečo o hlavných obsahových pilieroch tohto predmetu a tiež o reakciách študentov, ktorý ho absolvovali.

Hrové vyučovanie matematiky v predmete Matematické učiteľské sústredenie

Na úvod tejto časti príspevku podáme stručnú charakteristiku predmetu Matematické učiteľské sústredenie. Cieľom tohto predmetu je prezentovanie aktívneho a kooperatívneho vyučovania matematiky. Je nasadený ako výberový vo všetkých ročníkoch bakalárskeho štúdia učiteľstva matematiky na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Predmet je ponúkaný študentom od roku 2011. (V rokoch 2006 až 2010 sme podobné aktivity realizovali pre študentov ako dobrovoľnú aktivitu bez možnosti získania kreditov.) V rokoch 2011 až 2021 bol predmet rozdelený na jarné matematické učiteľské sústredenie a jesenné matematické učiteľské sústredenie, ktoré mali rovnakú náplň a líšili sa len semestrom štúdia.

Od novej akreditácie v roku 2022 má predmet dve časti. Teoretická časť sa venuje oboznámeniu študentov s didaktickým pozadím aktivít a pripravuje ich na realizáciu praktickej časti. Praktická časť spočíva vo víkendovom stretnutí študentov. Na tomto stretnutí sú integrované aktivizujúce metódy vyučovania matematiky, ako sú matematické súťaže, matematické hry, pútavé matematické prednášky.

Samotný koncept realizácie sústredení má svoju obdobu v sústredeniach realizovaných v rámci stretnutí úspešných riešiteľov Matematickej olympiády respektíve niektorých korešpondenčných matematických seminárov (KMS, Sezam, Pikomat, semináre

⁸ Naik, N. (2014). Non-digital game-based learning in the teaching of mathematics in higher education. In C. Busch (Ed.), *Proceedings of the European Conference on Games-based Learning* (pp. 431-436). (Proceedings of the European Conference on Games-based Learning; Vol. 2). DEHEMA.

⁹ Naik, N. (2017). The use of GBL to teach mathematics in higher education. *Innovations in Education and Teaching International*, 54(3), 238–246. <https://doi.org/10.1080/14703297.2015.110885>

¹⁰ Hamden H., Shamsurya B. & Zulkipli, N., & Mohamad, F. S. (2022). The Effects of Non-Digital Game-Based Learning and Cognitive Level of Questions on Isometric Transformations. *Asian Journal of University Education*. 18. 34-50. 10.24191/ajue.v18i1.17167.

združenia STROM,...). Tie majú svoje korene v aktivitách realizovaných v rámci Táborov mladých matematikov (Hejný, V. & Hejný, M., 1977)¹¹ resp. krúžkov ZAMAT (Burjan, Bachratá, & Bachratý, 1986, 1987)^{12,13}. Na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave boli obdobné sústredenia realizované pre študentom učiteľstva v rokoch 1999–2002 kolektívom J. Žabka, M. Bálintová, V. Bálint, P. Novotný, S. Bednářová et al.

Hlavnými piliermi samotných sústredení sú popularizačné matematické prednášky a hrové vyučovanie v podobe súťažných resp. matematických hier. O týchto pilieroch budeme hovoriť v nasledujúcej časti článku.

Popularizačné matematické prednášky

Popularizačné matematické prednášky predstavujú aktivitu, ktorej cieľom je pútavou formou priblížiť účastníkom istú matematickú problematiku. Témy prednášok sú vybrané tak, aby mali vhodný motivačný potenciál. Pri realizácii prednášok sa potom kladie dôraz na vzbudzovanie aktivity poslucháčov vhodnými otázkami resp. riešením zadaných problémov. Okrem matematických prednášok sú zaradované aj nematematické prednášky popularizujúce vedu a tiež prednášky pripravené účastníkmi.

Na ilustráciu uvedieme názvy prednášok realizované na jeseň 2015: Ovečka – geometria pre ZŠ (J. Ďuriš); Magické štvorce (pre druhý stupeň ZŠ, K. Kubaliaková); Delenie vzoriek – úlohy s váhami (pre SŠ a VŠ, P. Vankúš); Karnaughove mapy (pre SŠ, E. Fendeková); Efekt ukotvenia (psychológia, V. Seč); Overovanie matematických výsledkov odhadom (M. Michalík); Ako Tibeťania putujú po horách (matematika SŠ a VŠ, D. Csiba).

¹¹ Hejný, V. & Hejný, M. (1977). Pracovné materiály školiaceho strediska TMM. Dostupné z <http://www.ingenium.sk/materialy/Skripta.zip>

¹² Burjan, V., Bachratá, K., & Bachratý, H. (1986). Odborný program matematických krúžkov na II. stupni ZŠ, I. časť. Bratislava: Pedagogický ústav mesta Bratislavy.

¹³ Burjan, V., Bachratá, K., & Bachratý, H. (1987). Odborný program matematických krúžkov na II. stupni ZŠ, II. časť. Dostupné z <http://www.ingenium.sk/materialy/Kruzky.zip>

Matematické hry realizované na sústredeniach

Súťažné matematické hry predstavujú hrovú činnosť spojenú s riešením matematických úloh. Počas realizácie súťažnej matematickej hry družstvá získavajú za správne vyriešenu matematickú úlohu isté výhody (ťahy, suroviny a pod.), použiteľné v sprievodnej hrovej činnosti.

Zadania matematických úloh, ktoré počas tejto aktivity študenti riešia sú väčšinou preberané s prezenčných súťaží realizovaných organizátormi matematických seminárov (KMS, STROM a pod.). Celá aktivita prebieha v rámci súťaže družstiev, do ktorých sú študenti počas celého pobytu rozdelení. Rozdelenie do družstiev je pritom realizované so snahou o rovnocennosť daných družstiev z hľadiska výkonnostných aj iných.

Napríklad v danej aktivite na jeseň 2015 študenti za každú správne vyriešenu úlohu dostali kartičku z hry Sety. Hra sety bola vymyslená autorkou M. J. Falco v roku 1974 (Davis, Maclagan, & Vakil, 2003)¹⁴. Pravidlá sú dostupné on-line na www.setgame.com. Vo vyhodnocovaní aktivity získali družstvá bod za každú správne vyriešenu úlohu a tiež extra body za každý správne zložený set.

Strategické matematické hry predstavujú súťaže dvojíc v hraní matematickej hry. Tieto hry sú vyberané tak, aby rozvíjali schopnosť hráčov strategicky myslieť. Hry sú väčšinou realizované na čistom papieri alebo špeciálnom hracom podklade (napr. štvorcová sieť daných rozmerov). Hráči realizujú ťah zakreslením svojho symbolu resp. vykonaním istej operácie.

Po odohraní istého počtu partii sa dvojice hráčov menia pričom dvojice sú tvorené obyčajne hráčmi z rôznych tímov, ktoré sú vyberané vo forme turnaja „každý s každým“. Aktivita môže byť tiež realizované aj ratingovou formou. V nej si hráči vyberajú súperov z iných tímov na približne rovnakej úrovni v hraní danej strategickej hry.

Príkladom je hra „Symetrické piškvorky“, realizovaná na sústredení na jar 2014 (Brincková, Uherčíková, & Vankúš, 2013)¹⁵. V nej hráči postupujú obdobne ako pri klasických piškvorkách, s rozdielom, že pri každom ťahu musia zakresliť dva symboly, symetrické podľa vodorovnej a zvislej osi, ktoré rozdeľujú herný plán na polovice. Jeden

¹⁴ Davis B.L., Maclagan D., & Vakil, R. (2003). The Card Game SET, *The Mathematical Intelligencer* 25 no. 3, 33-40.

¹⁵ Brincková, J., Uherčíková, V., & Vankúš, P. (2013). *Netradičné metódy rozvíjania predstavivosti v matematike*. Bratislava: KEC FMFI UK, 2013, ISBN 978-80-8147-019-6.

herný stav danej hry zobrazuje obrázok 1. Podrobnejšie pravidlá nájde čitateľ v literatúre dostupnej aj on-line (Brincková, Uherčíková, & Vankúš, 2013, s. 94–97)¹⁶.

o									
				o	o				
		o	o	x	x	o			
		x	x	o	o	x			
		o	x	x	x	x	o		
		o	x	x	x	o			
		x	o	o	o	x			
	x	x					x	x	
o									

Obr. 1 Herný stav v hre *Symetrické piškvorky*

V nasledujúcich častiach článku si povieme niečo o reakciách študentov na predmet Matematické učiteľské sústredenie.

Prieskum názorov študentov 2013

V nasledujúcej časti článku priblížime názory študentov učiteľstva matematiky na hrové vyučovanie realizované na predmete Matematické učiteľské sústredenie. Uvedené názory sme zisťovali prostredníctvom dotazníkového prieskumu. Tento dotazník bol administrovaný pri našom vedení záverečnej práce študentky, ktorá o sústredenie javila veľký záujem (Olléová, 2013)¹⁷.

¹⁶ Brincková, J., Uherčíková, V., & Vankúš, P. (2013). *Netradičné metódy rozvíjania predstavivosti v matematike*. Bratislava: KEC FMFI UK, 2013, ISBN 978-80-8147-019-6.

¹⁷ Olléová, V. (2013). *Matematické učiteľské sústredenie ako zdroj aktivizujúcich metód vo vyučovaní matematiky*. [Bakalárska práca]. Univerzita Komenského v Bratislave. Získané 9.11. 2022 z <https://opac.crzp.sk/?fn=docviewChild0005B1F2>

Výskumná vzorka a opis dotazníka

Pri spracovávaní tejto tematiky sme pokladali za dôležité vyspovedať samotných účastníkov sústreduenia, ktorých bolo 28 a zistiť ich bezprostredné reakcie. Prostredníctvom dotazníkov sme sa ich pýtali otázky v troch okruhoch, ktoré vyplňovali počas jednotlivých dňoch sústreduenia.

Prvý okruh otázok je určený pre študentov pred nástupom na samotné sústreduenie. Druhý okruh bol administrovaný študentom na druhý deň sústreduenia. Tretí okruh dotazníka vyplňali respondenti na záver sústreduenia.

V nasledujúcej kapitole článku si popíšeme položky v jednotlivých okruhoch dotazníka a tiež reakcie študentov.

Názory študentov

Prvý okruh dotazníka

V prvom okruhu otázok sme sa pýtali na:

1.1 Prečo si sa na Matematické sústreduenie prihlásil/a? Čo bolo pre teba motiváciou? Medzi najčastejšie dôvody uvádzali: možnosť spoznať nových ľudí, trávenie času so svojimi priateľmi, zábava, matematika a nové pohľady na ňu. Alternatívny spôsob vyučovania matematiky, spestrenie víkendu, relax, kontakt s učiteľmi matematiky. Referencie od svojich kamarátov, spolužiakov, či vyučujúcich, spokojnosť s predchádzajúcim sústreduením.

Matematické učiteľské sústreduenie je zaradené ako vyučovací predmet, za ktorý môžu študenti získať kredity. Hlavným dôvodom je spopularizovanie sústreduenia a motivovanie väčšej účasti študentov. Zámer sa podaril, pretože počet nových účastníkov sústreduenia, hlavne z prvých ročníkov učiteľských kombinácií stúpa. Z dotazníkov bola táto vonkajšia motivácia zrejmá. Z 12 účastníkov, ktorý boli na sústreduení prvý krát uviedlo až 7 z nich motiváciu kreditmi. Zaujímavé je, že zo 7 účastníkov, ktorí sa zúčastnili 2. krát uviedol tento dôvod len jeden z nich. Vidíme, aké je dôležité zaujať študenta, bohužiaľ na prvotné zaujatie je niekedy dôležitá aj vonkajšia motivácia, vďaka ktorej si potom žiaci môžu vybudovať tú vnútornú.

1.2 Aké si mal očakávaní keď si prichádzal na stanicu, či už v autobuse počas cesty do Dobrej Vody (pred Tvojim 1. sústredím)? Tešil si sa, bál si sa, bol si nervózny, ľutoval si?

Účastníci, ktorí prichádzali do Dobrej vody už niekoľký krát sa na ceste tam tešili na nové zážitky, skúsenosti, poznatky. Niektorí noví návštevníci boli však miestami v obavách: „Bola som natešená, plná očakávaní. Mala som mierne obavy, či sa nebudem nudiť, či budem prijatá do kolektívu.“

„Tešila som sa, zabávala som sa, lebo sme tu išli väčšia skupina, bála som sa, že si o mne budú myslieť, že som blbá.“

1.3 Aké si mal predstavy o takýchto sústrezeniach?

Mnoho predstáv o sústrezení sa nevymykali skutočnosti, keďže väčšina účastníkov sústrezenia tohto typu zažila, resp. o nich počula. Našli sa aj takí, ktorí mali svoje predstavy bez akejkoľvek predošlej skúsenosti:

„Pravdupovediac, som si skôr myslela, že to bude celé o matematike a že to bude nuda...nebola.“

„Že sa na nich hrajú matematické hry typu: sedíme za stolom a počítame na čas a správnosť.“

Druhý okruh dotazníka

Na ďalší deň, v druhom okruhu otázok, sme sa ich pýtali:

2.1 Páči sa ti tu? Alebo práve naopak? Prečo?

Napriek niektorým prvotným obavám napokon nezaznela ani jedna záporná odpoveď. Žiaci si chválili pestrý program, niektorí by prijali ešte dynamickejšie aktivity. Naopak iní viac voľného času. Jedna z účastníčok sa vyjadrila :

„Páči sa mi tu, lebo to prebieha úplne inou formou, než akou som si myslela. Je tu zábava, hry sú nenútené a na prvý pohľad nematematické a spoznáme veľa ľudí.“

2.2 Aký máš názor na takýto typ výučby, či už prežitia voľného času?

Keď sme sa ich pýtali na názor na takýto typ výučby zaregistrovali sme zaujímavé výpovede:

„Podľa mňa je výborné, že je to niečo iné a ľudí to baví. Hlavne u detí je to podľa mňa výborné, lebo vidia matiku z iného uhla ako v škole, kde sa často krát učí zle.“

„Myslím si, že tento spôsob výučby je bežne málo zaradovaný, matematika sa učí otrocky cez počítanie príkladov, žiaci sú málo motivovaní a aj veci, čo by sa dali učiť hravo sa tak neučia. Čo sa týka voľného času, je to využité efektívne, máme možnosť stretnúť sa s úplne iným podaním výučby – nenásilným.“

2.3 Zmenil sa tvoj vzťah k pojmu matematické sústredenie, k predmetu matematika? Pri otázke, či sa zmenil ich vzťah k matematike, sme nezaregistrovali len kladné odpovede. Samotní účastníci to vysvetľovali tým, že vzťah k matematike už vytvorený mali, čo sa dá predpokladať, keďže všetci účastníci študujú určitý smer v matematike.

„Už viem, že existujú zábavné metódy, ako ju učiť.“

„Matematiku nenávidím, keď ju treba rátať, ale keď ju stačí pochopiť, tak je super.“

2.4 Čo sa ti tu najviac páči? (súťaže, prednášky, športové aktivity, ranné cvičenie, partia ľudí, večerné hranie spoločenských hier, jedlo,...)

Medzi vecami, ktoré sa im tu najviac páčili sa vystriedali všetky aktivity od tých matematických, cez športové, večerné hranie, prednášky až po dobrú kuchyňu a originálny budíček. Niektorí len s malou nevôľou spomínali na rannú rozcvičku.

Tretí okruh dotazníka

V posledný deň sústredenia, v treťom okruhu otázok, sme sa účastníkov pýtali:

3.1 Určite zdieľaš nejaké pocity, napr.: Už sa teším na ďalšie sústredenie, určite pôjdem aj budúci semester, alebo naopak: Tak sem už v živote nevkročím! Tak čo ti behá po rozume?

Z 28 účastníkov sa ani jeden z nich nevyjadril negatívne o myšlienke ísť na sústredenie opäť.

3.2 Vieš si predstaviť takúto formu spštenia výučby na stredných, či základných školách? Myslíš, že by zaradenie sústredení mohlo zlepšiť vzťah žiakov k matematike?

Reakcie účastníkov boli nasledovné:

„Áno, hlavne na základných školách, deti by to určite ocenili, keby boli podobné sústredenia zavedené do vyučovania a vzťah k matematike by sa im pestoval od začiatku.“

„Jednak by to bolo super zaviesť pre deti, ale myslím si, že aj toto sústredenie pre učiteľov je super vec, lebo budúci učelia majú možnosť vidieť aj nejaký iný spôsob učenia ako štandardný.“

„Myslím, že hej. Ostatne na mojej strednej na ktorej učí väčšina organizátorov sústredenia, sa tak často učí. A myslím, že je to veľmi dobre.“

Didaktické hry v matematike

Vzhľadom na pozitívne ohlasy študentov na priebeh sústredenie veríme, že uvedené aktivity majú silný motivačný potenciál. Niektoré z nich sú priamo integrovateľné aj do školského vyučovania matematiky v podmienkach triedy. Patria tu aj matematické hry. Budeme sa im preto venovať v ďalších kapitolách tejto časti našej knihy. Konkrétne uvidíme návrhy niektorých takýchto hier. Čerpáme pritom z našich publikácií, kde sme túto tematiku popísali dostatočne presne a výstižne, preto nie je potrebné uvedené formulácie meniť alebo dopĺňovať (Vankúš, 2012; 2016; Brincková, Uherčíková, & Vankúš, 2013)^{18,19,20}.

1 Hadík

Tematické zaradenie hry:

Hra je vhodná pre tematický celok *Stredová a osová súmernosť*.

Edukačné ciele hry:

Precvičovanie zobrazovania bodu pomocou stredovej súmernosti. Motivácia žiakov. Overenie zvládnutia učiva. Rozvoj predstavivosti a strategického myslenia.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Hrajú dvojice žiakov v laviciach. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

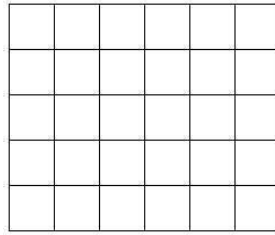
Materiálne prostredie: Štvorčekový papier.

Čas trvania hry: 15–20 min.

¹⁸ Vankúš, P. (2012). Didaktické hry v matematike = Didactic Games in Mathematics. Bratislava: KEC FMFI UK, 144 s., ISBN 978-80-8147-002-8.

¹⁹ Vankúš, P. (2016). Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier : učebné materiály. Bratislava: KEC FMFI UK, 96 s., ISBN 978-80-8147-074-5.

²⁰ Brincková, J., Uherčíková, V., & Vankúš, P. (2013): Netradičné metódy rozvíjania predstavivosti v matematike. Bratislava: KEC FMFI UK, 98 s., ISBN 978-80-8147-019-6.



Obr. 1.1 Hrací plán k hře *Hadík*

Postup hry:

Učitel žiakom rozdá štvorčekový papier, na ktorý si žiaci vyznačia hrací plán napr. rozmerov 6 x 5 (*obrázok 1.1*). Žiak, ktorý je prvý na ťahu, nakreslí do ľubovoľného štvorca hracej siete kruh, do ktorého napíše číslo 1. (Hadík sa narodil a má jeden deň.) Druhý hráč si vyberie ľubovoľný mrežový bod, t.j. bod kde sa pretínajú čiary štvorcovej siete a stredovou súmernosťou so stredom v tomto bode zobrazí hada do jeho novej polohy. Do ľubovoľného voľného štvorca susediaceho s novou polohou hada prikreslí ďalší kruh. Do oboch týchto kruhov napíše číslo 2. (Hadík sa premiestnil a podrástol, už má dva dni.) Pokračuje sa analogicky, každý ďalší ťah spočíva v premiestnení hada a jeho zväčšení o jeden štvorec siete. Hráči sa striedajú v ťahu. Ak v rámci ťahu ľubovoľná časť hada má byť zobrazená mimo štvorcovej siete, resp. do priestoru, kde had už bol, hráč prehráva. Takisto prehráva, ak nemá voľný priestor na zväčšenie hada. V rámci nasledujúcej partie hry žiaci zmenia poradie, v ktorom začínali. Ilustračný priebeh hry pozri v *ukážke 1*.

Záverečné vyhodnotenie:

Hráči hrajú viac hier. Najmenší počet je dve, aby sme zaistili, že každý hráč začínal rovnaký počet hier. Žiaci zapisujú skóre vzájomných hier. Za víťazstvo aj prehru získajú dopredu určený počet bodov za aktivitu (napr. tri body za výhru, jeden bod za prehru). Hru možno tiež organizovať ako súťaž družstiev, tu sa zapisujú skóre zápasov, v ktorých sú vždy dvaja hráči z rôznych družstiev, pričom sa môže hrať systémom, že každý hráč z jedného družstva hrá dve hry s každým hráčom z iného družstva (dve hry opäť, aby sme zaistili, že každý z hráčom začínal hru).

Prednosti danej hry:

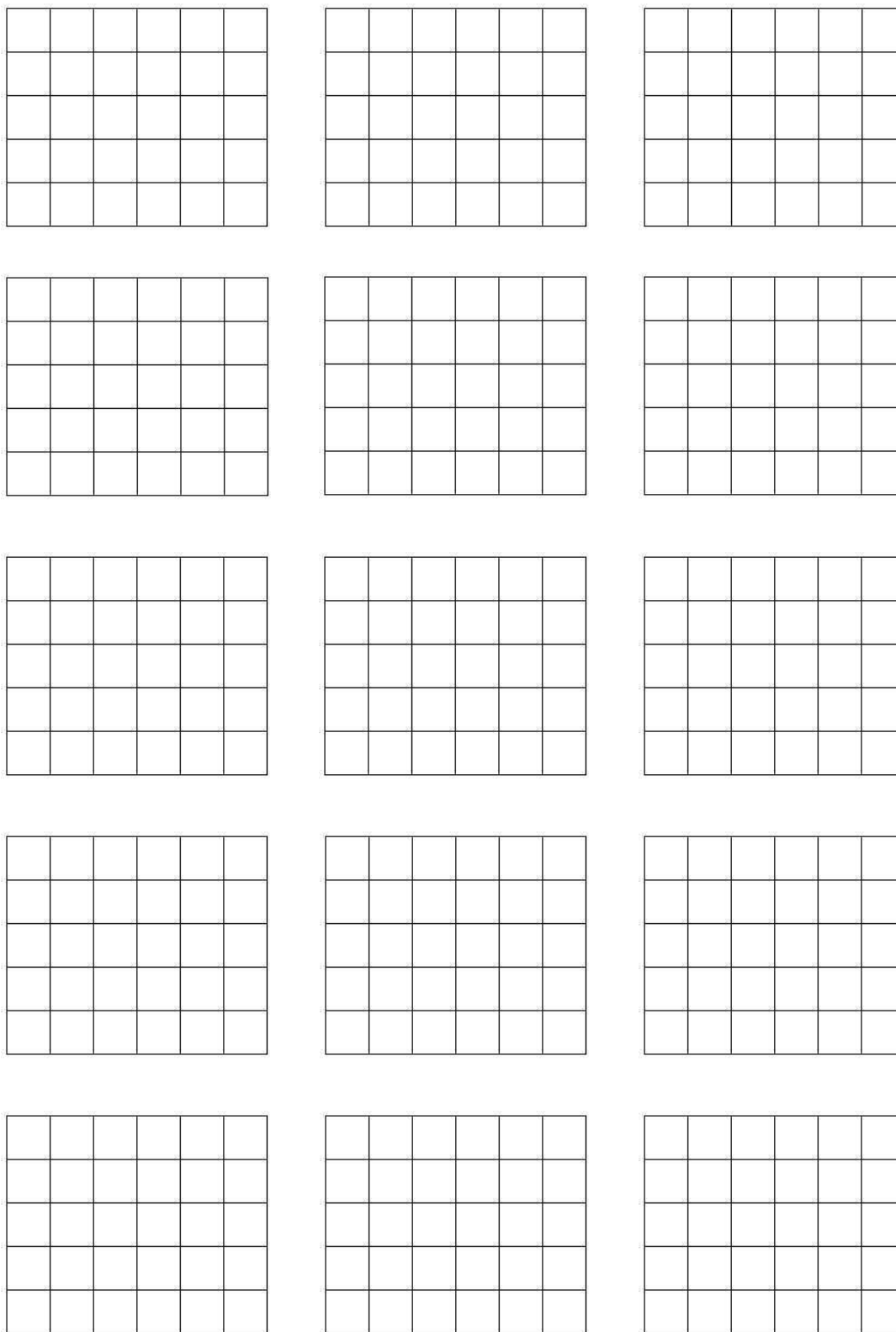
Precvičovanie učiva v kontexte príťažlivom pre žiakov. Vnútoraná motivácia žiakov súťaživosťou. Aktívna práca celej triedy. Spätaná väzba o úrovni vedomostí pre žiakov. Rozvoj strategického myslenia a predstavivosti (v rámci plánovania ťahov).

Ukážka 1 Ilustračný priebeh hry *Hadík*

			6	6	
	4	1	6	6	
3	4	4	5	5	
3	4		5	5	2
3				5	2

Vít'azí prvý hráč

Ukážka 2 Prázdne hracie plány pre hru *Hadik*



2 Hľadači pokladov

Tematické zaradenie hry:

Uvedená hra je vhodná pre tematický celok *Funkcie*.

Edukačné ciele hry:

Propedeutika súradníc bodu v pravouhlej sústave súradníc v rovine, rozvoj predstavivosti a strategického myslenia.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Žiaci pracujú v dvojčlenných družstvách. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Štvorčekový papier pre každého hráča.

Čas trvania hry: 15–20 min.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Obr. 2.1 Hrací plán pre hru *Hľadači pokladov*

Postup hry:

Učiteľ žiakom rozdá štvorčekový papier, na ktorý si žiaci vyznačia dva hracie plány napr. rozmerov 10 x 10. Každý riadok a stĺpec označia číslami od jedna do desať, rastúcimi smerom dole a doprava. Uvedené čísla napíšu nad príslušný stĺpec, resp. naľavo od príslušného riadku (*obrázok 2.1*). Použiť možno tiež skopírované hracie plány z *ukážky 5*.

Na úvod hry si každý zo žiakov zakreslí do jedného svojho hracieho plánu „poklady“. Podmienkou je, aby každý hráč dodržal rovnaký počet a rozmery pokladov a zakreslené poklady sa vzájomne nedotýkali, t.j. jeden poklad nebol zakreslený v štvorcoch siete susediacich s druhým pokladom (pozri *ukážku 3*). Nasleduje ťah hráčov, ktorý prebieha pre oboch súčasne.

Ťah má dve fázy. V prvej fáze si hráči naplánujú päť štvorcov siete, na ktoré sa chcú svojho súpera opýtať, či tam nie je poklad. Označenie štvorca spočíva v zadaní usporiadanej dvojice prirodzených čísel, označujúcej súradnice štvorca, kde hráč „hľadá

poklad“. Prvá súradnica predstavuje číslo radu, druhá číslo stĺpca štvorcovej siete. Prvá fáza ťahu preto spočíva v zapísaní piatich usporiadaných dvojíc na papier. Pre ľahšiu orientáciu si hráči môžu do zatiaľ prázdneho druhého pomocného hracieho plánu robiť bodky v štvorcoch, ktoré si zapisujú.

V druhej fáze ťahu sa vyhodnocuje úspešnosť hľadania pokladu. Protihráč oznámi, či v zadaných štvorcoch mal zakreslený poklad. V prípade, že hráč označil všetky štvorce predstavujúce celý daný poklad, protihráč oznámi jeho nájdenie. Úspešné pokusy pri svojom hľadaní si hráč zaznačí do pomocného hracieho plánu napr. vyfarbením daného štvorca; pokusy súpera si zaznačí do svojho plánu s pokladom. Po druhej fáze nasleduje ďalší ťah oboch hráčov a hra pokračuje, až kým niektorý nenájde všetky poklady súpera.

Hru vyháva ten z dvojice, ktorý nájde ako prvý všetky poklady na hracom pláne protivníka. (Môže nastať aj remíza, keď obaja hráči nájdu všetky poklady protivníka v tom istom ťahu.) Príklad stavu ukázkovej hry po prvom kole je v *ukážke 4*.

Záverečné vyhodnotenie:

Dvojica v lavici zapisuje vzájomné skóre, tento zápis odovzdajú vyučujúcemu. Za každú hru víťaz aj porazený získajú určitý počet bodov za aktivitu (napr. dva body pre víťaza, jeden bod pre porazeného). Hru možno tiež organizovať ako súťaž družstiev, tu sa zapisujú skóre zápasov, v ktorých sú vždy dvaja hráči z rôznych družstiev, pričom sa môže hrať systémom, že každý hráč z jedného družstva hrá dve hry s každým hráčom z iného družstva (dve hry opäť, aby sme zaistili, že každý z hráčov začína hru).

Prednosti danej hry:

Propedeutika súradníc bodu v pre žiakov zaujímavom podaní. Rozvoj predstavivosti a strategického myslenia. Aktívna práca celej triedy. Príťažlivosť kontextu hry a súťaživosť vnútorne motivujú žiakov.

Ukážka 3 Rozmiestnenie „pokladov“ v hre *Hľadači pokladov*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2			x	x					x	
3			x	x						
4						x	x	x		
5	x					x	x	x		
6										
7								x	x	
8			x					x	x	
9										
10										

Ukážka 4 Zoznam ťahov a ich vyhodnotenie po prvom kole ukážkovej hry

I. kolo; hráč A: [5,5] (zásah = vyfarbené políčko), [6,6], [5,7], [9,2], [9,9]

Hrací plán hráča A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2			x	x					x	
3			x	x				•		
4						x	x	x		
5	x					x	x	x		
6		•				•			•	
7							x	x		
8			x				x	x		
9										
10										

Pomocný hrací plán hráča A

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5					•			•		
6						•				
7										
8										
9		•							•	
10										

I. kolo; hráč B: [6,6], [6,2], [6,9], [3,4] (zásah = vyfarbené políčko), [3,8]

Hrací plán hráča B

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	x	x								
2	x	x								
3										
4					x	x				x
5					x	x	•			
6						•				
7		x								
8								x	x	
9		•				x		•	x	x
10									x	x

Pomocný hrací plán hráča B

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3				•				•		
4										
5										
6		•				•			•	
7										
8										
9										
10										

Ukážka 5 Prázdne hracie plány pre hru *Hľadači pokladov*

Hrací plán

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Pomocný hrací plán

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Hrací plán

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Pomocný hrací plán

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Hrací plán

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Pomocný hrací plán

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

3 Kocka so symbolmi

Tematické zaradenie hry:

Hra je určená pre *Rozvoj predstavivosti žiakov*.

Edukačné ciele hry:

Precvičovanie učiva zaoberajúceho sa sieťou kocky vo viacerých podobách. Rozvoj priestorovej predstavivosti žiakov.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Spolupracujú dvojice v laviciach. Učiteľ počas hry plní organizačnú a kontrolnú funkciu.

Materiálne prostredie: Zadanie a pomocné siete pre každú dvojicu žiakov (pozri *ukážku 6 a 7*), nožnice.

Čas trvania hry: 5–10 min.

Postup hry:

Úlohou žiakov je označiť, ktoré obrázky predstavujú sieť zadanej kocky. Pre uľahčenie umožníme podľa potreby žiakom vystrihnúť plášť zadanej kocky aj ostatných kociek a zložiť si ich. Hru organizujeme ako súťaž, vyhráva dvojica, ktorá najrýchlejšie správne odpovie. *V ukážke 6 prislúchajú zadanej kocke plášte c, g.*

Hrať možno aj vo variante, kde hrací plán obsahuje obrázky sietí viacerých kociek. Niektoré sú rôznymi sieťami tej istej kocky, pričom dvojica žiakov má za úlohu zoskupiť siete prislúchajúce jednotlivým kockám. *V ukážke 6 prislúchajú jednej kocke zadaná sieť, sieť c a sieť g. Druhej kocke prislúchajú siete b, d, f. Siete a, e, h sú všetko siete iných, navzájom rôznych kociek.*

Za účelom zľahčenia úlohy žiakom poskytneme pomocné siete, do ktorých si môžu žiaci siete z pôvodnej úlohy prekresliť (*ukážka 7*). Ak si do daných sietí zakreslíme siete zo zadanania hry, tak situáciu uľahčíme. Pre rozhodovanie o rovnakosti sa potom dá pre zjednodušenie pozrieť na siete v orientácii, kde si zodpovedá rozloženie dvoch susedných symbolov vo všetkých sieťach (napr. hviezda a napravo od nej slnko) a zistiť, ktorý je v danej orientácii siete následne symbol na ľavo od hviezdy. Zhodné môžu byť len tie kocky, kde je tento symbol v sieťach rovnaký. Či naozaj ide o siete jednej kocky následne overíme porovnaním ostatných vzájomne si zodpovedajúcich stien.

Závěrečné vyhodnotenie hry:

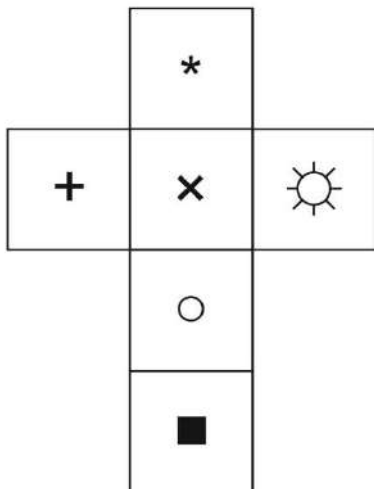
Za každú správne označenú sieť kocky získajú obaja z dvojice bod za aktivitu. Ako domácu úlohu môžeme žiakom zadať, aby na základe uvedených sietí skonštruovali modely kocky.

Prednosti danej hry:

Aktívna práca celej triedy. Rozvoj priestorovej predstavivosti žiakov. Spoznávanie siete kocky vo viacerých podobách.

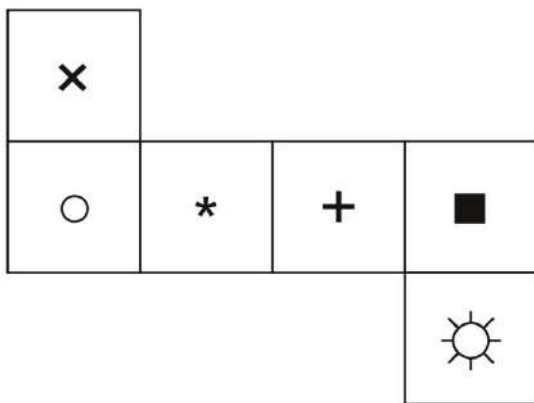
Ukážka 6 Zadanie k hre *Kocka so symbolmi*

Zadaná kocka

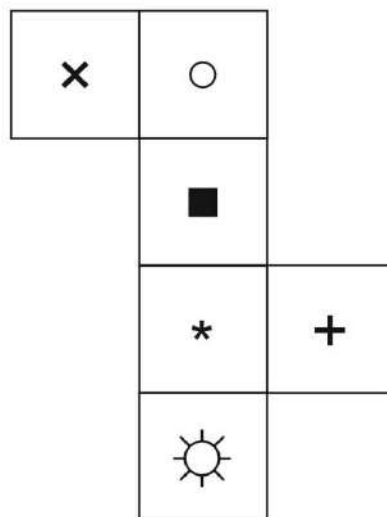


Nájdite v týchto obrázkoch siete zadanej kocky

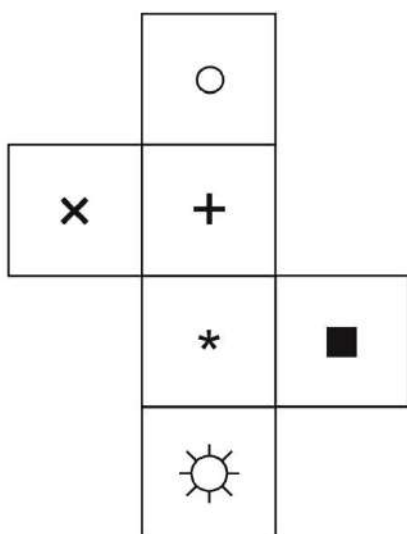
a)



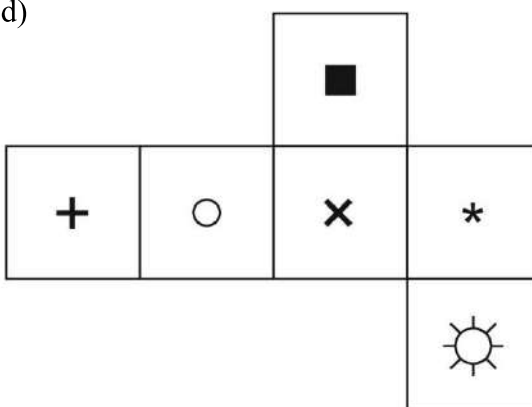
b)



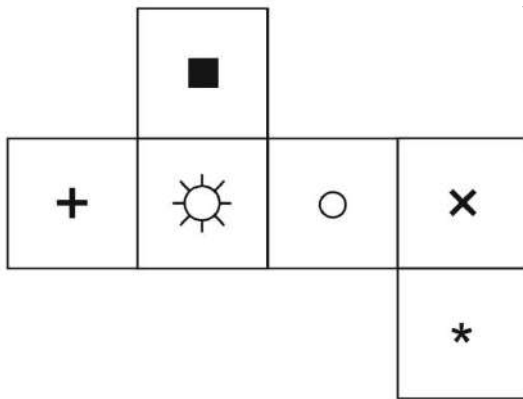
c)



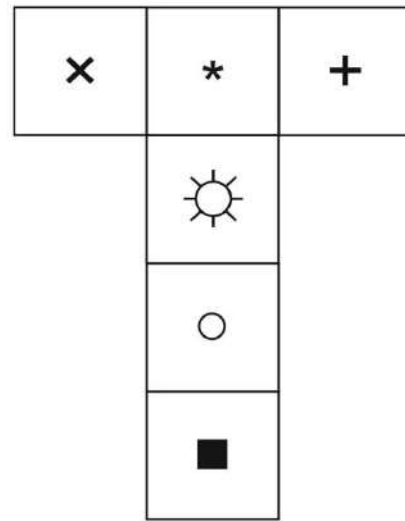
d)



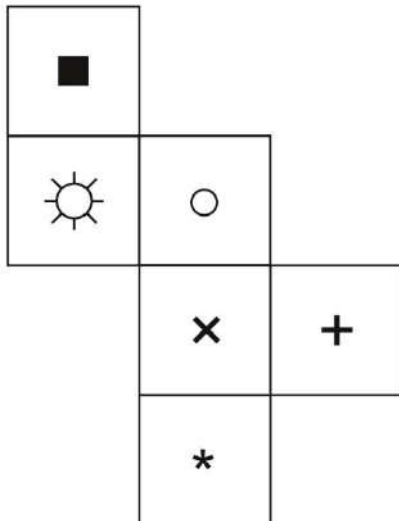
e)



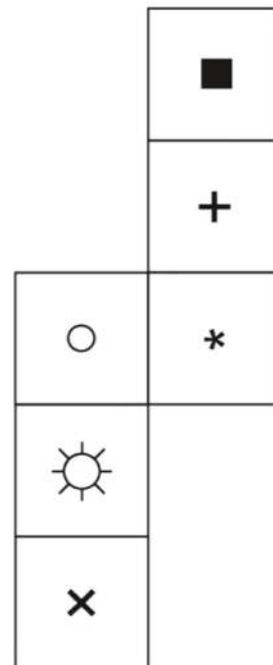
f)



g)

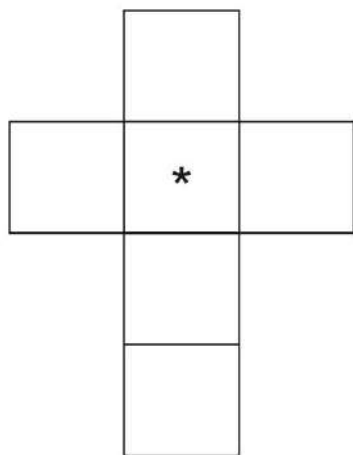


h)

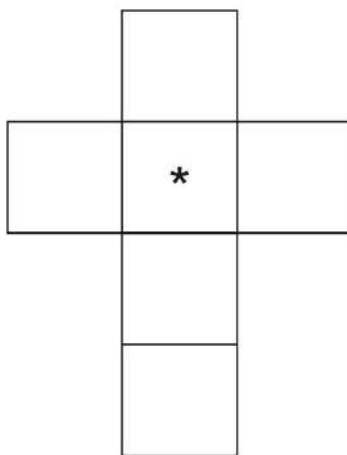


Ukážka 7 Pomocné siete k hre *Kocka so symbolmi*

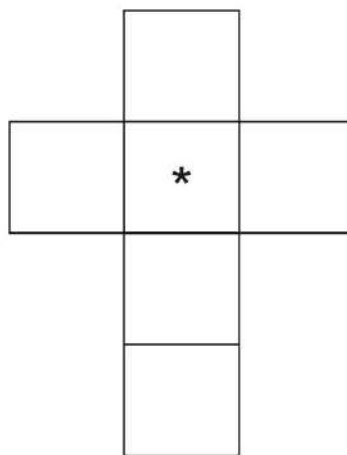
Zadaná kocka



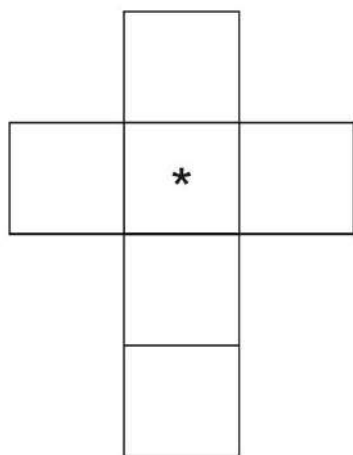
a)



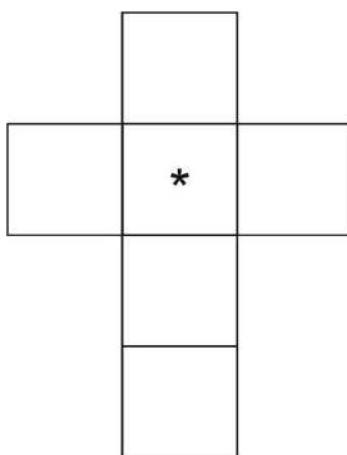
b)



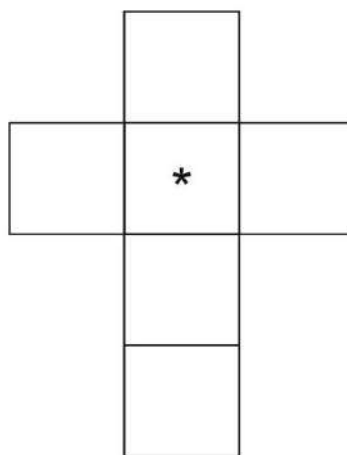
c)



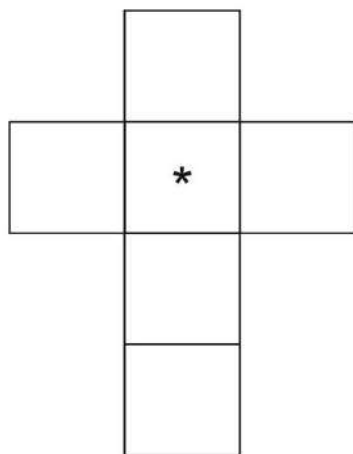
d)



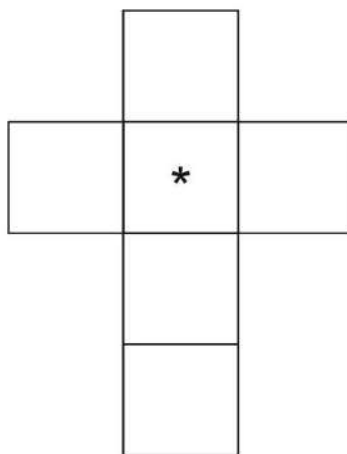
e)



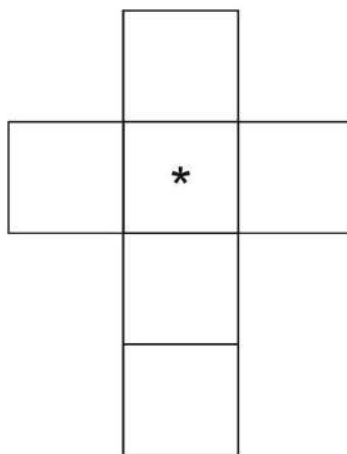
f)



g)



h)



4 Meteorický roj

Tematické zaradenie hry:

Hra je vhodná pre rozvoj predstavivosti žiakov v rovine a pre rozvoj geometrických zručností.

Edukačné ciele hry:

Rozvoj predstavivosti žiakov a rozvoj geometrických zručností.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Súťažia dvojice žiakov. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Čistý list papiera, pravítko bez uhlomeru, uhlomer.

Čas trvania hry: 5–20 min.

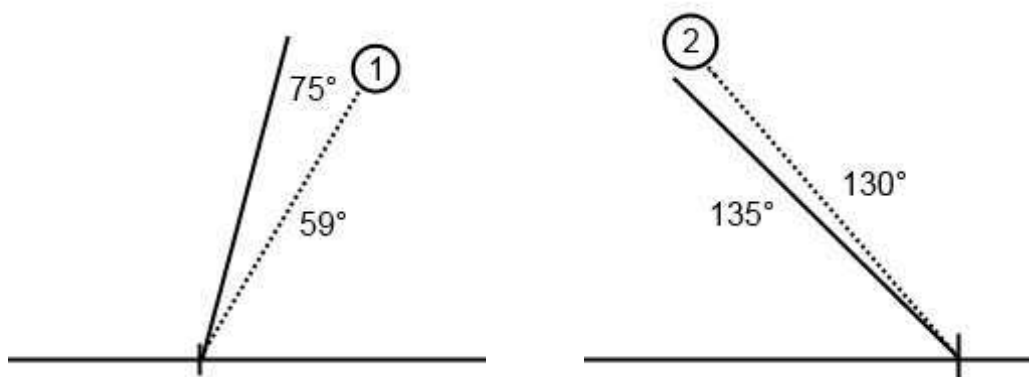
Postup hry:

Hru hrajú dvaja hráči. Začínajúci hráč narysuje pomocou pravítka na papier úsečku a na nej vyznačí bod. Daná úsečka predstavuje úroveň zeme a bod predstavuje základňu, z ktorej sa strieľajú lúče schopné zničiť meteory padajúce na zem. Následne nakreslí nad úsečkou krúžok s číslom jedna napísaným vnútri, predstavujúci prvý padajúci meteor. Úlohou druhého hráča je povedať, aký uhol má pôvodná úsečka a myslená úsečka spájajúca základňu a nakreslený meteor – táto úsečka predstavuje lúč, ktorý majú zo základne vystreliť. Po uvedení hodnoty hráči pomocou uhlomeru narysujú lúč a overia zásah. Meteor zasiahli, ak je daná hodnota v tolerancii plus mínus 5 stupňov. (Tolerancia sa môže prispôbiť podľa potreby.)

Následne prvý hráč zakreslí do nového obrázka ďalší meteor, predstavený krúžkom s číslom 2, pričom opäť druhý hráč háda uhol, ktorý má mať lúč. Správnosť odhadu sa overí. Tak sa pokračuje, až kým nebolo zakreslených napr. 5 meteorov. Počet zničených meteorov si hráči poznačia a vymenia si úlohy. Druhý hráč teraz zakresľuje meteory a prvý hráč háda uhol, pod ktorým má byť vystrelený lúč. To opakujú opäť pre 5 meteorov, počet zničených meteorov si poznačia a porovnajú. Hráč, ktorý zničil viac meteorov, víťazí. Príklad hry je zobrazený v *ukážke 8*.

Ukážka 8 Ilustračný priebeh hry *Meteorický roj*.

Pri prvom meteore hráč vystrelil lúč pod uhlom 75° , ale správne to malo byť 59° . Daný lúč preto netrafil. Pri druhom meteore hráč vystrelil lúč pod uhlom 135° a správne to malo byť 130° . Keďže je to v rámci tolerancie plus mínus 5 stupňov, tento výstrel sa považuje za zásah.



Záverečné vyhodnotenie:

Žiaci zapisujú skóre vzájomných hier. Za víťazstvo aj prehru získajú dopredu určený počet bodov za aktivitu (napr. tri body za výhru, jeden bod za prehru).

Prednosti danej hry:

Rozvoj predstavivosti a geometrických zručností v prostredí prít'azlivom pre žiakov.

5 Mosty

Tematické zaradenie hry:

Hra je vhodná pre rozvoj predstavivosti žiakov v rovine a tiež na zlepšenie logického a strategického myslenia.

Edukačné ciele hry:

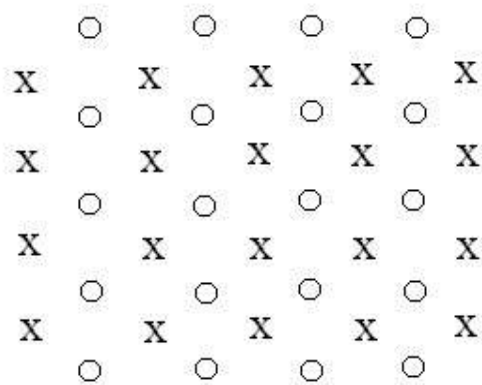
Rozvoj predstavivosti a strategického myslenia žiakov.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Súťažia dvojice žiakov v laviciach resp. hru možno zorganizovať ako súťaž družstiev, kde spolu súťažia protihráči z rôznych tímov. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Hrací plán pre každú dvojicu (obrázok 3.3).

Čas trvania hry: 15–20 min.



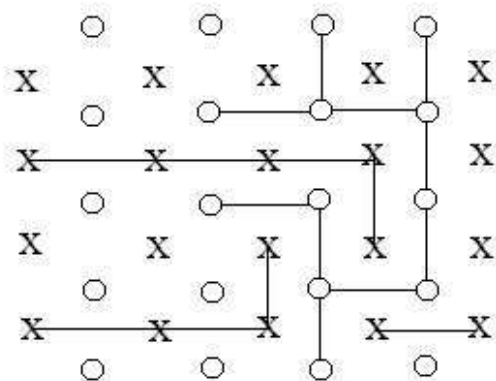
Obr. 5.1 Hrací plán k hre *Mosty*

Postup hry:

Ide o starú anglickú hru, pôvodný názov „Bridge it!“ v preklade znamená „Premosti to!“. Hru hrajú dvaja hráči na špeciálnom podklade (obrázok 5.1). Z takejto vzorky sa môže utvoriť i väčší priestor. Jeden hráč má symbol X, druhý má symbol O. Hráči striedavo spájajú svoj druh symbolov tak, že v rámci jedného ťahu smie hráč spojiť ľubovoľné dve svoje susedné symboly zvislou alebo vodorovnou čiarou. Táto spojnica sa však nesmie pretínať so žiadnou súperovou. Vyhráva hráč, ktorý prvý spojí neprerušovanou lomenou čiarou, ktorá vedie od symbolu k symbolu, dva protíahlé

krajné rady svojich symbolov. Konkrétne hráč so symbolom X spája zvislé krajné rady hracieho poľa a hráč so symbolom O vodorovné krajné rady hracieho poľa. Názov „Premosti to!“ je daný predstavou, že symboly sú piliere mostov. Hráč, ktorý mostom ako prvý spojí svoje dva protiľahlé brehy, víťazí. Príklad hry je uvedený v ukážke 9. Sada hracích plánov vhodná pre tlač za účelom hrania viacerých hier je v ukážke 10.

Ukážka 9 Ilustračný priebeh hry *Mosty*. Zvíťazil hráč so symbolom O.



Záverečné vyhodnotenie:

Hráči hrajú viac hier. Najmenší počet sú dve, aby sme zaistili, že každý hráč začína rovnaký počet hier. Žiaci zapisujú skóre vzájomných hier. Za víťazstvo aj prehru získajú dopredu určený počet bodov za aktivitu (napr. tri body za výhru, jeden bod za prehru). Hru možno tiež organizovať ako súťaž družstiev, tu sa zapíšu skóre zápasov, v ktorých sú vždy dvaja hráči z rôznych družstiev, pričom sa môže hrať systémom, že každý hráč z jedného družstva hrá dve hry s každým hráčom z iného družstva (dve hry opäť, aby sme zaistili, že každý z hráčom začína hru).

Prednosti danej hry:

Rozvoj strategického myslenia a predstavivosti (v rámci plánovania ťahov).

6 Písmeno L na cestách

Tematické zaradenie hry:

Hra je vhodná pre tematický celok *Stredová a osová súmernosť*.

Edukačné ciele hry:

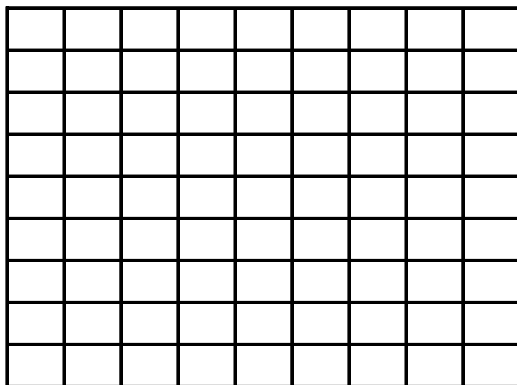
Precvičovanie zobrazovania útvaru v stredovej súmernosti. Overenie zvládnutia učiva. Rozvoj predstavivosti a strategického myslenia žiakov.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Spolupracujú dvojice žiakov v laviciach. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Štvorčekový papier.

Čas trvania hry: 15–20 min.



Obr. 6.1 Hrací plán k hre *Písmeno L na cestách*

Postup hry:

Učiteľ žiakom rozdá štvorčekový papier, na ktorý si žiaci vyznačia hrací plán napr. rozmerov 9 x 9 (*obrázok 6.1*). Použiť možno tiež skopírované hracie plány z *ukážky 12*. Žiak, ktorý je prvý na ťahu, nakreslí do hracieho plánu písmeno L, tvorené 4 štvorcami hracieho plánu. Druhý hráč si vyberie ľubovoľný mrežový bod, t.j. bod, kde sa pretínajú čiary štvorcovej siete a stredovou súmernosťou so stredom v tomto bode zobrazí L do jeho novej polohy. Prehráva hráč, ktorý nemôže písmeno L umiestniť do voľných štvorcov hracieho plánu. Ilustračný priebeh hry pozri v *ukážke 11*. V rámci nasledujúcej partie hry žiaci zmenia poradie, v ktorom začínali.

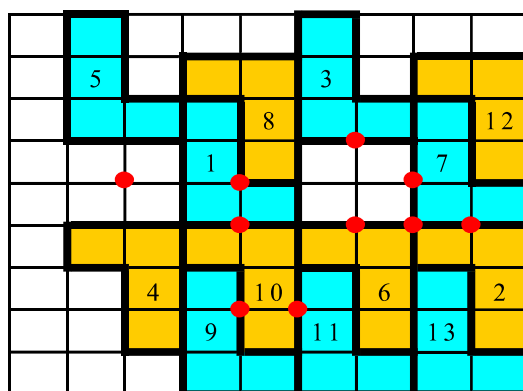
Závěrečné vyhodnotenie:

Hráči hrajú viac hier. Najmenší počet sú dve, aby sme zaistili, že každý hráč začína rovnaký počet hier. Žiaci zapisujú skóre. Za víťazstvo aj prehru získajú dopredu určený počet bodov za aktivitu (napr. tri body za výhru, jeden bod za prehru). Hru možno tiež organizovať ako súťaž družstiev, tu sa zapisujú skóre zápasov, v ktorých sú vždy dvaja hráči z rôznych družstiev, pričom sa môže hrať systémom, že každý hráč z jedného družstva hrá dve hry s každým hráčom z iného družstva (dve hry opäť, aby sme zaistili, že každý z hráčov začína hru).

Prednosti danej hry:

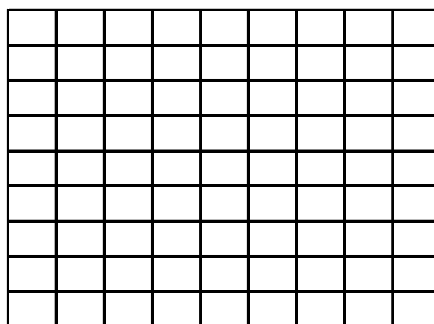
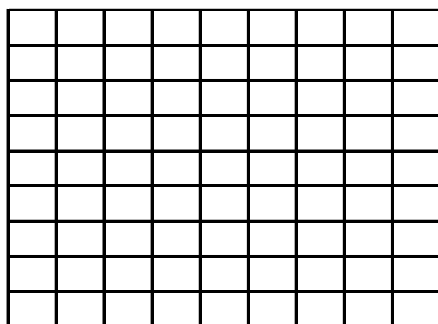
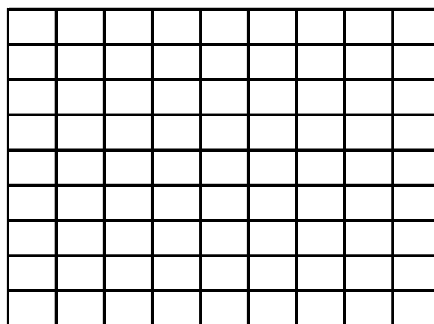
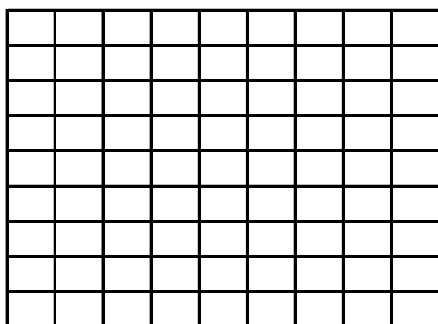
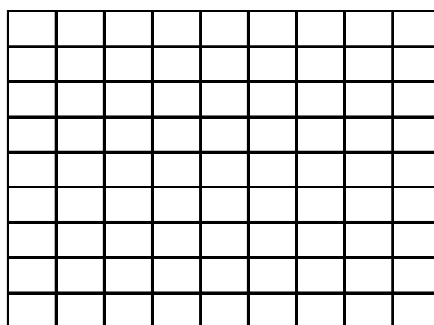
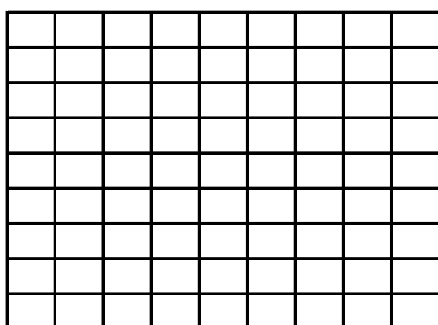
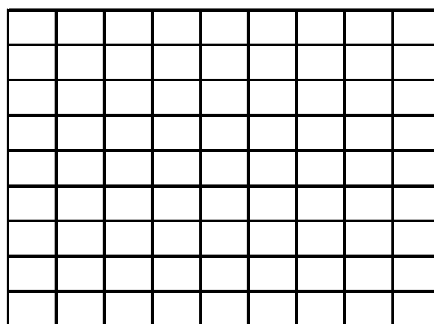
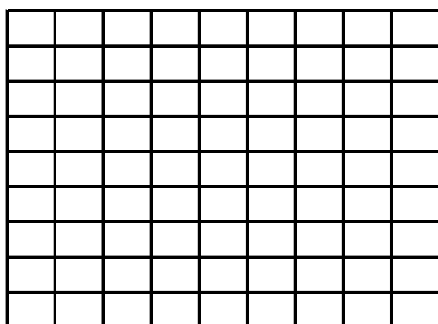
Precvičovanie učiva v pre žiakov prítlačlivom kontexte. Vnútoraná motivácia žiakov súťaživosťou. Aktívna práca celej triedy. Spätná väzba o zvládnutí stredovej súmernosti pre žiakov. Rozvoj strategického myslenia a predstavivosti (v rámci plánovania ťahov).

Ukážka 11 Ilustračný priebeh hry *Písmeno L na cestách*



Vítáží prvý hráč

Ukážka 12 Prázdne hracie plány pre hru *Písmeno L na cestách*



7 Potrubia

Tematické zaradenie hry:

Hra je vhodná pre rozvoj predstavivosti žiakov a tiež strategického myslenia v rámci plánovania ťahov.

Edukačné ciele hry:

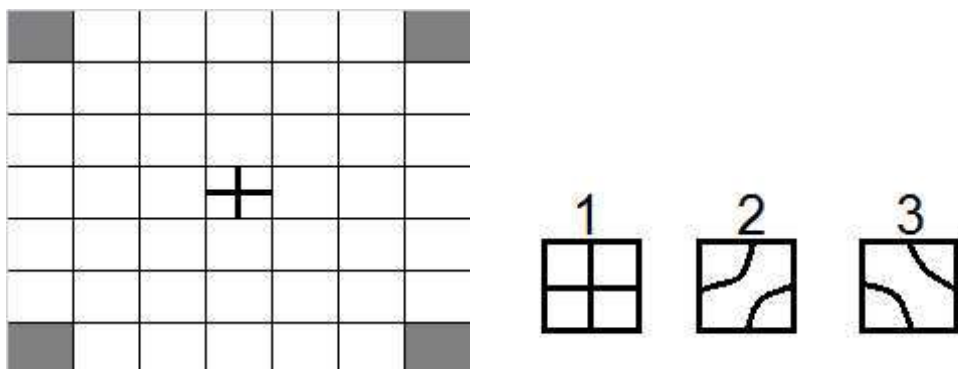
Rozvoj predstavivosti a strategického myslenia žiakov.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Súťažia dvojice žiakov v laviciach resp. hru možno zorganizovať ako súťaž družstiev, kde spolu súťažia protihráči z rôznych družstiev. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Hrací plán pre každú dvojicu (*obrázok 7.1*).

Čas trvania hry: 15–20 min.



Obr. 3.5 Hrací plán a možné typy potrubí k hre *Potrubia*

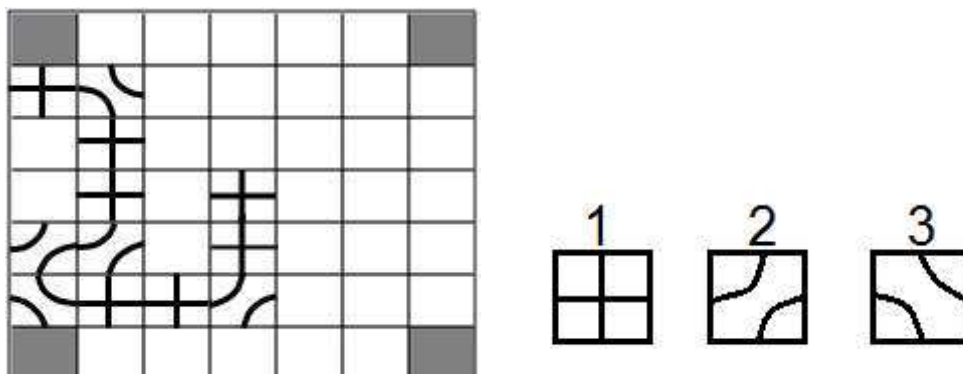
Postup hry:

Hru hrajú dvaja hráči na špeciálnom hracom pláne (*obrázok 7.1*). Cieľom každého hráča je čo najskôr dopraviť vodu do domčeka (tmavé políčka v rohu plánu) zo zdroja vody, ktorý sa nachádza v strede plánu. Voda prechádza prostredníctvom potrubí, v prikladaní ktorých sa hráči striedajú. Pred začiatkom každého kola si hráči vyberú 3 potrubia spomedzi troch typov 1, 2 a 3, zobrazených na *obrázku 7.1* tak, aby súper nevidel na výber počas ich voľby. Následne sa vybrané potrubia odkryjú a nasleduje hra.

Stredné pole hracieho plánu označené krížom predstavuje zdroj vody. Začínajúci hráč napojí na zdroj niektoré zo svojich vybraných potrubí. Druhý hráč priloží k tomuto potrubiu svoje, opäť si vyberá z typov potrubí, ktoré si zvolil. Potrubie sa prikladá vždy k časti predchádzajúceho, v ktorej sa „nachádza voda“, t.j. je napojená súvislou krivkou na stredné pole hracieho plánu. (Pri type potrubia tvaru kríža voda prúdi priamo; nezatača.) Následne hráči po jednom prikladajú jednotlivé potrubia z pomedzi svojich vybraných, ktoré ešte nepoužili a striedajú sa v ťahu po každom priloženom kuse.

Minutím troch vybraných potrubí oboma hráčmi končí prvé kolo. V prípade, že sa v prvom kole nepodarí vodu dopraviť do domčeka, no hráči stále nevyšli z plánu, vyberajú si znovu po 3 potrubia a v hre pokračujú. Hráč, ktorý ako prvý privedie vodu do domčeka vyhráva. Naopak, ak sa niekomu podarí vyjsť mimo hracieho plánu, automaticky prehráva. Príklad hry je uvedený v *ukážke 13*. Sada hracích plánov vhodná na skopírovanie za účelom hrania viacerých hier je v *ukážke 14*.

Ukážka 13 Ilustračný priebeh hry *Potrubia*.



Priebeh ukážkovej hry: výber potrubí označujeme ich číslom, tie zapisujeme v poradí, v ktorom boli zahraté.

I. kolo: prvý hráč – 1, 1, 3 (Prvý hráč si vybral dva potrubia typu 1 a jedno potrubie typu 3, ako prvý zahrál potrubie 1, v svojom druhom ťahu zahrál opäť potrubie 1 a v treťom ťahu zahrál potrubie 3.); druhý hráč – 2,1, 2.

II. kolo: prvý hráč – 2, 1, 1; druhý hráč – 1, 3, (2). Po treťom ťahu prvého hráča hra skončila, keďže tento bol nútený vodu vyviešť mimo hracieho plánu, preto k tretiemu ťahu druhého hráča nedošlo. **Hru vyhral druhý hráč.**

Závěrečné vyhodnotenie:

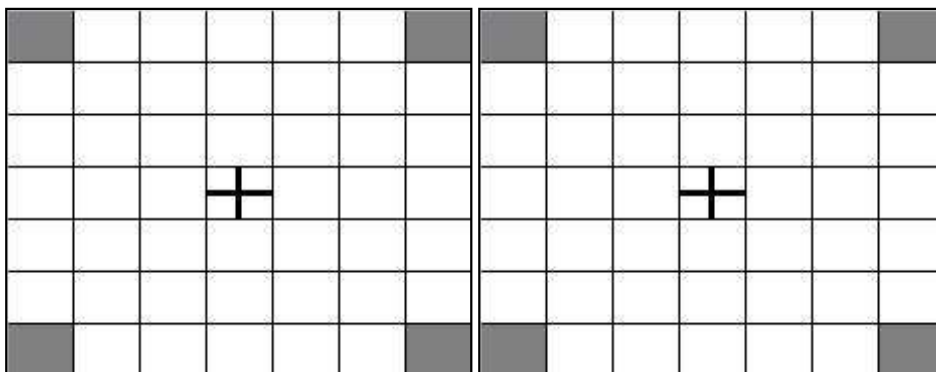
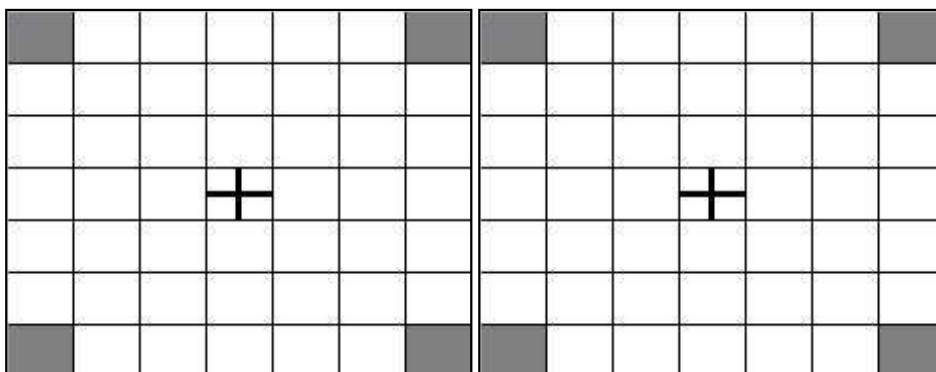
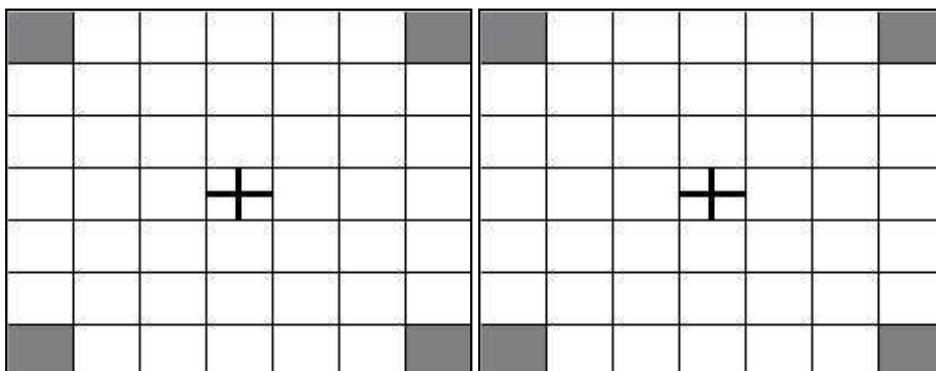
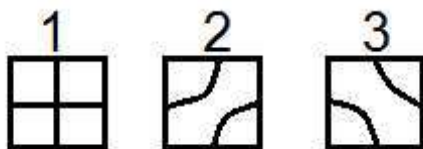
Hráči hrajú viac hier. Najmenší počet sú dve, aby sme zaistili, že obaja začínali rovnaký počet hier. Žiaci zapisujú skóre vzájomných hier. Za víťazstvo aj prehru získajú dopredu určený počet bodov za aktivitu (napr. tri body za výhru, jeden bod za prehru). Hru možno tiež organizovať ako súťaž družstiev, tu sa zapisujú skóre zápasov, v ktorých sú vždy dvaja hráči z rôznych družstiev, pričom sa môže hrať systémom, že každý hráč z jedného družstva hrá dve hry s každým hráčom z iného družstva (dve hry opäť, aby sme zaistili, že každý z hráčov začína hru).

Prednosti danej hry:

Rozvoj predstavivosti a strategického myslenia (v rámci plánovania ťahov).

Ukážka 14 Sada hracích plánov k hre *Potrubia*.

Typy potrubí:



8 Stavitelia

Tematické zaradenie hry:

Uvedená hra je vhodná pre tematické celky *Obvod geometrických útvarov*, *Obsah geometrických útvarov* a *Objem a povrch geometrických útvarov*.

Edukačné ciele hry:

Rozvoj priestorovej predstavivosti a zručnosti v geometrických konštrukciách. Precvičovanie premieňania jednotiek dĺžky, obsahu a objemu. Návrik výpočtu obsahu a objemu.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Celá trieda je rozdelená na družstvá po 5–6 žiakov. Hrá sa na asfaltovom ihrisku resp. inej vhodnej ploche. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Plán konštrukcie pre každé družstvo (*ukážka 15, 16, 17*). Kriedy vhodné na kresbu na asfalt. Pásové meradlo pre každé družstvo.

Čas trvania hry: 40 min, hra dáva námet aj na prácu v rámci viacerých hodín matematiky.

Postup hry:

Učiteľ pripraví pre každé družstvo jednoduchý konštrukčný plán. (Môže ísť o plán domu, bludiska, parku...) Na pláne sú rozmery uvedené v rôznych jednotkách dĺžky. Úlohou družstiev je na asfaltovom ihrisku pomocou kriedy „skonštruovať“ stavbu v mierke $1 : 10$. Keď je stavba hotová, učiteľ ju „skolauduje“ a prideli žiakom úlohy, napr. vypočítať obsahy jednotlivých častí stavby, objem stavby pri zadanej výške múrov a pod. Takéto sprievodné úlohy možno riešiť aj na nasledujúcej hodine matematiky. (Týkajúce sa napr. nákladov na namaľovanie stavby, možnosti zmeniť rozmery stavby a tak zmenšiť náklady a pod.)

Uvedenú hru možno hrať aj v triede, stavbu žiaci realizujú kriedou na tabuľu resp. rysovacími pomôckami na výkres. V tomto variante treba pri tvorbe konštrukčných plánov zohľadniť počet družstiev a vhodné rozmery „stavby“.

Pri plánoch bludiska v *ukážke 2* nie sú uvedené rozmery, ale na postupe jeho konštrukcie možno žiakom prezentovať algoritmus a tak rozvíjať ich schopnosť používať algoritmy, ktorá je pre matematiku veľmi cenná. Po skonštruovaní bludiska je potom

možné usporiadať súťaž, ktorý zo žiakov prebehne bludiskom, nakreslením kriedou na asfalte, ako prvý. Tým spojíme rozvoj priestorovej predstavivosti a algoritmického myslenia s pohybovou aktivitou, príťažlivou pre žiakov. Túto súťaž je možné realizovať aj v bludisku z ukážky 3, ktoré bolo vytvorené v programe MS Excel, ktorý je jednoduchým nástrojom na tvorbu obdĺžnikových bludísk.

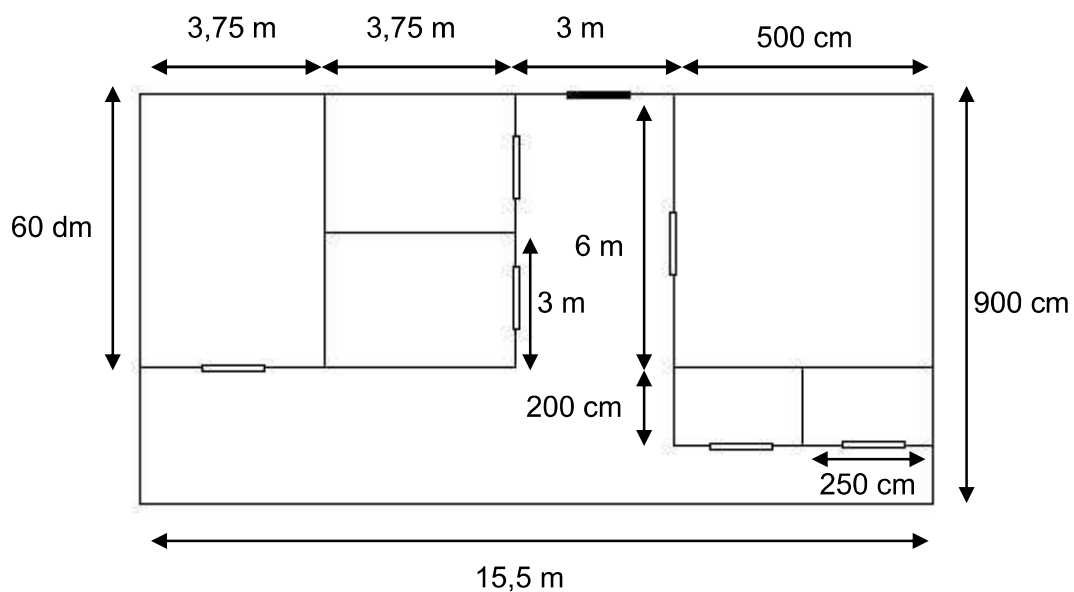
Záverečné vyhodnotenie:

Na základe správnosti „konštrukcie stavby“ a riešenia zadaných úloh získa každý člen družstva určitý počet bodov za aktivitu.

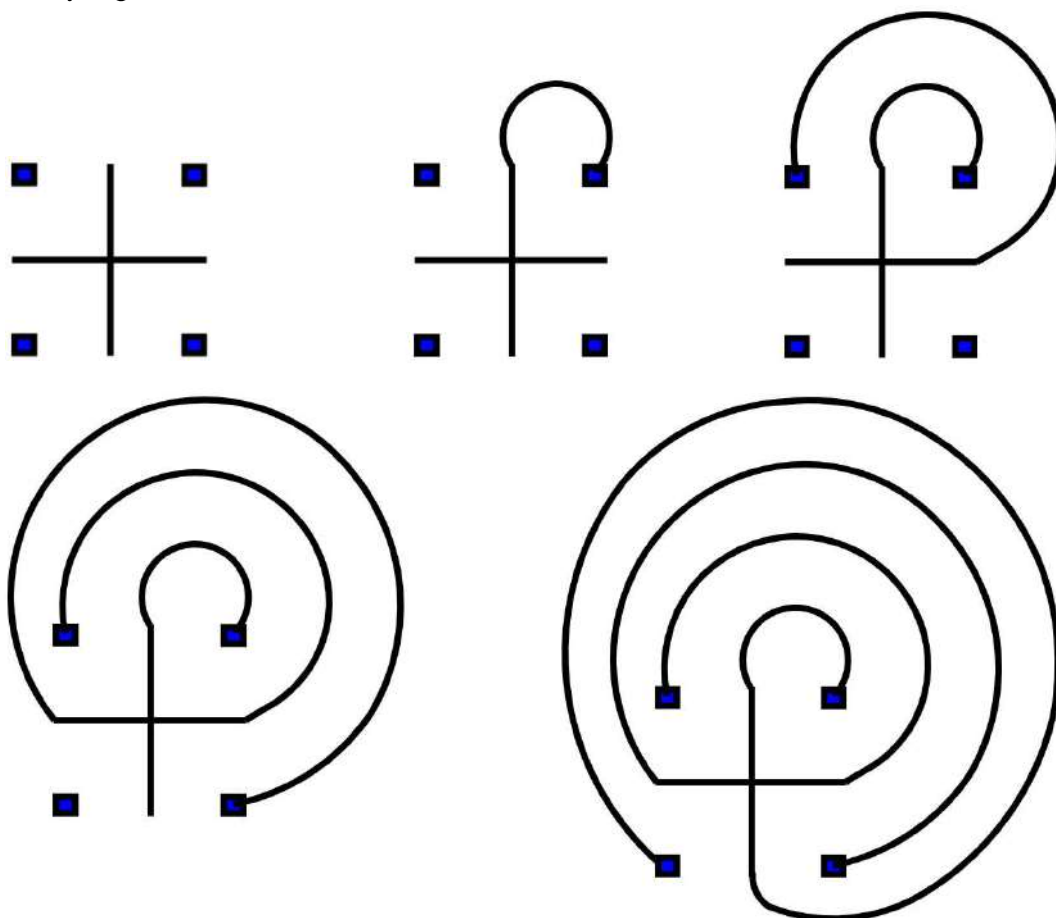
Prednosti danej hry:

Aktívna práca žiakov v motivujúcom a prirodzenom kontexte. Rozvoj rozmanitých zručností žiakov. Budovanie schopnosti tímovej spolupráce.

Ukážka 15 Konštrukčný plán k hre *Stavitelia*



Ukážka 16 Plán bludiska s jedným otvorom k hre *Stavitelia*, ktorý obsahuje jednoduchý algoritmus na konštrukciu bludiska



9 Symetrické obrazy

Tematické zaradenie hry:

Táto hra je vhodná pre tematický celok *Stredová a osová súmernosť*.

Edukačné ciele hry:

Precvičovanie zobrazovania pomocou osovej súmernosti. Overenie zvládnutia učiva.
Rozvoj predstavivosti žiakov.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Žiaci pracujú samostatne. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Materiálne prostredie: Neúplné obrazy v štvorcovej sieti pre každého žiaka.
(ukážka 18).

Čas trvania hry: 15–20 min.

Postup hry:

Úlohou žiakov je dokresliť obrazy umiestnené v štvorcovej sieti. Chýbajúca časť obrazu je osovo súmerná so zadanou časťou podľa vyznačenej osi súmernosti.

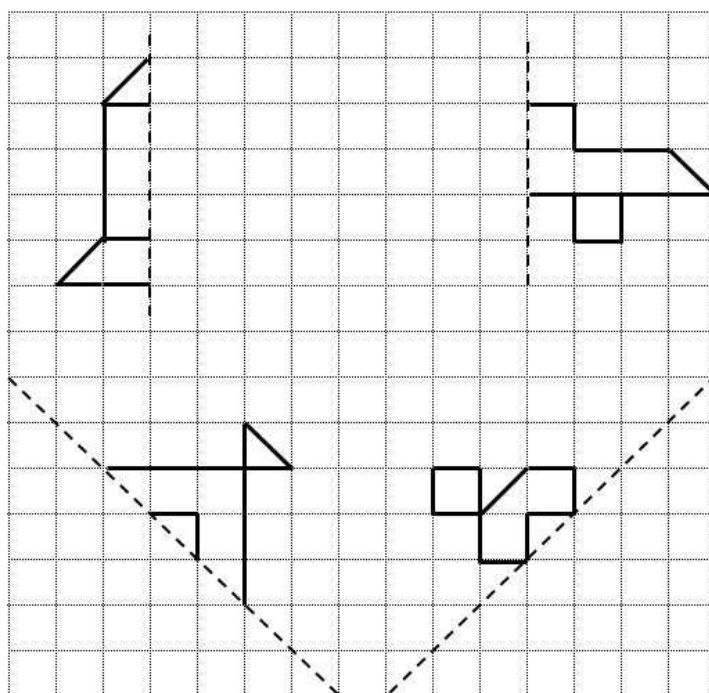
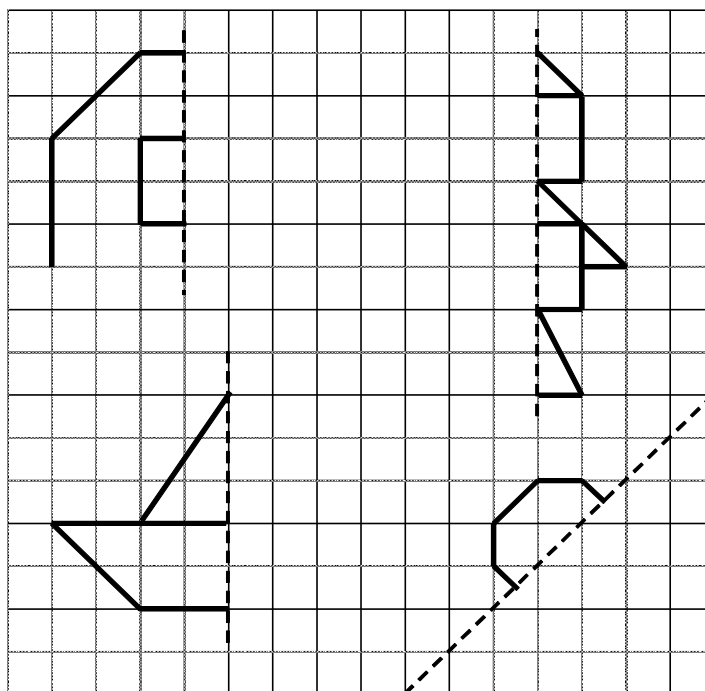
Záverečné vyhodnotenie:

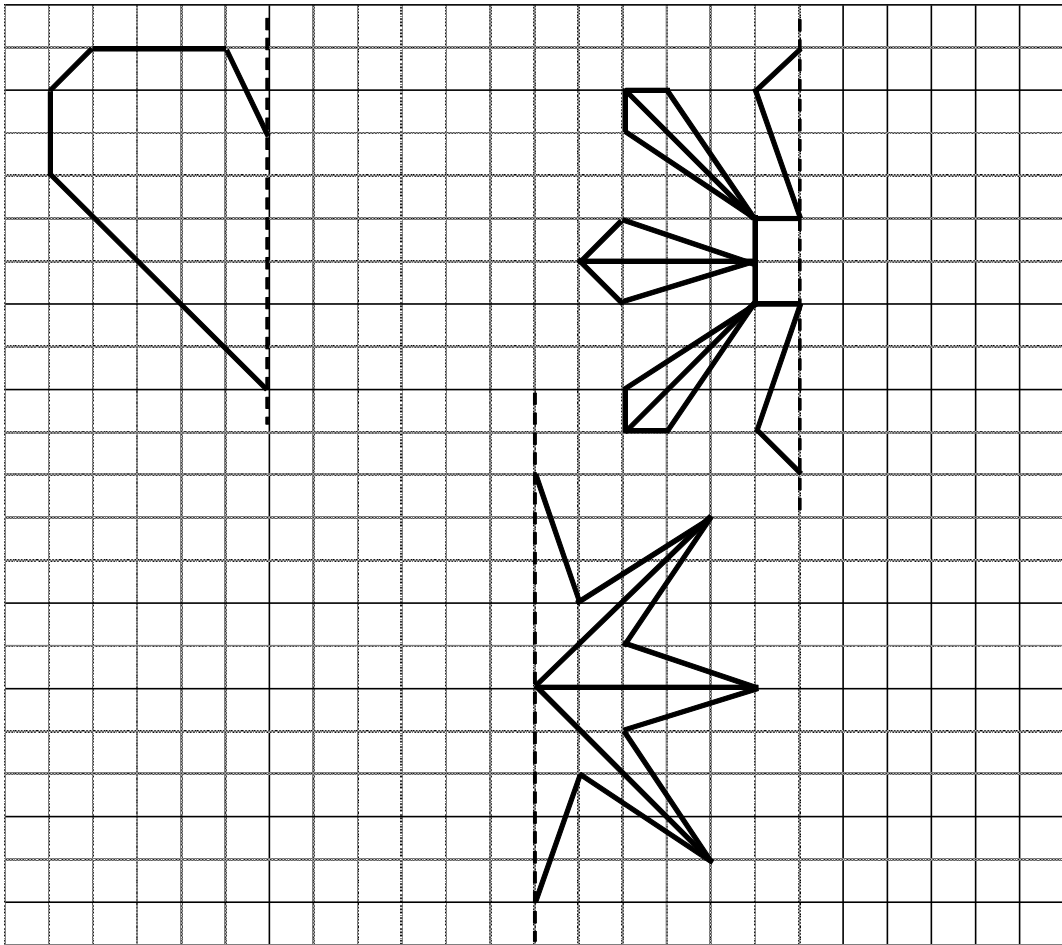
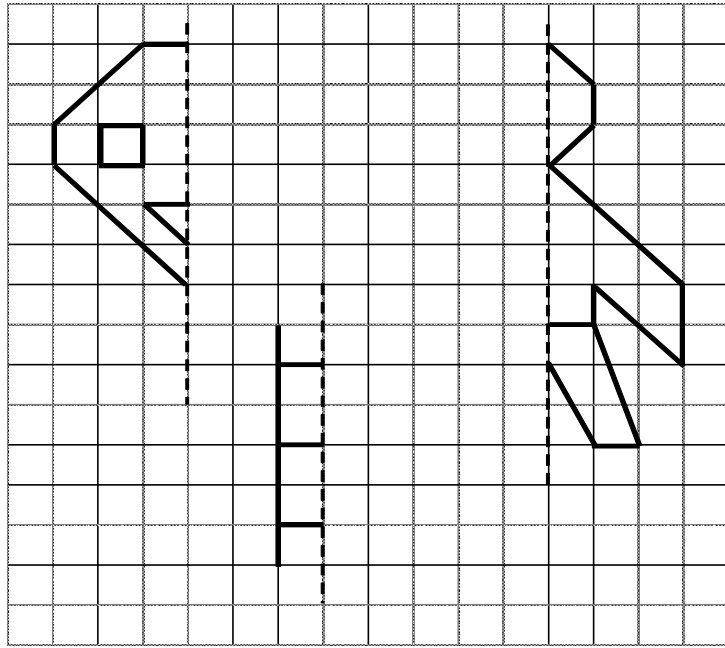
Za každý správne dokreslený obraz získajú žiaci určitý počet bodov za aktivitu (v závislosti od náročnosti obrazu).

Prednosti danej hry:

Aktívna práca všetkých žiakov. Precvičovanie osovej súmernosti v pre žiakov prítlačlivom podaní. Spätná väzba o úrovni vedomostí pre žiakov aj pre učiteľa.
Rozvoj predstavivosti žiakov.

Ukážka 18 Zadania k hre *Symetrické obrazy*





10 Symetrické piškvorky

Tematické zaradenie hry:

Uvedená hra je vhodná pre *Rozvoj predstavivosti žiakov*.

Edukačné ciele hry:

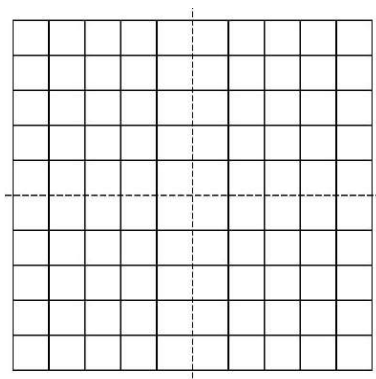
Rozvoj priestorovej predstavivosti žiakov. Hra rozvíja kombinačné a strategické myslenie žiakov.

Prostredie hry:

Žiaci a učiteľ: Hrajú dvojice v laviciach. Učiteľ plní organizačnú a kontrolnú úlohu.

Čas trvania hry: 5–15 min.

Materiálne prostredie: Štvorčekový papier.



Obr. 10.1 Hrací plán k hre *Symetrické piškvorky*

Postup hry:

Na úvod dvojiciam rozdáme štvorčekový papier, na ktorom si hráči vyznačia hraciu plochu rozmeru 10 x 10 s dvoma naznačenými osami symetrie – zvislou a vodorovnou (*obrázok 10.1*), resp. použijú sa skopírované hracie plány z *ukážky 20*. Hráči sa striedajú v ťahu, ktorý spočíva v zapísaní svojho symbolu (X resp. O) do voľného poľa danej štvorcovej sady. Po zapísaní symbolu si hráč vyberie jednu z osí symetrie (označené čiarkovane) a dokreslí symbol symetrický podľa tejto osi do voľného poľa hracej siete.

Ak dané pole nie je voľné, tak hráč svoj symbol pridá do ľubovoľného voľného poľa susedného s pôvodným poľom, do ktorého mal symbol pridať. Za susedné pole sa považuje pole susedné v smere vertikálnom, horizontálnom aj po uhlopriečke. Ak žiadne zo susedných polí nie je voľné, hráč svoj symbol môže pridať do voľného poľa vzdialeného o dva štvorce od pôvodného poľa, do ktorého mal symbol pridať, opäť vo všetkých možných smeroch. Ak by nebolo ani tu žiadne pole voľné, postupujeme

analogicky s narastaním vzdialenosti potencionálnych polí na pridanie o jedna, pričom vzdialenosť vždy určujeme od poľa, do ktorého sme mali pridať pôvodný symbol.

Cieľom hráča je dosiahnuť, aby päť jeho symbolov bolo umiestnených za sebou v ľubovoľnom smere (zvislo, vodorovne, uhlopriečne). Hráč, ktorý to dosiahol ako prvý, vyhráva. V nasledujúcej hre žiaci zmenia poradie, v akom hru začínali. Príklad hry je v ukážke 19.

Záverečné vyhodnotenie:

Hráči hrajú viac hier. Najmenší počet sú dve, aby sme zaistili, že každý hráč začínal rovnaký počet hier. Dvojica v lavici si zapisuje vzájomné skóre, tento zápis odovzdajú vyučujúcemu. Za každú hru víťaz aj porazený získajú istý počet bodov za aktivitu (napr. tri body pre víťaza, jeden bod pre porazeného).

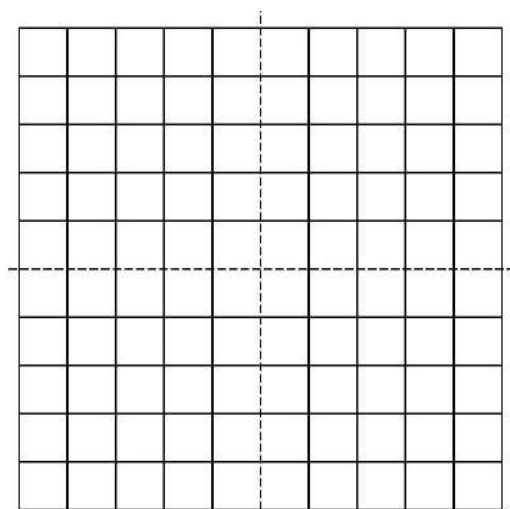
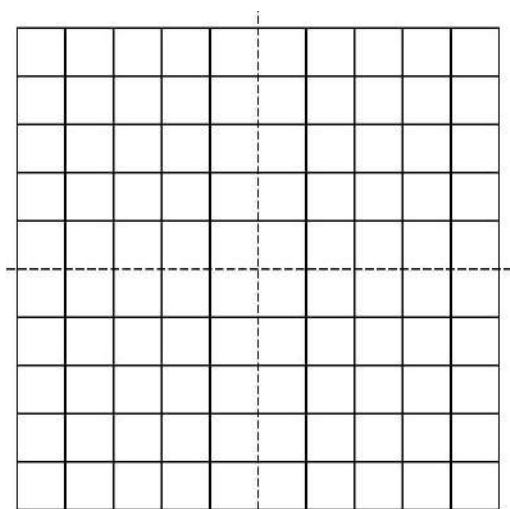
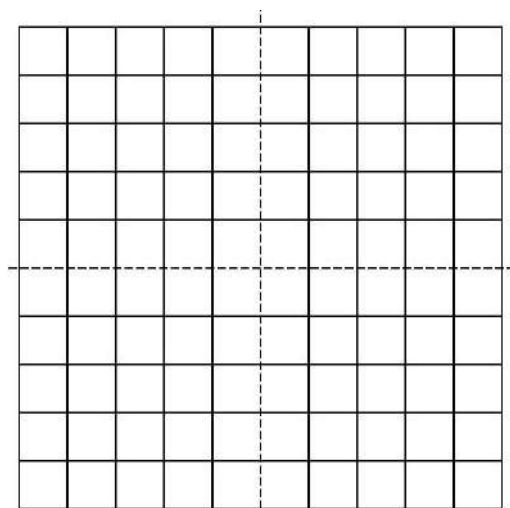
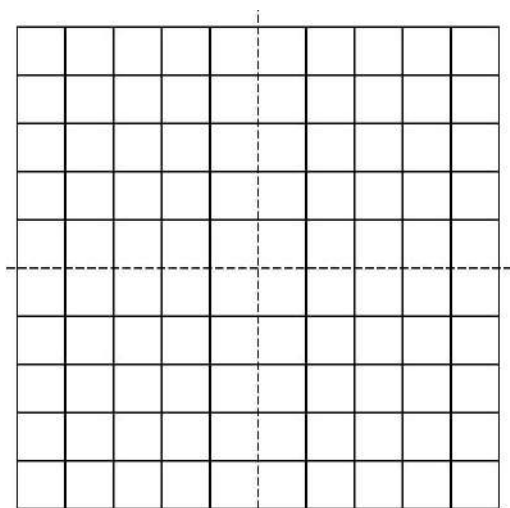
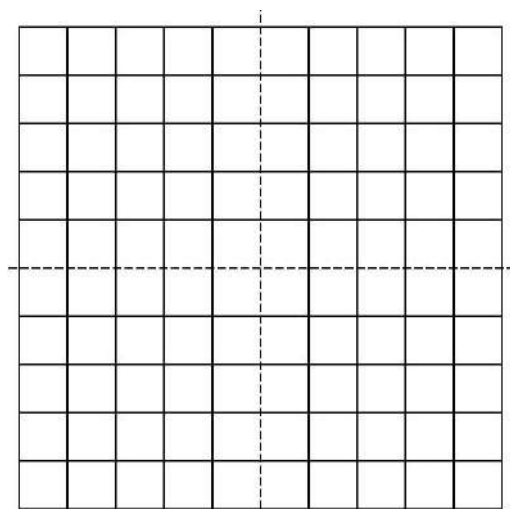
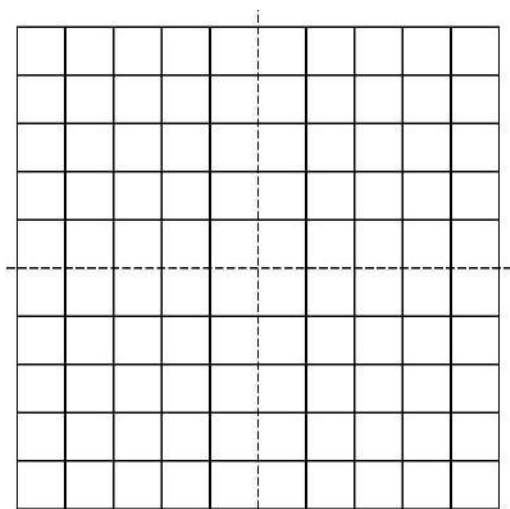
Prednosti danej hry:

Rozvoj priestorovej predstavivosti hravou formou. Aktívna práca celej triedy, vnútorná motivácia žiakov súťaživosťou.

Ukážka 19 Príklad hry *Symetrické piškvorky*, vyhral prvý hráč so symbolom X

o									
				o	o				
		o	o	x	x	o			
		x	x	o	o	x			
		o	x	x	x	x	o		
		o	x	x	x	o			
		x	o	o	o	x			
	x	x					x	x	
o									

Ukážka 20 Prázdne hracie plány pre hru *Symetrické piškvorky*



Použitá literatúra

- Afari, E., Aldridge, J.M., Fraser, B.J. et al. (2013). Students' perceptions of the learning environment and attitudes in game-based mathematics classrooms. *Learning Environ Res* 16, 131–150 (2013).
- Brincková, J., Uherčíková, V., & Vankúš, P. (2013). *Netradičné metódy rozvíjania predstavivosti v matematike*. Bratislava: KEC FMFI UK, 2013, ISBN 978-80-8147-019-6.
- Burjan, V., Bachratá, K., & Bachratý, H. (1986). *Odborný program matematických krúžkov na II. stupni ZŠ, I. časť*. Bratislava: Pedagogický ústav mesta Bratislavy.
- Burjan, V., Bachratá, K., & Bachratý, H. (1987). *Odborný program matematických krúžkov na II. stupni ZŠ, II. časť*. Dostupné z <http://www.ingenium.sk/materialy/Kruzky.zip>
- Byun, J.H., & Joung, E. (2018). Digital game-based learning for K-12 mathematics education: A meta-analysis. *School Science and Mathematics*. doi: 118.10.1111/ssm.12271.
- Davis B.L., Maclagan D., & Vakil, R. (2003). The Card Game SET, *The Mathematical Intelligencer* 25 no. 3, 33-40.
- Hamden H., Shamsurya B. & Zulkipli, N., & Mohamad, F. S. (2022). The Effects of Non-Digital Game-Based Learning and Cognitive Level of Questions on Isometric Transformations. *Asian Journal of University Education*. 18. 34-50. doi: 10.24191/ajue.v18i1.17167.
- Hejný, V. & Hejný, M. (1977). *Pracovné materiály školiaceho strediska TMM*. Dostupné z <http://www.ingenium.sk/materialy/Skripta.zip>

- Ke, F., & Grabowski, B. (2007). Gameplaying for maths learning: Cooperative or not?. *British Journal of Educational Technology*. 38. 249 – 259.
doi: 10.1111/j.1467-8535.2006.00593.x.
- Naik, N. (2014). Non-digital game-based learning in the teaching of mathematics in higher education. In C. Busch (Ed.), *Proceedings of the European Conference on Games-based Learning* (pp. 431-436). (Proceedings of the European Conference on Games-based Learning; Vol. 2). DECHEMA.
- Naik, N. (2017). The use of GBL to teach mathematics in higher education. *Innovations in Education and Teaching International*, 54(3), 238–246.
doi: 10.1080/14703297.2015.110885
- Olléová, V. (2013). *Matematické učiteľské sústredenie ako zdroj aktivizujúcich metód vo vyučovaní matematiky*. [Bakalárska práca]. Univerzita Komenského v Bratislave. Získané 9.11. 2022
z <https://opac.crzp.sk/?fn=docviewChild0005B1F2>
- Russo, J., Bragg, L., & Russo, T. (2021). How primary teachers use games to support their teaching of mathematics. *International Electronic Journal of Elementary Education*. 13, 407–419. doi: 10.26822/iejee.2021.200.
- Shah, M., Foster, A., Scottoline, M., & Duvall, M. (2014). Pre-service teacher education in game-based learning: Analyzing and integrating Minecraft.
- Vankúš, P. (2012). *Didaktické hry v matematike = Didactic Games in Mathematics*. Bratislava: KEC FMFI UK, 144 s., ISBN 978-80-8147-002-8.
- Vankúš, P. (2016). *Efektívnosť vyučovania matematiky metódou didaktických hier: učebné materiály*. Bratislava: KEC FMFI UK, 96 s., ISBN 978-80-8147-074-5.

Vankúš, P. Influence of Game-Based Learning in Mathematics Education on
Students' Affective Domain: A Systematic Review. *Mathematics* 2021, 9, 986.
doi: 10.3390/math9090986

Záver publikácie

V predkladanej publikácii sa mohol čitateľ oboznámiť s niektorými pohľadmi na postoje študentov k matematike. Vzhľadom na šírku tejto problematiky boli rozmanité aj smery, ktoré sme v knihe skúmali. Jednalo sa o postoje budúcich učiteľov matematiky k jej vyučovaniu. Zaoberali sme sa tiež vplyvmi používania videohier na postoje študentov k matematike a rozvoj ich matematického myslenia. Ďalej sme študovali problematiku postojov budúcich učiteľov k matematiky v oblasti používania aktívnych vyučovacích metód. Tu sme sa venovali najmä aplikáciám hrového vyučovania. Tie sú v štúdiu budúcich učiteľov matematiky na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave obsiahnuté v predmete Učiteľské sústredenie. Pre čitateľa ponúkame tiež konkrétne ukážky hier použiteľných pri vyučovaní matematiky v školskej praxi.

Obsahová rozmanitosť našej knihy pokrýva niektoré aspekty problematiky postojov študentov k matematike. Mnohé iné aspekty tejto komplexnej a širokej témy sa nám vzhľadom na obmedzený rozsah práce nepodarilo pokryť. V uvedenej tematike je veľký priestor na ďalšie vedecké štúdie. Ich oprávnenosť je podložená dôležitosťou postojov pre rozvoj budúceho učiteľa matematiky. Veríme preto, že naša publikácia bude podnetom pre ďalšie širšie skúmanie tejto oblasti, ktorá si túto pozornosť jednoznačne zaslúži.

Publikácia ako taká vznikla autorským vkladom riešiteľov projektu KEGA č. 007UK-4/2020 *Výskum vývoja postojov budúcich učiteľov matematiky s cieľom inovácie ich vysokoškolskej prípravy*. Kniha je dôstojným naplnením cieľov projektu identifikovať zlomové body vo vysokoškolskej príprave budúcich učiteľov matematiky, ktoré ovplyvňujú ich názory a postoje na ciele vyučovanie matematiky. Na základe toho sme zostavili odporúčania, ktoré povedú k inovácii vysokoškolskej prípravy. To sme realizovali najmä inováciou a posilnením predmetu Učiteľské sústredenie. V neposlednom rade je táto práca prezentáciou priebežných zistení a výsledkov projektu. Dúfame, že prostredníctvom publikácie oslovíme širokú časť vedeckej verejnosti nepoľavujúcej v snahe skvalitniť prípravu budúcich učiteľov matematiky na Slovensku a v zahraničí.

Publikácia vydaná z grantu KEGA č. 007UK-4/2020 *Výskum vývoja postojov budúcich učiteľov matematiky s cieľom inovácie ich vysokoškolskej prípravy.*

Názov: Tri kapitoly týkajúce sa postojov študentov k matematike
Autori: Mgr. Mária Čujdíková, PhD.
Mgr. Adam Jakubička
PaedDr. Peter Vankúš, PhD.
Recenzenti: doc. RNDr. Viera Uherčíková, CSc.
doc. PaedDr. Lucia Rumanová, PhD.
Vydal: KEC FMFI UK Bratislava
Rok vydania: 2022
Poradie vydania: prvé
Počet strán: 296

Kategória publikačnej činnosti: V1 vedecký výstup publikačnej činnosti ako celok

© Mgr. Mária Čujdíková, PhD.; Mgr. Adam Jakubička; PaedDr. Peter Vankúš, PhD.

ISBN: 978 – 80 – 8147 – 124 – 7

